№ 6.

BHS II K 57

N. Baader – 1795.

inall. 6½ fl. –
bund 30 x.

7 fl.

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke
Aktiengesellschaft
Bibliothek: II M
Gruppe:
B Nr. 57

Gründliche Anleitung
zur
Markſcheidekunſt,

abgefaßt
von

Johann Friedrich Lempe.

Mit 29 Kupfertafeln.

Leipzig,
[redacted]

bey Siegfried Lebrecht Cruſius, 1782.

BIBLIOTHEK
DER K.B. GENERAL
BERGW. u. SALINEN
ADMINISTR.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Wie unentbehrlich nothwendig die Markſcheidekunſt dem Bergbau iſt, und was für wichtige Vortheile demſelben durch ihre richtige Ausübung zufließen, bemerket ein jeder, ſobald er ſich mit der Natur des Bergbaues und denen verſchiedenen ihm eigenen Geſchäften bekannt gemacht hat. Iſt man von der Bauwürdigkeit eines Gebürges durch entblößte Gänge und Erzlager verſichert worden, und gedenket man in ſelbigem einen nutzbaren Bergbau anzufangen, ſo muß der Markſcheider gar bald den richtigen und vortheilhafteſten Weg beſtimmen, in das Innere deſſelben zu gelangen. Die Anlage eines regelmäßigen Grubenbaues, von dem der Wohlſtand und Vortheil derer Gruben durchaus abhängt, geſchiehet in den allermeiſten Fällen, z. E. wenn Oerter und Schächte mit einander durchſchlägig werden ſollen, oder verlohrne Gänge wieder auszurichten ſind, wenn Hauptſtolln aus entfernten Gegenden herangebracht, und damit in beſtimmter Tiefe die Gruben gelöſet, auch einzeln verſtreute Gruben eines Reviers in eine gemeinſchaftliche nutzbare Verbindung zu bringen ſind, durch Hülfe der Markſcheidekunſt. Vorliegende und bekannt gemachte Gänge in beſtimmten Entfernungen zu überfahren, ingleichen

bey vorſeyenden Durchſchlägen in die verlaſſenen Baue der Alten, die Gefahr abzuwenden, die dem Bergmanne nicht nur mit dem Verluſte ſeines Lebens, ſondern auch öfters der Grube den Untergang drohet, iſt eine für den Markſcheider äußerſt wichtige Angabe. Es würde in vielen Fällen großer Aufwand an Geld und Zeit vergebens ſeyn, wenn man in Herzuführung der Waſſer, zum Gebrauch ſo verſchiedener Bergwerksmaſchinen, dem Markſcheider nicht vorher das Gefälle unterſuchen, und die Richtung beſtimmen ließe, wodurch die Waſſer theils an den Gehängen der Gebürge, in Gräben und Waſſerleitungen, theils ſelbſt durch die Gebürge, vermittelſt der Röſchen, mehrere tauſend Lachter herbeygeführet werden ſollen. So können auch Gangſtreitigkeiten, wobey es auf die Beſtimmung der Gränzen und des Eigenthums ankommt in denen mehreſten Fällen, nicht ohne Zuziehung des Markſcheiders, durch den rechtlichen Ausſpruch entſchieden werden.

Da nun aus den hier nur allgemein angezeigten Umſtänden, die bey ſo mannichfaltiger Verſchiedenheit gemeiniglich auch mit mancherley Schwierigkeiten verbunden zu ſeyn pflegen, deutlich erhellet, daß der Markſcheider faſt nirgends zu entbehren iſt, ſondern allenthalben zum erſten Wegweiſer dienen muß, ſeine Verrichtungen dahero auch beym Bergbau von allgemeinem Umfange ſind, und allemal in ihrer Ausübung die größte Genauigkeit erfordern; ſo ergiebt ſich daraus zugleich, wie ſehr dieſe Wiſſenſchaft verdienet hätte,

von

von jeher gründlich vorgetragen, und zur Ausübung mit Fleiß ſtudirt zu werden. Allein dieſes Glück iſt der Markſcheidekunſt, wie die Erfahrung zeigt, erſt ſehr ſpät wiederfahren. So unbegreiflich es ſcheinen mag, daß man Jahrhunderte hindurch verkannt hat, wie genau ſie mit der Geometrie verwandt ſey; oder richtiger zu reden, daß ſie nichts anders ſey, als Geometrie ſelbſt auf beſondere Fälle angewandt, ſo gewiß iſt es doch, daß unter denen durch die Mathematik in den Stand geſetzt werden konnten, ihre Arbeiten gründlich, ſicher und leichter zu betreiben, die Markſcheider auch geweſen ſind, welche die von ihr angebotene Hülfe verſchmähet haben. Man darf, um hiervon den Beweis zu haben, nur über das am Ende dieſes Werks von dem Herrn Verfaſſer angehängte Verzeichniß der Schriften von der Markſcheidekunſt Betrachtungen anſtellen, welche zu erleichtern für diejenigen, ſo der Sache nicht genug kundig ſind, folgende Anmerkungen hoffentlich nicht undienlich oder überflüßig ſeyn werden.

Es würde ein angenehmer Beytrag zur Geſchichte der Markſcheidekunſt ſeyn, wenn ſich einige Nachrichten erhalten hätten, wie ſie bey unſern ſächſiſchen Bergbau ſeit ihrem erſten Gebrauch ausgeübet worden; Man findet aber bis in die Mitte des 16ten Jahrhunderts nirgends etwas davon aufgezeichnet. Daß ſie aber auch um dieſe Zeit noch nicht mit der gehörigen Genauigkeit behandelt worden, und daß öfters Aufgaben vorkommen mußten, die der damalige Markſcheider

 gar

LEMPES

MARKSCHEIDE

BHS
II K
57

PES
HEIDEKU

IS
K
7

BHS
II K
57

№ 6.

BHS II K 57

N. Baader – 1795.
inalb. 6 ½ fl. –
bund 30 x.

7 fl.

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek: II K
Gruppe:
B Nr. 57

Gründliche Anleitung
zur
Markſcheidekunſt,

abgefaßt
von
Johann Friedrich Lempe.

Mit 29 Kupfertafeln.

Leipzig,
bey Siegfried Lebrecht Cruſius. 1782.

BIBLIOTHEK
DER K. BG. GENERAL
BERGW. U. SALINEN
ADMINISTR.

Gründliche Anleitung
zur
Markſcheidekunſt,

abgefaßt

von

Johann Friedrich Lempe.

Mit 29 Kupfertafeln.

Leipzig,

bey Siegfried Lebrecht Cruſius, 1782.

BIBLIOTHEK
DER K.B. GENERAL
BERGW. & SALINEN
ADMINISTR.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Wie unentbehrlich nothwendig die Markſcheidekunſt dem Bergbau iſt, und was für wichtige Vortheile demſelben durch ihre richtige Ausübung zufließen, bemerket ein jeder, ſobald er ſich mit der Natur des Bergbaues und denen verſchiedenen ihm eigenen Geſchäften bekannt gemacht hat. Iſt man von der Bauwürdigkeit eines Gebürges durch entblößte Gänge und Erzlager verſichert worden, und gedenket man in ſelbigem einen nutzbaren Bergbau anzufangen, ſo muß der Markſcheider gar bald den richtigen und vortheilhafteſten Weg beſtimmen, in das Innere deſſelben zu gelangen. Die Anlage eines regelmäßigen Grubenbaues, von dem der Wohlſtand und Vortheil derer Gruben durchaus abhängt, geſchiehet in den allermeiſten Fällen, z. E. wenn Oerter und Schächte mit einander durchſchlägig werden ſollen, oder verlohrne Gänge wieder auszurichten ſind, wenn Hauptſtolln aus entfernten Gegenden herangebracht, und damit in beſtimmter Tiefe die Gruben gelöſet, auch einzeln verſtreute Gruben eines Reviers in eine gemeinſchaftliche nutzbare Verbindung zu bringen ſind, durch Hülfe der Markſcheidekunſt. Vorliegende und bekannt gemachte Gänge in beſtimmten Entfernungen zu überfahren, ingleichen

bey vorſeyenden Durchſchlägen in die verlaſſenen Baue der Alten, die Gefahr abzuwenden, die dem Bergmanne nicht nur mit dem Verluſte ſeines Lebens, ſondern auch öfters der Grube den Untergang drohet, iſt eine für den Markſcheider äußerſt wichtige Angabe. Es würde in vielen Fällen großer Aufwand an Geld und Zeit vergebens ſeyn, wenn man in Herzuführung der Waſſer, zum Gebrauch ſo verſchiedener Bergwerksmaſchinen, dem Markſcheider nicht vorher das Gefälle unterſuchen, und die Richtung beſtimmen ließe, wodurch die Waſſer theils an den Gehängen der Gebürge, in Gräben und Waſſerleitungen, theils ſelbſt durch die Gebürge, vermittelſt der Röſchen, mehrere tauſend Lachter herbeygeführet werden ſollen. So können auch Gangſtreitigkeiten, wobey es auf die Beſtimmung der Gränzen und des Eigenthums ankommt in denen mehreſten Fällen, nicht ohne Zuziehung des Markſcheiders, durch den rechtlichen Ausſpruch entſchieden werden.

Da nun aus den hier nur allgemein angezeigten Umſtänden, die bey ſo mannichfaltiger Verſchiedenheit gemeiniglich auch mit mancherley Schwierigkeiten verbunden zu ſeyn pflegen, deutlich erhellet, daß der Markſcheider faſt nirgends zu entbehren iſt, ſondern allenthalben zum erſten Wegweiſer dienen muß, ſeine Verrichtungen dahero auch beym Bergbau von allgemeinem Umfange ſind, und allemal in ihrer Ausübung die größte Genauigkeit erfordern; ſo ergiebt ſich daraus zugleich, wie ſehr dieſe Wiſſenſchaft verdienet hätte,

von jeher gründlich vorgetragen, und zur Ausübung mit Fleiß ſtudirt zu werden. Allein dieſes Glück iſt der Markſcheidekunſt, wie die Erfahrung zeigt, erſt ſehr ſpät wiederfahren. So unbegreiflich es ſcheinen mag, daß man Jahrhunderte hindurch verkannt hat, wie genau ſie mit der Geometrie verwandt ſey; oder richtiger zu reden, daß ſie nichts anders ſey, als Geometrie ſelbſt auf beſondere Fälle angewandt, ſo gewiß iſt es doch, daß unter denen durch die Mathematik in den Stand geſetzt werden konnten, ihre Arbeiten gründlich, ſicher und leichter zu betreiben, die Markſcheider auch geweſen ſind, welche die von ihr angebotene Hülfe verſchmähet haben. Man darf, um hiervon den Beweis zu haben, nur über das am Ende dieſes Werks von dem Herrn Verfaſſer angehängte Verzeichniß der Schriften von der Markſcheidekunſt Betrachtungen anſtellen, welche zu erleichtern für diejenigen, ſo der Sache nicht genug kundig ſind, folgende Anmerkungen hoffentlich nicht undienlich oder überflüßig ſeyn werden.

Es würde ein angenehmer Beytrag zur Geſchichte der Markſcheidekunſt ſeyn, wenn ſich einige Nachrichten erhalten hätten, wie ſie bey unſern ſächſiſchen Bergbau ſeit ihrem erſten Gebrauch ausgeübet worden; Man findet aber bis in die Mitte des 16ten Jahrhunderts nirgends etwas davon aufgezeichnet. Daß ſie aber auch um dieſe Zeit noch nicht mit der gehörigen Genauigkeit behandelt worden, und daß öfters Aufgaben vorkommen mußten, die der damalige Markſcheider

gar nicht aufzulöſen vermochte, zeigen nicht nur die erſten und älteſten Schriften, die von dieſer Wiſſenſchaft bekannt ſind, ſondern auch die noch hier und da aufbewahrten, und bis auf gegenwärtige Zeit erhaltenen Arbeiten und Riſſe der Markſcheider ſelbſt.

Was Agrikola in ſeinem 1556 herausgegebenen ſchätzbaren Werke: de re metallica, von der Markſcheidekunſt ſchreibt, beſtätigt die hier geſagte Vermuthung. Von einer dergleichen Behandlung, und mit Inſtrumenten, wie er ſie beſchreibt, läßt ſich wohl wenig vollkommnes erwarten. Es konnte auch ſeine Abhandlung denen damaligen Markſcheidern zu keinen Unterricht dienen, da ſie mehr eine Beſchreibung von der Art ihres Verfahrens, als eine würkliche Unterweiſung darinnen giebt. D. Eraſmus Reinhold war ohnſtreitig der erſte, der in ſeinem **gründlichen Bericht vom Feldmeſſen**, den er 1574 herausgab, die Markſcheidekunſt, zum praktiſchen Unterricht für die Markſcheider beyfügte, der von ihnen, wie er in der Vorrede ſeines Buches ſagt, bisher war geheim gehalten worden. Ohne Zweifel war wohl der öfters mislungene Ausfall ihrer Angaben, eine Urſache, das Unvollkommene bey der Ausübung ihrer Kunſt zu verſtecken. Reinhold ſagt hiervon: „Dieweil bis daher der „Beweis und Probe, daß die Züge ſeindt recht „geweſt, wenigen bewuſt, ſondern der mehrere „Theil mit der Gewerken Geld hat müſſen erfah„ren werden, u. ſ. w.“ woraus ſich denn ſchon gnüglich auf die Kenntniſſe eines damaligen

Mark-

Markſcheiders ſchließen läßt. Wie war es auch möglich bey vielen der vorkommenden Fälle, ſie zu der erforderlichen Auflöſung gehörig auseinander zuſetzen, und gründlich zu beurtheilen, da die hierinnen einſchlagenden Kenntniſſe der Mathematik und Naturlehre dem Markſcheider fremde waren, und ihm bey einer handwerksmäßigen Ausübung ſeiner Kunſt auch ganz entbehrlich zu ſeyn ſchienen? Lieber fragte er bey ſeinen Angaben die Wünſchelruthe um Rath, welches mich viele alte Riſſe gewiß vermuthen laſſen, auf welchen man mehrere Angaben durch dieſes lächerliche Mittel aufgezeichnet und beſtimmet findet.

Man darf inzwiſchen dieſe bemerkten Unvollkommenheiten bey Ausübung der Markſcheidekunſt nicht allein in denen älteſten Zeiten ſuchen. Der Fortgang zu ihrer Verbeſſerung iſt, wie ich ſchon oben erwähnt, nur ganz langſam geſchehen, die alten Fehler haben ſich Jahrhunderte erhalten, und ſind bis in die ſpätern Zeiten von dem Meiſter dem Lehrlinge übertragen worden. Seit 1574, in welchem Jahre die obgedachte Reinholdiſche Schrift abgefaßt worden, bis 1686, da Nikolaus Voigtel ſeine vermehrte Markſcheidekunſt herausgab, alſo in einem Zeitraum von 112 Jahren, findet ſich nichts, das zur Aufklärung und Verbeſſerung dieſer Wiſſenſchaft wäre bekannt gemacht worden. Voigtel verdienet dannenhero noch itzt das rühmlichſte Andenken. Sein Buch iſt auch ſehr lange der allgemeine Lehrmeiſter der Markſcheider geweſen, und man findet in ſeinem Vortrage an verſchie-

denen Stellen, daß er den Euklides verſtanden, und folglich nicht geringe mathematiſche Kenntniſſe gehabt hat.

Was hierauf **Sturm** 1710 von der Markſcheidekunſt geſchrieben, iſt kurz und unvollſtändig. Weit genauer aber wurde ſie mit der Mathematik bekannt, als **Weidler** 1726 ſeine, obgleich kurzen Inſtitutiones Geometriae ſubterraneae herausgab. Inzwiſchen zweifle ich doch, daß dieſes Buch, ſo wie es wohl verdiente, von denen Markſcheidern auſſer dem Gebrauche der beygefügten Tafeln der Sohlen und Seigerteufen, benutzet worden iſt, da es in der lateiniſchen, als einer denen mehreſten unkundigen Sprache geſchrieben worden war. Hingegen erſchienen nun im Jahre 1749 auf einmal zwey Werke, die allerdings von Wichtigkeit für dieſe Wiſſenſchaft, und einen ſchätzbaren Beytrag zu ihrer weitern Aufklärung gaben.

Das erſte war des Bergcommiſſarii und Markſcheiders **Auguſt Beyers gründlicher Unterricht vom Bergbau, nach Anleitung der Markſcheidekunſt**: Ein Buch, das würklich ſehr viel gutes und brauchbares enthält, und den Vorzug vor den vorhergedachten und damals bekannten Büchern dieſer Wiſſenſchaft verdienet. Wegen der mehrern Vollſtändigkeit und der vervielfältigten Aufgaben, hat es ſich auch noch bis itzt, bey den praktiſchen Markſcheidern in ſeinem Werthe erhalten, die ſich deſſen zum Unterricht bedienet haben. Man wird aber bey genauerer Ueberſicht deſſelben leicht bemerken, daß der Verfaſſer bey nicht gnugſamen

Hülfswiſſenſchaften, beſonders mathematiſchen Kenntniſſen, nicht vermögend war, die Markſcheidekunſt allgemein zu beurtheilen, und einen vollſtändigen Lehrbegriff davon zu ſchreiben, wie denn auch ſelbſt ſeine praktiſchen Arbeiten aus eben dieſen Urſachen immer noch handwerksmäßig und fehlerhaft geblieben ſind.

Das zweyte war des bey dem ſächſiſchen Bergbau unvergeßlichen Ober-Berghauptmanns von Oppel **Anleitung zur Markſcheidekunſt.** Ganz ohnſtreitig das vollſtändigſte und gründlichſte Werk, worinnen dieſe Wiſſenſchaft bis zu einem hohen Grade der Genauigkeit, und durchaus in Rückſicht ſie dem Markſcheider brauchbar zu machen, abgehandelt und erkläret iſt. Bey den großen mathematiſchen und andern Kenntniſſen des Verfaſſers, konnte es ihm nicht verborgen ſeyn, daß mit allem, was bisher von der Markſcheidekunſt war geſchrieben worden, die nöthige Aufklärung und Ueberzeugung dennoch nicht gnüglich erreichet werden könnte, ſo lange dem Markſcheider die erforderlichen Kenntniſſe aus der Mathematik und Naturlehre, als das Weſentlichſte ſeiner Kunſt fehlten. Weswegen er denn dieſe ſowohl in einer eigenen Anleitung, durch Beyſpiele mit der Markſcheidekunſt verbunden, vorausſetzte, als auch bey Auflöſung der darauf folgenden mannichfaltigen Aufgaben, obgleich die Beweiſe weggelaſſen, und die Vorſchriften der Angaben umſtändlich mit Worten ausgedrückt ſind, durchgängig angewandt hat. Die Werkzeuge der Markſcheider waren noch niemals mit ſo vieler Genauigkeit und Richtigkeit

beſchrieben, noch ihr Gebrauch ſo umſtändlich gelehret worden, als man ſie hier findet; und ſo ſchaltete er auch das eigentlich mehr in die unterirdiſche Naturlehre, als in die Markſcheidekunſt gehörige zweyte Hauptſtück von Streichen und Fallen der Gänge und Klüfte, ſeinem Werke ein, um den Markſcheider immer aufmerkſamer auf die weitverbreiteten Gränzen ſeiner Wiſſenſchaft zu machen, in ſo ferne er ſich damit der möglichſten Vollkommenheit zu nähern beſtreben will.

Itzt war nun eigentlich der Zeitpunkt, wo die Markſcheidekunſt nach einer, ſo vortreflichen Anleitung auf einmal eine ganz andere Geſtalt hätte bekommen können: Aber man war dazumalen noch zu wenig mit dem Denken bey dieſer Wiſſenſchaft bekannt; der Vortrag wurde in dieſem Buche von dem praktiſchen Markſcheider zu ſchwer gefunden, andere ſahen hierinnen unnütze Spitzfindigkeiten, und ſo wurde es nur von einer ganz kleinen Anzahl ſtudirt und verſtanden, von denen meiſten aber gar nicht geleſen.

Es blieb alſo die Markſcheidekunſt immer noch bey denen, die ſie ausüben ſollten, in der gewöhnlichen handwerksmäßigen Behandlung, bis durch die preißwürdigſten Anſtalten, der im Jahr 1765 hier errichteten Bergwerksakademie die Gelegenheit allgemein wurde, wodurch ſich ein jeder, der Fähigkeiten und Luſt zum Denken hatte, durch Erlernung mathematiſcher und anderer Hülfswiſſenſchaften, nicht nur von den Gründen der Markſcheidekunſt, ſondern auch von ihrem ganzen Umfange, und auf wie mancherley Fälle ſie beym Bergbau brauchbar anzuwenden

iſt,

iſt, und in was für genauer Verbindung ſie mit der Mathematik ſteht, ſelbſt überzeugen konnte.

Von dieſer Zeit an gewöhnte ſich der praktiſche Markſcheider, ſeine Kunſt aus einem andern Geſichtspunkte zu betrachten. Er fühlte nunmehr, daß er ſie ehedem, da er eigentlich nicht vielmehr als Exempel der Rechenkunſt gemacht, und einige geometriſche Figuren gezeichnet hatte, auf keinen Grund gebaut, und gearbeitet habe, ohne zu wiſſen warum? Was er vorher als unnütze Spitzfindigkeiten und entbehrliche Weitläuftigkeiten anſah, lernte er nunmehro als unumſtößliche Wahrheiten, und als die einzigen Mittel kennen, durch deren Hülfe er das, was er vielleicht in vielen Fällen bloß aufs Ungewiſſe und Gerathewohl unternehmen müſſen, nunmehro mit überzeugender Gewißheit thun konnte.

Einen nicht geringen Dienſt hierzu leiſtete der **Herr Hofrath Käſtner** durch ſeine im Jahre 1775 über Weidlers Compendium herausgegebenen **Anmerkungen über die Markſcheidekunſt.** Sie ſind für jeden Markſcheider, der ſie leſen kann, redende Beweiſe, wie unzertrennlich Arithmetik, Geometrie, Trigonometrie, und ſelbſt die Analyſis mit der Markſcheidekunſt ſind. Was von Oppel in ſeinem Buche ohne vorgetragen und wohlbedächtig nicht mit Beweiſen auflöſen wollte, Beyer hingegen nicht konnte, findet man hier deutlich auseinandergeſetzt und erwieſen, ſo wie mehrere neue und bisher noch nicht bekannte Unterſuchungen über die Markſcheidekunſt den Werth dieſes Buches vorzüglich erhöhen.

Was

No 6.

BHS II K 57

N. Baader 179-
inclb. 6 1/2 fl. –
bund 30 x.

7 fl.

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek
Gruppe II K
B Nr. 57

No 6.

BHS II K 57

N. Baader. 1795.
inall. 6 1/2 fl. –
bund 30 x.

7 fl.

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek: II M
Gruppe:
B Nr. 54

Gründliche Anleitung zur Markſcheidekunſt,

abgefaßt

von

Johann Friedrich Lempe.

Mit 29 Kupfertafeln.

Leipzig,
bey Siegfried Lebrecht Cruſius. 1782.

BIBLIOTHEK
DER K. B. GENERAL
BERGW. u. SALINEN
ADMINISTR.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Wie unentbehrlich nothwendig die Markſcheidekunſt dem Bergbau iſt, und was für wichtige Vortheile demſelben durch ihre richtige Ausübung zufließen, bemerket ein jeder, ſobald er ſich mit der Natur des Bergbaues und denen verſchiedenen ihm eigenen Geſchäften bekannt gemacht hat. Iſt man von der Bauwürdigkeit eines Gebürges durch entblößte Gänge und Erzlager verſichert worden, und gedenket man in ſelbigem einen nutzbaren Bergbau anzufangen, ſo muß der Markſcheider gar bald den richtigen und vortheilhafteſten Weg beſtimmen, in das Innere deſſelben zu gelangen. Die Anlage eines regelmäßigen Grubenbaues, von dem der Wohlſtand und Vortheil derer Gruben durchaus abhängt, geſchiehet in den allermeiſten Fällen, z. E. wenn Oerter und Schächte mit einander durchſchlägig werden ſollen, oder verlohrne Gänge wieder auszurichten ſind, wenn Hauptſtolln aus entfernten Gegenden herangebracht, und damit in beſtimmter Tiefe die Gruben gelöſet, auch einzeln verſtreute Gruben eines Reviers in eine gemeinſchaftliche nutzbare Verbindung zu bringen ſind, durch Hülfe der Markſcheidekunſt. Vorliegende und bekannt gemachte Gänge in beſtimmten Entfernungen zu überfahren, ingleichen

bey vorſeyenden Durchſchlägen in die verlaſſenen Baue der Alten, die Gefahr abzuwenden, die dem Bergmanne nicht nur mit dem Verluſte ſeines Lebens, ſondern auch öfters der Grube den Untergang drohet, iſt eine für den Markſcheider äußerſt wichtige Angabe. Es würde in vielen Fällen großer Aufwand an Geld und Zeit vergebens ſeyn, wenn man in Herzuführung der Waſſer, zum Gebrauch ſo verſchiedener Bergwerksmaſchinen, dem Markſcheider nicht vorher das Gefälle unterſuchen, und die Richtung beſtimmen ließe, wodurch die Waſſer theils an den Gehängen der Gebürge, in Gräben und Waſſerleitungen, theils ſelbſt durch die Gebürge, vermittelſt der Röſchen, mehrere tauſend Lachter herbeygeführet werden ſollen. So können auch Gangſtreitigkeiten, wobey es auf die Beſtimmung der Gränzen und des Eigenthums ankommt in denen mehreſten Fällen, nicht ohne Zuziehung des Markſcheiders, durch den rechtlichen Ausſpruch entſchieden werden.

Da nun aus den hier nur allgemein angezeigten Umſtänden, die bey ſo mannichfaltiger Verſchiedenheit gemeiniglich auch mit mancherley Schwierigkeiten verbunden zu ſeyn pflegen, deutlich erhellet, daß der Markſcheider faſt nurgends zu entbehren iſt, ſondern allenthalben zum erſten Wegweiſer dienen muß, ſeine Verrichtungen dahero auch beym Bergbau von allgemeinem Umfange ſind, und allemal in ihrer Ausübung die größte Genauigkeit erfordern; ſo ergiebt ſich daraus zugleich, wie ſehr dieſe Wiſſenſchaft verdienet hätte,

von jeher gründlich vorgetragen, und zur Ausübung mit Fleiß ſtudirt zu werden. Allein dieſes Glück iſt der Markſcheidekunſt, wie die Erfahrung zeigt, erſt ſehr ſpät wiederfahren. So unbegreiflich es ſcheinen mag, daß man Jahrhunderte hindurch verkannt hat, wie genau ſie mit der Geometrie verwandt ſey; oder richtiger zu reden, daß ſie nichts anders ſey, als Geometrie ſelbſt auf beſondere Fälle angewandt, ſo gewiß iſt es doch, daß unter denen durch die Mathematik in den Stand geſetzt werden konnten, ihre Arbeiten gründlich, ſicher und leichter zu betreiben, die Markſcheider auch geweſen ſind, welche die von ihr angebotene Hülfe verſchmähet haben. Man darf, um hiervon den Beweis zu haben, nur über das am Ende dieſes Werks von dem Herrn Verfaſſer angehängte Verzeichniß der Schriften von der Markſcheidekunſt Betrachtungen anſtellen, welche zu erleichtern für diejenigen, ſo der Sache nicht genug kundig ſind, folgende Anmerkungen hoffentlich nicht undienlich oder überflüßig ſeyn werden.

Es würde ein angenehmer Beytrag zur Geſchichte der Markſcheidekunſt ſeyn, wenn ſich einige Nachrichten erhalten hätten, wie ſie bey unſern ſächſiſchen Bergbau ſeit ihrem erſten Gebrauch ausgeübet worden; Man findet aber bis in die Mitte des 16ten Jahrhunderts nirgends etwas davon aufgezeichnet. Daß ſie aber auch um dieſe Zeit noch nicht mit der gehörigen Genauigkeit behandelt worden, und daß öfters Aufgaben vorkommen mußten, die der damalige Markſcheider

gar nicht aufzulöſen vermochte, zeigen nicht nur die erſten und älteſten Schriften, die von dieſer Wiſſenſchaft bekannt ſind, ſondern auch die noch hier und da aufbewahrten, und bis auf gegenwärtige Zeit erhaltenen Arbeiten und Riſſe der Markſcheider ſelbſt.

Was Agrikola in ſeinem 1556 herausgegebenen ſchätzbaren Werke: de re metallica, von der Markſcheidekunſt ſchreibt, beſtätigt die hier geſagte Vermuthung. Von einer dergleichen Behandlung, und mit Inſtrumenten, wie er ſie beſchreibt, läßt ſich wohl wenig vollkommnes erwarten. Es konnte auch ſeine Abhandlung denen damaligen Markſcheidern zu keinen Unterricht dienen, da ſie mehr eine Beſchreibung von der Art ihres Verfahrens, als eine würkliche Unterweiſung darinnen giebt. D. Eraſmus Reinhold war ohnſtreitig der erſte, der in ſeinem **gründlichen Bericht vom Feldmeſſen**, den er 1574 herausgab, die Markſcheidekunſt, zum praktiſchen Unterricht für die Markſcheider beyfügte, der von ihnen, wie er in der Vorrede ſeines Buches ſagt, bisher war geheim gehalten worden. Ohne Zweifel war wohl der öfters mislungene Ausfall ihrer Angaben, eine Urſache, das Unvollkommene bey der Ausübung ihrer Kunſt zu verſtecken. Reinhold ſagt hiervon: „Dieweil bis daher der „Beweis und Probe, daß die Züge ſeindt recht „geweſt, wenigen bewuſt, ſondern der mehrere „Theil mit der Gewerken Geld hat müſſen erfah„ren werden, u. ſ. w.“ woraus ſich denn ſchon gnüglich auf die Kenntniſſe eines damaligen

Markſcheiders ſchließen läßt. Wie war es auch möglich bey vielen der vorkommenden Fälle, ſie zu der erforderlichen Auflöſung gehörig auseinander zuſetzen, und gründlich zu beurtheilen, da die hierinnen einſchlagenden Kenntniſſe der Mathematik und Naturlehre dem Markſcheider fremde waren, und ihm bey einer handwerksmäßigen Ausübung ſeiner Kunſt auch ganz entbehrlich zu ſeyn ſchienen? Lieber fragte er bey ſeinen Angaben die Wünſchelruthe um Rath, welches mich viele alte Riſſe gewiß vermuthen laſſen, auf welchen man mehrere Angaben durch dieſes lächerliche Mittel aufgezeichnet und beſtimmet findet.

Man darf inzwiſchen dieſe bemerkten Unvollkommenheiten bey Ausübung der Markſcheidekunſt nicht allein in denen älteſten Zeiten ſuchen. Der Fortgang zu ihrer Verbeſſerung iſt, wie ich ſchon oben erwähnt, nur ganz langſam geſchehen, die alten Fehler haben ſich Jahrhunderte erhalten, und ſind bis in die ſpätern Zeiten von dem Meiſter dem Lehrlinge übertragen worden. Seit 1574, in welchem Jahre die obgedachte Reinholdiſche Schrift abgefaßt worden, bis 1686, da Nikolaus Voigtel ſeine **vermehrte Markſcheidekunſt** herausgab, alſo in einem Zeitraum von 112 Jahren, findet ſich nichts, das zur Aufklärung und Verbeſſerung dieſer Wiſſenſchaft wäre bekannt gemacht worden. Voigtel verdienet dannenhero noch itzt das rühmlichſte Andenken. Sein Buch iſt auch ſehr lange der allgemeine Lehrmeiſter der Markſcheider geweſen, und man findet in ſeinem Vortrage an verſchie-

denen Stellen, daß er den Euklides verſtanden, und folglich nicht geringe mathematiſche Kenntniſſe gehabt hat.

Was hierauf **Sturm** 1710 von der Markſcheidekunſt geſchrieben, iſt kurz und unvollſtändig. Weit genauer aber wurde ſie mit der Mathematik bekannt, als **Weidler** 1726 ſeine, obgleich kurzen Inſtitutiones Geometriae ſubterraneae herausgab. Inzwiſchen zweifle ich doch, daß dieſes Buch, ſo wie es wohl verdiente, von denen Markſcheidern auſſer dem Gebrauche der beygefügten Tafeln der Sohlen und Seigerteufen, benutzet worden iſt, da es in der lateiniſchen, als einer denen mehreſten unkundigen Sprache geſchrieben worden war. Hingegen erſchienen nun im Jahre 1749 auf einmal zwey Werke, die allerdings von Wichtigkeit für dieſe Wiſſenſchaft, und einen ſchätzbaren Beytrag zu ihrer weitern Aufklärung gaben.

Das erſte war des Bergcommiſſarii und Markſcheiders **Auguſt Beyers gründlicher Unterricht vom Bergbau, nach Anleitung der Markſcheidekunſt:** Ein Buch, das würklich ſehr viel gutes und brauchbares enthält, und den Vorzug vor den vorhergedachten und damals bekannten Büchern dieſer Wiſſenſchaft verdienet. Wegen der mehrern Vollſtändigkeit und der vervielfältigten Aufgaben, hat es ſich auch noch bis itzt, bey den praktiſchen Markſcheidern in ſeinem Werthe erhalten, die ſich deſſen zum Unterricht bedienet haben. Man wird aber bey genauerer Ueberſicht deſſelben leicht bemerken, daß der Verfaſſer bey nicht gnugſamen

Hülfs-

Hülfswiſſenſchaften, beſonders mathematiſchen Kenntniſſen, nicht vermögend war, die Markſcheidekunſt allgemein zu beurtheilen, und einen vollſtändigen Lehrbegriff davon zu ſchreiben, wie denn auch ſelbſt ſeine praktiſchen Arbeiten aus eben dieſen Urſachen immer noch handwerksmäßig und fehlerhaft geblieben ſind.

Das zweyte war des bey dem ſächſiſchen Bergbau unvergeßlichen Ober-Berghauptmanns von Oppel **Anleitung zur Markſcheidekunſt.** Ganz ohnſtreitig das vollſtändigſte und gründlichſte Werk, worinnen dieſe Wiſſenſchaft bis zu einem hohen Grade der Genauigkeit, und durchaus in Rückſicht ſie dem Markſcheider brauchbar zu machen, abgehandelt und erkläret iſt. Bey den großen mathematiſchen und andern Kenntniſſen des Verfaſſers, konnte es ihm nicht verborgen ſeyn, daß mit allem, was bisher von der Markſcheidekunſt war geſchrieben worden, die nöthige Aufklärung und Ueberzeugung dennoch nicht gnüglich erreichet werden könnte, ſo lange dem Markſcheider die erforderlichen Kenntniſſe aus der Mathematik und Naturlehre, als das Weſentlichſte ſeiner Kunſt fehlten. Weswegen er denn dieſe ſowohl in einer eigenen Anleitung, durch Beyſpiele mit der Markſcheidekunſt verbunden, vorausſetzte, als auch bey Auflöſung der darauf folgenden mannichfaltigen Aufgaben, obgleich die Beweiſe weggelaſſen, und die Vorſchriften der Angaben umſtändlich mit Worten ausgedrückt ſind, durchgängig angewandt hat. Die Werkzeuge der Markſcheider waren noch niemals mit ſo vieler Genauigkeit und Richtigkeit

beſchrieben, noch ihr Gebrauch ſo umſtändlich gelehret worden, als man ſie hier findet; und ſo ſchaltete er auch das eigentlich mehr in die unterirdiſche Naturlehre, als in die Markſcheidekunſt gehörige zweyte Hauptſtück von Streichen und Fallen der Gänge und Klüfte, ſeinem Werke ein, um den Markſcheider immer aufmerkſamer auf die weitverbreiteten Gränzen ſeiner Wiſſenſchaft zu machen, in ſo ferne er ſich damit der möglichſten Vollkommenheit zu nähern beſtreben will.

Itzt war nun eigentlich der Zeitpunkt, wo die Markſcheidekunſt nach einer, ſo vortreflichen Anleitung auf einmal eine ganz andere Geſtalt hätte bekommen können: Aber man war dazumalen noch zu wenig mit dem Denken bey dieſer Wiſſenſchaft bekannt; der Vortrag wurde in dieſem Buche von dem praktiſchen Markſcheider zu ſchwer gefunden, andere ſahen hierinnen unnütze Spitzfindigkeiten, und ſo wurde es nur von einer ganz kleinen Anzahl ſtudirt und verſtanden, von denen meiſten aber gar nicht geleſen.

Es blieb alſo die Markſcheidekunſt immer noch bey denen, die ſie ausüben ſollten, in der gewöhnlichen handwerksmäßigen Behandlung, bis durch die preißwürdigſten Anſtalten, der im Jahr 1765 hier errichteten Bergwerksakademie die Gelegenheit allgemein wurde, wodurch ſich ein jeder, der Fähigkeiten und Luſt zum Denken hatte, durch Erlernung mathematiſcher und anderer Hülfswiſſenſchaften, nicht nur von den Gründen der Markſcheidekunſt, ſondern auch von ihrem ganzen Umfange, und auf wie mancherley Fälle ſie beym Bergbau brauchbar anzuwenden

iſt, und in was für genauer Verbindung ſie mit der Mathematik ſteht, ſelbſt überzeugen konnte.

Von dieſer Zeit an gewöhnte ſich der praktiſche Markſcheider, ſeine Kunſt aus einem andern Geſichtspunkte zu betrachten. Er fühlte nunmehr, daß er ſie ehedem, da er eigentlich nicht vielmehr als Exempel der Rechenkunſt gemacht, und einige geometriſche Figuren gezeichnet hatte, auf keinen Grund gebaut, und gearbeitet habe, ohne zu wiſſen warum? Was er vorher als unnütze Spitzfindigkeiten und entbehrliche Weitläuftigkeiten anſah, lernte er nunmehro als unumſtößliche Wahrheiten, und als die einzigen Mittel kennen, durch deren Hülfe er das, was er vielleicht in vielen Fällen bloß aufs Ungewiſſe und Gerathewohl unternehmen müſſen, nunmehro mit überzeugender Gewißheit thun konnte.

Einen nicht geringen Dienſt hierzu leiſtete der **Herr Hofrath Käſtner** durch ſeine im Jahre 1775 über Weidlers Compendium herausgegebenen **Anmerkungen über die Markſcheidekunſt.** Sie ſind für jeden Markſcheider, der ſie leſen kann, redende Beweiſe, wie unzertrennlich Arithmetik, Geometrie, Trigonometrie, und ſelbſt die Analyſis mit der Markſcheidekunſt ſind. Was von Oppel in ſeinem Buche ohne vorgetragen und wohlbedächtig nicht mit Beweiſen auflöſen wollte, Beyer hingegen nicht konnte, findet man hier deutlich auseinandergeſetzt und erwieſen, ſo wie mehrere neue und bisher noch nicht bekannte Unterſuchungen über die Markſcheidekunſt den Werth dieſes Buches vorzüglich erhöhen.

Was

Was Böhm, Maler, Stigler, Eberhard, Dembſcher, Siegel, Cancrinus und C. L. Reinhold vom Markſcheiden geſchrieben haben, ingleichen die zwey unvollſtändigen franzöſiſchen Elemens de Geometrie ſouterraine von Genſanne und König, übergehe ich hier, da es entweder nur ganz kurze Anleitungen, oder Abhandlungen über einzele Gegenſtände ſind, und daher nicht unter diejenigen Schriften gehören, die gleich denen vorhergenannten als Lehrbücher der Markſcheidekunſt eigene Verdienſte um ſelbige haben.

Aber noch einem Manne iſt die Markſcheidekunſt die größte Verbindlichkeit ſchuldig, der, ohne bisher etwas davon in Druck gegeben zu haben, als woran ihm überhäufte Amtsgeſchäfte nicht denken laſſen, ſich ſeit mehrern Jahren mit ihrer Theorie und Ausübung in ſeinen Erholungsſtunden beſchäftiget, beyde mit dem ihm eigenen Scharfſinn unterſucht, vermöge ſeiner ausgebreiteten mathematiſchen Kenntniſſe allgemeine Betrachtungen darüber mit Anwendung der Analyſis auf die Markſcheidekunſt gemacht, und ihr in vielen Stücken eine neue Geſtalt, damit zugleich in der Theorie mehr Gründlichkeit, und in der Ausübung mehr Sicherheit verſchaft hat. Es iſt dieſes der um den hieſigen Bergbau ſo ſehr verdiente **Herr Bergmeiſter Scheidhauer**, in deſſen Lob jeder, welcher Verdienſte zu ſchätzen im Stande iſt, mit mir einſtimmen wird. Mit ſo vielem Vergnügen als Nutzen habe ich mich ſeiner lehrreichen und vollſtändigen Aufſätze ſelbſt bedienet, und ich wünſche nur, daß er noch Zeit gewin-

gewinnen möge, daran, ſo wie an andere in die Bergwerkswiſſenſchaften gehörige Arbeiten, die letzte Hand zu legen, und ſie nebſt vielen, zum Gebrauch der Markſcheider bereits berechneten Tabellen, im Druck herauszugeben.

Und ſo wird man auch gegenwärtige, vom **Herrn Lempe** abgefaßte **gründliche Anleitung zur Markſcheidekunſt** denen vorher erwähnten Lehrbüchern an die Seite ſetzen, die durch ihre Gründlichkeit und Vollſtändigkeit, dieſe dem Bergbau ſo unentbehrliche Wiſſenſchaft vorzüglich aufgeklärt und erweitert haben. Eigentlich iſt dieſes Buch eine Frucht des freundſchaftlichen Unterrichts, den der Herr Verfaſſer bey ſeinem hieſigen Aufenthalte von dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer genoſſen, und eine weitere Ausführung deſſen, was er bereits im dritten Theile ſeiner Erläuter. der Käſtneriſchen Anfangsgründe der Arithm. u. ſ. w. von der Anwendung der ebenen und ſphäriſchen Trigonometrie auf die Markſcheidekunſt bekannt gemacht hat.

Des Herrn Verfaſſers Abſicht iſt hierbey vorzüglich geweſen, ein vollſtändiges Lehrbuch zu ſchreiben, das zu Vorleſungen gebraucht werden könnte, und in welchem doch auch nichts vergeſſen wäre, was zur praktiſchen Ausübung der Markſcheidekunſt gehörte. Er ſetzet hierbey voraus, daß der erſte Theil der Käſtneriſchen mathematiſchen Anfangsgründe einem jeden, der es verſtehen und gehörig benutzen will, bekannt und durchaus verſtändlich ſeyn müſſe, wie ſich denn auch die in ſeinem Buche angeführten §§ und Seitenzahlen hierauf beziehen. Daß dieſes nicht zu viel

verlangt

verlangt ſey, wird mir ein jeder zugeſtehen, insbeſondere aber ein jeder Markſcheider, der die Wichtigkeit deſſen, was man beym Bergbau von ihm verlanget, und mit Rechte verlangen kann, einſiehet.

In der erſten Abtheilung iſt außer denen Grundbegriffen der Markſcheidekunſt, und denen daraus entſtehenden Aufgaben, zugleich in einer umſtändlichen Beſchreibung derer dabey nöthigen Werkzeuge, ihr Gebrauch, ihre Fehler, und die Prüfung derſelben gezeigt. Unterſuchungen, die dem Markſcheider ſehr willkommen ſeyn müſſen, da vielleicht mancher ſeinen Inſtrumenten mehrere Vollkommenheiten zugetrauet, als er bey einer genauern Kenntniß würde gefunden haben, und als er auch von ihnen zu fordern berechtiget iſt. Verſchiedenes, was von Verfertigung der Inſtrumente hierbey angeführet wird, kann dem Markſcheider brauchbar werden, wenn er ſich ihre Einrichtung näher bekannt machen, auch im Fall ſie ſchadhaft geworden, nöthige Vorkehrungen zu ihrer Wiederherſtellung machen will.

Des Zulege Inſtruments iſt von dem Herrn Verfaſſer gar nicht gedacht worden. Daß es bey Verfertigung eines Riſſes, oder beym ſogenannten Zulegen eines gethanen Markſcheiderzuges entbehret werden kann, hat bereits von Oppel im Anhange zu ſeiner Markſcheidekunſt gezeigt, hier aber wird die ſcharfſinnige Theorie des Herrn Bergmeiſter Scheidhauers, einen gethanen Zug durch die von ihm ſogenannten Längen und Breiten, die bey unſerm Herrn Verfaſſer Streichſinus und Streichcoſinus heiſſen, im Grundriſſe zu verzeichnen, deutlich auseinandergeſetzt und erläutert. Ich wünſche, daß man dieſe ſo brauchbare Methode durchaus einführen möge, da ſie nebſt dem, daß das fehlerhafte Zulege Inſtrument hierbey gänzlich wegfällt, auch noch andere, dem Markſcheider weſentliche Vortheile, darbietet.

In der zweyten Abtheilung ſind alle die Aufgaben geſammlet, die bey den mannichfaltigen Vorfällen des Bergbaues durch den Markſcheider unterſucht, angegeben und beſtimmt werden müſſen. Der Herr Verfaſſer hat über die Verſchiedenheit derſelben, und um keinen zu vergeſſen, ſeinen Vorgänger hierbey benutzet, auch das Ganze deſto vollſtändiger, und zum Gebrauch noch bequemer zu machen, in der dritten Abtheilung ein alphabetiſches Verzeichniß über ſämmtliche Auf- und Angaben, nebſt noch mehrern Beyſpielen und Sätzen, wornach verſchiedene derer in vorherſtehenden Abtheilungen enthaltenen Aufgaben ebenfalls aufgelöſet werden können, beygefüget, hierdurch aber zugleich einem jeden das Nachſchlagen im Buche ungemein erleichtert.

Durchgängig ſind die Aufgaben durch Rechnung aufgelöſet, und das Verfahren dabey, ſo wie die dazu gehörigen Beweiſe, deutlich auseinander geſetzt worden. Man wird dahero hier alles dasjenige vermiſſen, was über die Zeichnung der verſchiedenen Markſcheiderriſſe zu ſagen wäre, was aber auch füglich aus den bekannten Büchern dieſer Wiſſenſchaft durch einen kurzen mündlichen Vortrag ergänzet werden kann. Ueberhaupt muß ich hierbey erinnern: daß, ſo ſehr ich auch einen gutgezeichneten Riß ſchätze, und ihn wegen der eigenen Deutlichkeit der Bilderſprache für ganz unentbehrlich halte, weshalb ich mich denn auch bemühet habe, bey einigen Kenntniſſen, die ich von der Zeichenkunſt ſelbſt beſitze, verſchiedene brauchbare Verbeſſerungen in deutlicherer Darſtellung der Markſcheiderzüge durch genauere und richtigere Zeichnungen und Riſſe zu machen, und bey uns einzuführen, ich doch keinesweges damit zufrieden bin, wenn man, wie es noch wohl von mehrern geſchiehet, das Reſultat eines Zuges, und die verlangte Angabe

allein

allein aus dem Riſſe nehmen, und es durch ſelbigen beſtimmen will, da es durch Rechnung nicht nur viel genauer geſchehen kann, ſondern auch dabey alle die Fehler vermieden werden, die aus dem wiederholten Gebrauche der Inſtrumente, des zu großen oder zu kleinen Maaßſtabes, der Falten und des Verziehens des Papiers, und aus mehrern dergleichen Hinderniſſen zu entſtehen pflegen, und wodurch die erforderte genaue Angabe gar ſehr verdächtig gemachet wird.

Die Analytiſchen Lehnſätze aus der Differential- und Integral-Rechnung, ingleichen das nur ganz wenige, was hier überhaupt über die krummen Linien angeführet wird, können dem Markſcheider, wenn er ſie auch nicht verſtehen ſollte, doch wenigſtens ſo viel zeigen: daß zu ſeiner Kunſt nicht wenig, ſondern viel Theorie gehöre, und daß, um ſich in jedem vorkommenden Falle ſelbſt zu helfen, öfters die tiefſinnigſten theoretiſchen Unterſuchungen erfordert werden, und inſoferne iſt es auch nützlich, etwas von Aufgaben dieſer Art in einem Lehrbuche zu zeigen.

Uebrigens kann dieſes reichhaltige Buch jedem, der es mit Aufmerkſamkeit lieſet, einen neuen Beweis geben, wie nützlich man dem Bergbau durch ſchickliche Anwendung gründlich erlernter mathematiſchen Wiſſenſchaften werden könne, und wer nur den Werth unſers ſächſiſchen Bergbaues, und deſſen Wichtigkeit für unſer ganzes Land kennet, auch an deſſen fernern Erhebung mit arbeiten ſoll, wird mit mir wünſchen, daß der Herr Verfaſſer ferner ſeine Kenntniſſe auf die Erweiterung der bergmänniſchen Wiſſenſchaften anwenden, bey dem Bergbau aber auch ſelbſt eine wohlverdiente Belohnung ſeines Fleiſſes und ſeiner Bemühungen finden möge.

Freyberg, im Monat April 1782.

J. F. W. Charpentier.

Gründ-

Gründliche Anleitung
zur
Markſcheidekunſt.

Erſte Abtheilung.

Cogitare debebis nullam artem literis, ſine aliqua exercitatione percipi poſſe.

I
Grundbegriffe der Markſcheidekunſt.

---

§. 1.

Bey den Anſtalten des Bergbaues (operis metallariorum) kommen verſchiedene Punkte, alſo auch Linien und Ebnen vor, deren Lage und Entfernungen gegen einander man wiſſen muß.

Dieß kann man bey einigen durch unmittelbares Meſſen erlangen, bey andern hingegen müſſen Gröſſen zu Hülfe genommen werden, mittelſt deren Ausmeſſungen man durch Schlüſſe das Geſuchte finden kann.

§. 2.

Mit allen dieſen Ausmeſſungen und Vergleichungen, und den daraus zum Behuf der Veranſtaltungen bey dem Bergbaue hergeleiteten Angaben beſchäftiget ſich die Markſcheidekunſt *) (Geometria ſubterranea).

§. 3.

In derſelben muß alſo gezeigt werden, wie man die theoretiſchen Lehren der Geometrie und beyder Trigonometrien anwenden könne, die zum Behuf des Bergbaues vorkommenden Abmeſſungen auf das leichteſte und vortheilhafteſte zu beſtimmen und mit einander zu vergleichen.

 §. 4.

*) Dem Wortverſtande nach heißt ſie Grenzſcheidekunſt, da das alte deutſche Wort Mar oder Mark ſo viel als Grenze bedeutet.

Der Nothwendigkeit, die Grenze oder Markſcheide einer Zeche zu beſtimmen, mag dieſe Kunſt wohl auch ihren Urſprung zu verdanken haben. Und ihre Kunſtwörter zeigen, daß ſie eine Erfindung der Deutſchen iſt.

§. 4.

Die Darſtellung der Lage der abgemeſſenen Punkte auf dem Papiere heißt eine **geometriſche Verzeichnung.**

§. 5.

Giebt ſolche das Bild eines Grubengebäudes (fodinae), ſo nennt man ſie einen **Markſcheiderriß.**

§. 6.

Die Richtungen, die Fäden haben, wenn man an ihnen eine Bleykugel oder ſonſt einen kleinen ſchweren Körper herabhängen läßt, heiſſen **Vertikallinien,** und die mit ihnen rechte Winkel machen, **Horizontallinien.**

Eine Ebne in der Lage der Vertikallinien nennt man eine **Vertikalebne,** auch **Vertikalfläche,** und jede Ebne, die auf ihr ſenkrecht ſteht, eine **Horizontalebne, Horizontalfläche.**

§. 7.

In der Markſcheiderſprache heißt:

Eine Vertikallinie, eine **ſeigere Linie** (linea perpendicularis).

Eine Vertikalebne, eine **ſeigere Ebene,** (planum perpendiculare).

Eine Horizontalfläche, eine **ſöhlige Ebne;**

Und jede Linie in dieſer, eine **ſöhlige Linie** (linea horizontalis);

Jede ſchiefe Linie aber, oder ſolche, die gegen eine ſöhlige Ebne unter ſchiefe Winkeln geneigt iſt, eine **Donlegigte.**

§. 8.

Jede Ebne alſo, die eine ſöhlige unter rechte Winkel ſchneidet, iſt ſeiger und umgekehrt.

Auch jede Linie, die mit einer ſöhligen Ebne oder ſöhligen Linie rechte Winkel macht, iſt ſeiger und umgekehrt.

§. 9.

§. 9.

Abzumeſſende Punkte ſeyen (Fig. 1), A, B, C, D, E ꝛc. und einer nach Gefallen über den andern erhöhet.

Man denke ſich eine Horizontalebne, welche die Ebne des Papiers, worauf ſich die Figur befindet, vorſtellen mag;

Fälle auf dieſe von den Punkten A, B, C, D, E ꝛc. die Perpendikel Aa, Bb, Cc, Dd, Ee ꝛc.;

So heiſſen die Punkte a, b, c, d. e ꝛc., wo dieſe Lothe auf der Horizontalfläche eintreffen, der Punkte A, B, C, D, E ꝛc. **Projektionen auf die ſöhlige Ebne**, oder auch, **die auf den Horizont oder eine ſöhlige Ebne reducirten Punkte** A, B, C, D, E ꝛc., und die Linien ab, u. ſ. w. der Linien AB, u. ſ. f. **Projektionen auf einer ſöhligen Ebne**; oder auch **die auf den Horizont oder eine ſöhlige Ebne reducirten Linien** AB, u. ſ. w.

§. 10.

Eine Figur auf dem Papiere, die der auf den Horizont reducirten abcde ähnlich iſt, heißt der Figur ABCDE **Grundriß**, auch **ſöhliger Riß** (ichnographia).

§. 11.

Wären z. E. A, B, C, D. E, Punkte eines Stollns (cuniculi):

So würde abcde dieſes Stollns Grundriß ſeyn.

§. 12.

Man verzeichnet eine Linie in Grundriß, wenn man ihre Projektion auf eine ſöhlige Ebne beſtimmt (10).

Eben ſo einen Punkt.

§. 13.

Durch einen Grundriß kann man nur die ſöhligen Abſtände, nicht die verſchiedenen ſeigern Erhöhungen der abgemeſſenen Punkte angeben (10).

Will man aber letzteres, ſo muß man dieſe Figur auf eine ſeigere Ebne (5) reduciren, indem man auf ſie von dieſen Punkten Perpendikel fällt, und dadurch **deren Projektion auf die ſeigere Ebne** beſtimmt, oder darauf **die Figur reducirt.**

§. 14.

Eine Figur auf dem Papiere, die der auf der ſeigern Ebne reducirten ähnlich iſt, heißt ein **Profil** oder **Seigerriß** (orthographia).

§. 15.

Dieſer ſtellt alſo diejenige Figur vor, welche man erhielte, wenn man z. E. ein Grubengebäude mit einer ſeigern Ebne durchſchnitte.

§. 16.

Wenn man einer Linie Projektion auf eine ſeigere Ebne beſtimmt (13):

So verzeichnet man ſie in Seigerriß.

Eben ſo einen Punkt.

§. 17.

Der Linie AB eine Endpunkt A, von dem weg der **Markſcheider** ihre Richtung rechnet, heißt deren **Anfangspunkt**, der andre B aber ihr **Endpunkt**;

§. 18.

Die Entfernung beyder Punkte A, B von einander, deren **wahrer Abſtand.**

§. 19.

Er iſt einerley mit der Linie AB Länge (magnitudine).

Käſtners Geometrie. 1. Foderung.

§. 20.

Will man eine Linie AB in Grund- und Seigerriß verzeichnen:

So muß man ihre Lage, oder welches einerley, die Lage ihres Endpunktes gegen ihren Anfangs-

fangspunkt, überdieß auch ihre Länge (magnitudinem) wiſſen.

Beweis

Erhellet aus 12 und 16.

§. 21.

Die Entfernung eines Punktes von einer Linie oder Ebne, iſt, wie in der Geometrie, das Loth von dieſem Punkte auf die Linie oder Ebne.

§. 22.

Wenn die Entfernungen BC, BG, BF (Fig. 2.) eines Punktes B von dreyen durch einen gegebenen Punkt A laufenden und ihrer Lage nach bekannten Ebnen AH, IL, IK, gegeben ſind:

So weiß man B, und alſo auch AB.

§. 23.

Dieſer Lehrſatz iſt der Grund der ganzen Markſcheidekunſt, wie wir ſie in der Folge vortragen, wo wir die meiſten Aufgaben durch Rechnung, und weit zuverläßiger und bequemer aufzulöſen lehren werden.

§. 24.

Iſt A der ſchiefen Linie AB Anfangspunkt, AH eine durch ihn gehende ſöhlige Ebne:

So zeigt des Endpunkts B Entfernung BC von dieſer Ebne, **wie viel B höher als A, oder A tiefer als B liegt.**

§. 25.

Dieſes Perpendikel BC heißt des Punkts B oder der Linie AB Seigerteufe.

§. 26.

Zieht man den Punkt C, als die Projektion des Endpunkts B auf die durch A gehende ſöhlige Ebne, und den Anfangspunkt A durch eine gerade Linie AC zuſammen:

So giebt AC den **horizontalen Abſtand** des **Punkts B von A.**

§. 27.

Dieſen nennt man die Sohle (baſin) des Punkts B oder der Linie AB.

§. 28.

Der Winkel, den eine Linie AB mit einer ſöhligen Ebne AH macht, heißt dieſer Linie **Neigung** oder **Neigungswinkel** (inclinatio).

In der Markſcheiderſprache wird er ihr **Fallen** oder ihre **Donlege** genannt.

§. 29.

Wenn in dem bey C rechtwinklichten Drenecke BCA, der Winkel BAC der Linie AB Neigung (28):

So iſt der dieſem Winkel gegenüberliegende Cathete BC die Seigerteufe, und der ihm anliegende AC die Sohle von B oder AB, auch die Hypothenuſe AB des Punkts B von A wahrer Abſtand (28, 25, 27, 18).

§. 30.

AB (29) wird von einigen Markſcheidern auch die **Fläche** genennt.

§. 31.

Weiß man der Linie AB Länge und Neigung:

So läßt ſich deren Seigerteufe und Sohle finden, (29, und Käſtn. eb. Trig. 5 S.).

II.

Erklärungen und Lehnſätze aus der mathematiſchen Geographie.

---

§. 32.

Unſere Erde iſt ein runder Körper, deſſen eigentliche Geſtalt ein zuſammengedrücktes Sphäroid iſt, das einer Kugel ziemlich nahe kommt.

Wir

Wir können daher in der Markſcheidekunſt, wie in vielen andern Fällen, die Erde als eine vollkommne Kugel anſehen, deren Durchmeſſer = 6544040 Toiſen *), ohne dadurch einen merklichen Fehler zu begehen.

§. 33.

Sie drehet ſich täglich um eine unveränderliche Axe, die die **Erdaxe** heißt.

§. 34.

Die beyden Punkte, wo die Erdaxe in der Erdoberfläche eintrift, werden die **Erdpole** genennet, und zwar der eine auf der Halbkugel, wo wir Europäer wohnen, der **Nordpol** (polus arcticus), der gegenüberſtehende aber der **Südpol** (antarcticus).

§. 35.

Man denke ſich auf der Erdkugel Oberfläche einen größten Kreiß, deſſen Ebne ſenkrecht die Erdaxe ſchneidet:

Dieſer heißt der **Aequator**, und ſeine Ebne des **Aequatorsebne.**

§. 36.

Ein größter Kreiß durch einen beliebigen Punkt L auf der Erdfläche und durch beyde Pole (34), heißt des Orts L **Mittagskreis** (Meridianus), und deſſen Ebne die **Mittagsfläche** (planum meridiani).

§. 37.

Jeder Ort auf der Erde hat alſo ſeinen eignen Mittagskreis, und alle Mittagsflächen ſchneiden einander in der Erdaxe (Geom. 49 S. 4 Z.).

§. 38.

Jedes Orts L **Horizontalfläche** (6) berührt die Erdfläche in L, und wird von der durch L gehenden Mit-

*) Eine Toiſe = 6 Pariſerfuß; und 14400 Leipzgfuß = 12520 Parfuß.

tagsfläche in einer geraden Linie geſchnitten (Geom. II. Th. 2. Erkl. Anm.), die des Orts L Mittagslinie heißt.

§. 39.

Denkt man ſich in der Ebne des Mittagskreiſes eine gerade Linie, die ihn im Punkte L berührt:

So iſt ſie eine Tangente, und zeigt die Richtung der Mittagslinie des Orts L an (Geom. 41. S. 6. Z.).

§. 40.

Jede Mittagsfläche ſteht auf ihres Ortes Horizontalfläche ſenkrecht.

Sie iſt daher eine Vertikalfläche (8).

Auch eine ſolche iſt die Aequatorsebne (35, 8).

III.

Verfolg der Markſcheidekunſt Grundbegriffe.

---

§. 41.

Durch AB gehe eine ſeigere Ebne ABC, und durch den Anfangspunkt A die Mittagsfläche IL:

So werden beyde Ebnen, folglich auch ihr Durchſchnitt auf der durch A gehenden ſöhligen Ebne ſenkrecht ſtehen (40, 8, und Geom. 48 S.):

Alſo wird der Winkel CAL = dem ſeyn, den die Mittagsfläche IL und die durch AB gehende ſeigere Ebne ABC mit einander machen (Geom. II. Th. 2. Erkl.)

§. 42.

Dieſer Winkel heißt der Streichungswinkel der Linie AB oder ſeigere Ebne ABC.

Kurz könnte man ihn die Streichung nennen.

§. 43.

§. 43.

Man verſteht durch das Streichen einer Ebne oder Linie die Lage ihrer Ausdehnung nach einer ſöhligen Länge. Dieß zu beſtimmen, kann eigentlich jede Vertikalebne dienen, deren Lage beſtändig und bekannt iſt, und nach der man einen Streichungswinkel CAL ſchätzen kann. Nun iſt die Lage der Mittagsfläche immer dieſelbe, und läßt ſich nach aſtronomiſchen Gründen finden *); daher ſchätzt man mit Recht nach ihr das Streichen jeder Ebnen, oder Linie.

Ich werde in der Folge allemal das Streichen auf die Mittagsfläche bezogen, verſtehen, ob es gleich die meiſten Markſcheider auf eine andre Ebne beziehen, auf die ſogenannte Magnetebne, die wir weiter unten (§. 164) kennen lernen werden. Dieſe Ebne iſt periodiſch veränderlich (§. 166), alſo nicht in ihrer Lage beſtändig: daher kann man nur anfangs das Streichen nach ihr beſtimmen, dann aber muß man es auf die Mittagsfläche reduciren, wozu weiter unten Anweiſung folgen wird.

§. 44.

Jede in einer und derſelben ſeigere Ebne liegende Linie hat mit ihr einerley Streichung (41).

§. 45.

Umgekehrt: Die durch eine und derſelben Linie AB gehende ſeigere Ebene hat mit AB einerley Streichung.

§. 46.

Alſo hat einer Linie AB Projektion auf eine ſöhlige Ebne mit AB einerley Streichung (44 und 9).

§. 47.

Weiß man der ſchiefen Linie AB Streichung und ihre Sohle AC:

So

*) Wir werden weiter unten (§. 236) etwas davon ſagen.

So kann dadurch dieſer oder ihres Endpunktes Projektion auf eine ſöhlige Ebne angegeben werden.

Beweis.

A' H' ſey eine ſöhlige Ebne. Man fälle auf ſie von A und B die Lothe AA', BC':

So iſt A' des Punkts A, C' des Punkts B, und A'C' der Linie AB Projektion auf A' H' (9).

Aber AA' iſt mit CC', AC mit A'C', und AL mit Al parallel (Geom. 46. S. I.; daſ. II. Th. 1. Erkl. und 11. S.).

Alſo AC = A'C' (Geom. 12. S. 3. Z.) und WC'H'l = CHL, (Geom. 46. S. 2. Z.) = der AB Streichung (41).

§. 48.

Durch den Anfangspunkt A gehen die Aequatorsebne IK und Mittagsfläche IL. Nun ſeyen des Endpunkts B Entfernungen BG von IL und BF von IK bekannt:

So kann man dadurch ebenfalls der Linie AB oder ihres Endpunkts B Projection auf einer ſöhligen Ebne A'H' angeben.

Beweis.

Von A ſey, wie vorhin, das Perpendikel AA'; überdieß von dem Punkte G, wo BH in IL eintrift, das Loth GD'; dem Punkte F, wo BF in IK einſchneidet, das Perpendikel FE' auf die ſöhlige Ebne A'H' gefällt:

So wird GD' itzt genannte Ebne A'H' in D' und FE' in E' treffen, und A' des Punkts A, C' des Punkts B, und A'C' der Linie AB Projektion auf A'H' seyn (9).

Man ziehe C' und D' ſo wohl als C' und E' durch eine gerade Linie zuſammen:

So

So iſt

$$\left.\begin{array}{ll} & C'D' = BG \\ & \qquad = A'E' \\ \text{und} & \\ & C'E' = BF \\ & \qquad = A'D' \end{array}\right\}$$ (G. 46. S. I.; und 12. S. 3. Z.).

§. 49.

Da CA = C'A' (G. 46. S. I.; und 11. S. und 12. S. 3 Z.), und der Winkel C'A'D', den A'C' mit der Ebnen IL, A'H' Durchſchnitte A'I macht, = der AB Streichung (46):

So wird zugleich auch der Linie AB Sohle und Streichung beſtimmt, wenn man nach vorigem §. ihres Endpunktes B Projection auf einer ſöhligen Ebne angiebt.

§. 50.

Der Linie AB Endpunkts B Entfernung BG von der durch ihren Anfangspunkt A laufenden Mittagsfläche, heiſſe der **Streichungſinus**, und dieſes Punkts B Entfernung BF von der durch A gehenden Aequatorsebne, der **Streichungcoſinus**, der Linie AB.

Kürzer könnte man dieſe Größen den **Streichſinus**, **Streichcoſinus** nennen.

§. 51.

Das Dreyeck ADC iſt bey D rechtwinklicht (G. 46. S.) und der Winkel CAD der Linie AB Streichung (41); überdieß iſt der dieſem Winkel gegenüberſtehende Cathete CD, = BG, dem Streichungſinus der AB; der an ihm liegende Cathete AD, = EC = BF, dem Streichungcoſinus von AB, und die Hypothenuſe AC die Sohle von AB (50, 26).

§. 52.

Weiß man einer Linie Streichung und Sohle:

So kann man daraus ihren Streichungſinus und Streichungcoſinus finden, (51, und eb. Trig. 5. S.).

§. 53.

Jede Linie AB, deren Sohle und Streichung, oder, ſtatt dieſen Dingen, ihr Streichungſinus und Streichungcoſinus bekannt iſt, kann dadurch in Grundriß verzeichnet werden (47, 48, 12); in Seigerriß aber, wenn man ihre Seigerteufe weiß (24, 13, 16).

§. 54.

Weiß man eines Punkts B wahren Abſtand von ſeinem Anfangspunkte A; der durch A und B gehenden geraden Linie AB Streichungswinkel und Neigung:

So kann man die Lage des Punkts B angeben.

Beweis.

Denn eben dieſe Dinge werden (wie aus dem bisherigen erhellet) erfordert, die Entfernungen des Punktes B von dreyen durch A gehenden ihrer Lage nach bekannten Ebnen zu beſtimmen (22).

Die bekannten drey Ebnen aber ſind die durch A laufende Mittagsfläche, Aequatorsebne und Horizontalfläche; weil aller dieſer Ebnen Lage ſich finden läßt.

§. 55.

Der Markſcheider muß die Lage aller Punkte ſuchen (1), die ihm zu den von ihm verlangten Angaben nöthig ſind.

Daher ſind: wahrer Abſtand, Neigung und Streichungswinkel eigentlich die Data, aus den der Markſcheider die von ihm gefoderten Angaben theils durch Rechnung, theils durch geometriſche Verzeichnung herleiten kann (47).

§. 56.

Dieſe Data zu finden, bedient man ſich in der Markſcheidekunſt vorzüglich der Schnüre und Kette, des Gradbogens und Compaſſes, Werkzeuge, beſonders leztere, die von den gewöhnlichen der Feld-

meſſer abgehen; da dem Markſcheider bey den unterirdiſchen Meſſungen die Natur ſeines Gegenſtandes den Gebrauch der geodätiſchen Werkzeuge entweder gar nicht zuläſſet, oder wenigſtens doch ſehr erſchweret. Bey Meſſungen über Tage, d. h. auf der Erdfläche, können ihm ebenfalls letztgenannte Werkzeuge gute Dienſte thun.

IV.

Lachtermaaß (orgyca metalicorum).

§. 57.

Zufolge des Herrn von Oppels Markſcheidekunſt 113 §, iſt das Freybergiſche Lachter eine Länge

$= 3\frac{1}{2}$ Frb. Elle.

$= 6$ Fuß 3 Zoll $10\frac{3}{4}$ Lin. Rheinl. Maaß.

§. 58.

Da

$$6 \text{ Fuß } 3 \text{ Zoll} = (6.\ 12 + 3) \text{ Zoll} = 75 \text{ Zoll}$$

und

$$10\tfrac{3}{4} \text{ Lin.} = \frac{10\frac{3}{4}}{12} \text{ Zoll} = 0{,}8958333\ldots \text{ Zoll:}$$

So hat man das Freybergiſche Lachter (§. 57).

$$= 75{,}8958333 \text{ Rheinl. Zoll} = 6{,}324653 \text{ Rheinl. Fuß.}$$

Weil ferner

$$6 \text{ Fuß } 3 \text{ Zoll} = \frac{25}{4} \text{ Fuß}$$

$$10\tfrac{3}{4} \text{ Linien} = \frac{43}{4.\ 144} \text{ Fuß;}$$

So

So kann dadurch dieſer oder ihres Endpunktes Projektion auf eine ſöhlige Ebne angegeben werden.

Beweis.

A'H' ſey eine ſöhlige Ebne. Man fälle auf ſie von A und B die Lothe AA', BC':

So iſt A' des Punkts A, C' des Punkts B, und A'C' der Linie AB Projektion auf A'H' (9).

Aber AA' iſt mit CC', AC mit A'C', und AL mit Al parallel (Geom. 46. S. I.; daſ. II. Th. 1. Erkl. und 11. S.).

Alſo AC = A'C' (Geom. 12. S. 3. Z.) und WC'H'l = CHL, (Geom. 46. S. 2. Z.) = der AB Streichung (41).

§. 48.

Durch den Anfangspunkt A gehen die Aequatorsebne IK und Mittagsfläche IL. Nun ſeyen des Endpunkts B Entfernungen BG von IL und BF von IK bekannt:

So kann man dadurch ebenfalls der Linie AB oder ihres Endpunkts B Projection auf einer ſöhligen Ebne A'H' angeben.

Beweis.

Von A ſey, wie vorhin, das Perpendikel AA'; überdieß von dem Punkte G, wo BH in IL eintrift, das Loth GD'; dem Punkte F, wo BF in IK einſchneidet, das Perpendikel FE' auf die ſöhlige Ebne A'H' gefällt:

So wird GD' itzt genannte Ebne A'H' in D' und FE' in E' treffen, und A' des Punkts A, C' des Punkts B, und A'C' der Linie AB Projektion auf A'H' ſeyn (9).

Man ziehe C' und D' ſo wohl als C' und E' durch eine gerade Linie zuſammen:

So

So iſt

$$C'D' = BG$$
$$= A'E'$$

und

$$C'E' = BF$$
$$= A'D'$$

(§. 46. S. I.; und 12. S. 3. Z.).

§. 49.

Da $CA = C'A'$ (§. 46. S. I.; und 11. S. und 12. S. 3 Z.), und der Winkel $C'A'D'$, den $A'C'$ mit der Ebnen IL, $A'H'$ Durchſchnitte $A'I$ macht, = der AB Streichung (46):

So wird zugleich auch der Linie AB Sohle und Streichung beſtimmt, wenn man nach vorigem §. ihres Endpunktes B Projection auf einer ſöhligen Ebne angiebt.

§. 50.

Der Linie AB Endpunkts B Entfernung BG von der durch ihren Anfangspunkt A laufenden Mittagsfläche, heiſſe der **Streichungſinus**, und dieſes Punkts B Entfernung BF von der durch A gehenden Aequatorsebne, der **Streichungcoſinus**, der Linie AB.

Kürzer könnte man dieſe Größen den **Streichſinus**, **Streichcoſinus** nennen.

§. 51.

Das Dreyeck ADC iſt bey D rechtwinklicht (§. 46. S.) und der Winkel CAD der Linie AB Streichung (41); überdieß iſt der dieſem Winkel gegenüberſtehende Cathete CD, = BG, dem Streichungſinus der AB; der an ihm liegende Cathete AD, = EC = BF, dem Streichungcoſinus von AB, und die Hypothenuſe AC die Sohle von AB (50, 26).

§. 52.

Weiß man einer Linie Streichung und Sohle:

So kann man daraus ihren Streichungſinus und Streichungcoſinus finden, (51, und eb. Trig. 5. S.).

§. 53.

§. 53.

Jede Linie AB, deren Sohle und Streichung, oder, ſtatt dieſen Dingen, ihr Streichungſinus und Streichungcoſinus bekannt iſt, kann dadurch in Grundriß verzeichnet werden (47, 48, 12); in Seigerriß aber, wenn man ihre Seigerteufe weiß (24, 13, 16).

§. 54.

Weiß man eines Punkts B wahren Abſtand von ſeinem Anfangspunkte A; der durch A und B gehenden geraden Linie AB Streichungswinkel und Neigung:

So kann man die Lage des Punkts B angeben.

Beweis.

Denn eben dieſe Dinge werden (wie aus dem bisherigen erhellet) erfordert, die Entfernungen des Punktes B von dreyen durch A gehenden ihrer Lage nach bekannten Ebnen zu beſtimmen (22).

Die bekannten drey Ebnen aber ſind die durch A laufende Mittagsfläche, Aequatorsebne und Horizontalfläche; weil aller dieſer Ebnen Lage ſich finden läßt.

§. 55.

Der Markſcheider muß die Lage aller Punkte ſuchen (1), die ihm zu den von ihm verlangten Angaben nöthig ſind.

Daher ſind: wahrer Abſtand, Neigung und Streichungswinkel eigentlich die Data, aus den der Markſcheider die von ihm gefoderten Angaben theils durch Rechnung, theils durch geometriſche Verzeichnung herleiten kann (47).

§. 56.

Dieſe Data zu finden, bedient man ſich in der Markſcheidekunſt vorzüglich der Schnüre und Kette, des Gradbogens und Compaſſes, Werkzeuge, beſonders letztere, die von den gewöhnlichen der Feldmeſſer

meſſer abgehen; da dem Markſcheider bey den unterirdiſchen Meſſungen die Natur ſeines Gegenſtandes den Gebrauch der geodätiſchen Werkzeuge entweder gar nicht zuläſſet, oder wenigſtens doch ſehr erſchweret. Bey Meſſungen über Tage, d. h. auf der Erdfläche, können ihm ebenfalls letztgenannte Werkzeuge gute Dienſte thun.

IV.

Lachtermaaß (orgyca metalicorum).

§. 57.

Zufolge des Herrn von Oppels Markſcheidekunſt 113 §, iſt das Freybergiſche Lachter eine Länge

$= 3\frac{1}{2}$ Frb. Elle.

$= 6$ Fuß 3 Zoll $10\frac{3}{4}$ Lin. Rheinl. Maaß.

§. 58.

Da

$$6 \text{ Fuß } 3 \text{ Zoll} = (6.\ 12 + 3) \text{ Zoll} = 75 \text{ Zoll}$$

und

$$10\tfrac{3}{4} \text{ Lin.} = \frac{10\frac{3}{4}}{12} \text{ Zoll} = 0{,}8958333\ldots \text{ Zoll:}$$

So hat man das Freybergiſche Lachter (§. 57).

$$= 75{,}8958333 \text{ Rheinl. Zoll}$$
$$= 6{,}324653 \text{ Rheinl. Fuß.}$$

Weil ferner

$$6 \text{ Fuß } 3 \text{ Zoll} = \frac{25}{4} \text{ Fuß}$$

$$10\tfrac{3}{4} \text{ Linien} = \frac{43}{4.\ 144} \text{ Fuß;}$$

So

So iſt auch das Freybergiſche Lachter

$$= \left(\frac{25}{4} + \frac{43}{4 \cdot 144}\right) \text{Fuß}$$

$$= \frac{3643}{576} \text{ rheinl. Fuß,}$$

wie im v. O. Markſch. a. a. O.

§. 59.

Nach des Herrn Bergmeiſter Scheidhauers Unterſuchung, die er mit einem Stab von Lindenholze anſtellte, auf dem das Lachter mit ſeinen Achttheilen und Achtelsachttheilen verzeichnet war, wäre das Freybergiſche Lachter = 82, 68 Leipziger Ellenzolle: alſo = 6, 14588 Rheinl. Fuß = 73, 75056 Rheinl. Zolle, wenn, (Mayers prakt. Geom. S. 52)

Rheinl. Fuß: Leipz. Fuß = 13918, 30: 12520.

§. 60.

Der Nachricht gemäß, die der Herr Bergmeiſter Scheidhauer mir zu geben die Gewogenheit gehabt hat, wurde vorhin genannter Stab im hochpreißlichen Berggemache zu Dresden aufbehalten, und vor einigen Jahren zu Juſtirung des Freybergiſchen Lachtermaaßes nach Freyberg an Herrn Kunſtmeiſter **Menden** abgegeben.

Auf deſſen einen breiten Kannte war das Lachtermaaß verzeichnet mit ſeinen Achteln, und jedes Achtel wieder in acht Theile getheilt, dabey die Aufſchrift:

> **Das iſt das Rechte Berglochter, wie es in denen Bergſteden gebraucht, vnd die Maſen darnach vermeſſen werden.**

Auf der einen ſchmalen Kannte, war der vierte Theil einer Dresdner Ruthe oder eigentlich $2\frac{1}{2}$ Decimalſchuh derſelben verzeichnet, mit der Aufſchrift:

> **Zwey und ein halber DECIMAL Schuch. Oder der viertetheil von Einer acht Elichten**

lichten Dresdniſchen Ruthe in Meilen und Gebäude Ausmeſſung zu gebrauchen.

Auf der zweyten ſchmalen Kannte waren $2\frac{1}{2}$ Decimalſchuh oder $\frac{1}{4}$ Leipziger Ruthe verzeichnet, mit der Aufſchrift:

Zwey und Ein halber DECIMAL Schuch. Oder der viertetheil von einer Leipziger Ruthe von Sieben und einer halben Leipziger Elle und ein Gemunde die Ruthe in ganzer Länge zu Ausmeſſung der Felder, Wieſen, Teiche und Gehölze zu gebrauchen.

Auf der zweyten breiten Kannte waren ungleiche Theile verzeichnet, und wechſelsweiſe die Aufſchrift:

Die Seigerteufe — Die Seigerteufe
Die Thal Lege — Die Thal Lege.

Uebrigens will ich noch anmerken, daß der Herr Bergmeiſter Scheidhauer dieſe Unterſuchung (vor. §) den 17. Merz des 1772. Jahres angeſtellt, und den 19ten darauf wiederholet hat.

§. 61.

Setzt man das Freybergiſche Lachter, wie itzt gewöhnlich

= $3\frac{1}{2}$ Leipz. Elle
= 7 Leipz. Fuß,

und die Verhältniß des Rheinländiſchen Fuſſes zum Leipziger

= 13918,30 : 12520, (59)
= 139183 : 125200;

So hat man

$$1 \text{ Leipz. Fuß} = \frac{125200}{139183} \text{ Rhl. Fuß.}$$

 = 0,

= 0,89235107 Rhl. Fuß.
= 10,90821284 Rhl. Zoll.

Folglich

7 Leipz. Fuß = 6, 24645749 Rhl. Fuß.
= 74,95748988 - Zoll.

§. 62.

Der Logarithme von 6, 246..... Rheinl. Fuß = 0,4946087.

Addirt man ihn zu einer gegebenen Zahl Lachter: So erhält man einen Logarithmen der einer Zahl von Rheinländiſchen Fuſſen zugehört, die ſo viel Lachter, als gegeben ſind, betragen.

Zieht man ihn aber vom Logarithmen einer Zahl von Rheinl. Fuſſen ab: So kommt der Logarithme einer Zahl von Lachtern, die eben ſo viel Fuſſe betragen.

§. 63.

Das Lachter wird gemeiniglich in acht gleiche Theile oder **Achtel** getheilet; jedes Achtel aber in 10 gleiche Theile, oder **Lachterzolle**; jeder ſolcher Zoll wieder in 10 gleiche Theile oder **Primen**, und ſo nach der Decimaleintheilung weiter.

§. 64.

Nach dem 61 § wäre

$\frac{1}{8}$ Lachter oder 10 Lrz. = 9,3646 .... R.Z.
= 10,5 Leipz. Zoll
$\frac{1}{16}$ - - 5 - = 4,6823 ... R.Z.
= 5,25 Leipz. Zoll.
$\frac{1}{80}$ - - 1 - = 0,93646 ... R.Z.
= 1,05 Leipz. Zoll.

So laſſen ſich die Theile des Freybergiſchen Lachters (61) im Rheinländiſchen und andern Maaße ausdrücken.

Auf ähnliche Art geſchieht dieß auch mit jedem andern Lachter.

In Käſtners Markſcheidekunſt 8 und 12 § der 2. Anmerkung findet man die Theile des Freybergiſchen Lachters, nach der Größe, wie es der Herr von Oppel angiebt; auch die Theile des Clausthaliſchen Lachters im Rheinländiſchen Maaße ausgedrückt.

§. 65.

Es würde bequem und vortheilhaft ſeyn, wenn bey der Eintheilung des Lachters, ganz die Decimaleintheilung befolgt worden wäre.

Indeſſen muß man benöthigten Falls Achtellachter auf Decimaltheile des ganzen Lachters bringen.

Dieß geſchieht nach Nr. III Cap. 3 §; Alſo:

$\frac{1}{8}$ Lr. = 0,125 Lacht.

Folglich:

$\frac{2}{8}$ Lr. = 2 × 0,125 Lr.
= 0,250 Lr.
$\frac{3}{8}$ Lr. = 0,375 Lr.

u. ſ. w.

So könnte man leicht jede Zahl der Achtellachter von 1 bis 7 in eine Tafel bringen.

Dieſe hätte nicht allein bey den Achtellachtern ihren Nutzen, ſondern auch bey den Lachterzollen, Primen ꝛc.; weil die Zahl, die eine gewiſſe Menge Lachterzolle, Primen ꝛc., in Decimaltheilen des Lachters ausdrückt, zehnmal, hundertmal u. ſ. w. kleiner iſt, als die Zahl, die eine eben ſo große Menge Achtellachter in Decimaltheilen des Lachters anzeigt.

Z. E. 5 Achtellr. = 0,625 Lr.

Aber

5 Lrzolle = 0,5 Achtellr.
= 0,0625 Lr.
5 Primen = 05 Lrzolle.
= 0,05 Achtellr.
= 0,00625 Lr.

§. 66.

Die Bequemlichkeit, die die Decimaleintheilung beym Rechnen verſchaffet, kann man auch bey der gewöhnlichen Eintheilung des Lachters erhalten, wenn man mit dem Herrn Hofrath Käſtner (Markſcheidekunſt, 2te Anmerkung 46 ꝛc.) das Achtellachter zur Einheit des Lachtermaaßes annimmt.

Thut man dieſes: So heißt das Lachter = 8, und kann alſo das Produckt, das durch die Multiplication der Zahl der Lachter mit 8 herauskommt, an die Zahl der Achtellachter und deren Theile ſo ſchreiben, daß ſich alle Ziffern zuſammen nach dem Geſetze der Decimalarithmetick leſen laſſen.

So wären z. B.:

50 Lr. 3 Achtellr. 6 Lrz. 7 Pr.
= 403 Alr. 6 Lrz. 7 Pr.
= 403 Alr. + 6. $\frac{1}{10}$ Alr. + 7 $\frac{1}{100}$ Alr.
= 403, 67 Achtlr.

§. 67.

Ein Lachter in ein andres oder deſſen Theile (63) zu verwandeln.

Auflöſung.

Hiezu muß man die Verhältniſſe in den beyde gegen andere bekannte Maaße ſtehen, wiſſen.

Geſetzt alſo, man ſollte die **ſchwediſche Famme** (ein Maaß der ſchwediſchen Bergleuthe) in Freybergiſche Lachterzolle verwandeln:

So hat man dazu folgende Angaben:

1 Famme = 6 ſchw. Fuß (v. O. Mkſ. §. 76)
12520 ſchw. Fuß = 13159 Leipzfuß (Mayers prakt. Geom. S. 52).
7 Leipzigfuß = 80 Lrzolle (§. 63).

Die

Die Berechnung aber iſt folgende:

$$1 \text{ ſchw. Fuß} = \frac{13159}{12520} \text{ Leipzfuß:}$$

Alſo

$$1 \text{ Famme} = 6 \times \frac{13159}{12520} \text{ Leipzfuß;}$$

Aber

$$1 \text{ Leipz. Fuß} = \frac{80}{7} \text{ Lrz.}$$

Folglich

$$1 \text{ Famme} = 6 \times \frac{13159}{12520} \times \frac{80}{7} \text{ Lrz.}$$

$$= \frac{13159.48}{1252.7} \text{ Lrz.}$$

$$= \frac{13159.12}{2191} \text{ Lrz.}$$

Nun iſt

$$\log. \frac{13159.12}{2191} = \log. 13159 + \text{l. } 12$$

$$- \text{ l. } 2191$$

$$= 1{,}8587617.$$

Dieſer gehört zu 72, 237: Alſo die ſchwediſche Famme = 72, 237 Lrzolle.

Eben das würde man auch durch die Kettenregel erhalten haben. Aber es iſt offenbar viel beſſer, ſolche Rechnungen aus Gleichungen, wie hier geſchehen, herzuleiten.

Bey Verwandlung andrer Lachtermaaße in einander läßt ſich ähnliches Verfahren anbringen.

§. 68.

Wenn man das Freybergiſche Lachter in 1000 gleiche Theile theilt: So enthält das Joachimsthaliſche

 986

986 derſelben; das Eislebiſche 1014, und das Clausthaliſche 970, (Käſtn. a. B. 2te Anmerk. §. 1, und Weidlers Markſcheidekunſt, §. 16).

Dieß dient zur Vergleichung verſchiedener Lachter unter einander.

Dieſe wird richtig ſeyn, inſoferne die angegebenen Verhältniſſe richtig ſind.

Herr H. Käſtner hat Weidlern ſeine bequemer, wie hier, ausgedruckt.

Weidler nämlich ſetzt das Freybergiſche Lachter = 500; alſo iſt das Joachimsthaliſche = 493, das Eislebiſche = 507, und das Clausthaliſche = 485.

Ohne Zweifel hat ſie Weidler aus Veigtels Markſcheidekunſt (Seite 1) genommen. Man muß daher unter dem angegebenen Freybergiſchen Lachter das alte, wenigſtens nicht das = $3\frac{1}{2}$ Leipziger Elle verſtehen.

§. 69.

Zu finden, wie viel eine vorgegebene Zahl, die das Lachter in Decimaltheilen ausdruckt, Achtellachter enthält.

Auflöſung.

Die gegebene Zahl ſey = 0, abcd...;
Die geſuchte aber = x:
So iſt

$$x = 8 \times 0,abcd\ldots$$

Beweis.

Denn

$$0,abcd\ldots = \frac{x}{8} \text{ (Bed. d. Aufg.)}.$$

woraus x, wie angegeben, folgt.

V.

Die in der Markſcheidekunſt vorkommenden Werkzeuge, ihr Gebrauch, ihre Fehler und Prüfung derſelben, u. ſ. w.

---

a) Schnur, Kette und Lachterſtab.

§. 70.

I.) Gerade Linien anzugeben, bedient ſich der Markſcheider, beſonders über Tage, einer 10 bis 20 ꝛc. Lachter langen, und etliche Linien dicken baſtnen, meiſt flächſenen, Schnur; in der Grube aber, ſonderlich wo man wegen der Feuchtigkeit beym Gebrauche itzt genannter Schnur Unrichtigkeiten zu befürchten glaubt, der ſo genannten **Lachterkette.**

II.) Dieſe iſt gemeiniglich 6 Lachter lang, und beſteht aus ſchwachen meſſingenen Gliedweiſe mittelſt Ringe aneinander gehängten Drathe.

III.) Die Entfernung zwiſchen jeden auf einander folgenden Mittelpunkten zwoer ſolchen Ringe müſſen genau einerley Länge betragen.

IV.) Dieß iſt bey der gewöhnlichen Eintheilung des Lachters meiſt $= \frac{1}{8}$ Lachter, zuweilen aber nur $= \frac{1}{16}$ Lachter:

V.) Alſo in Rückſicht des Freybergiſchen Lachters (61) jene

$= 10{,}5$ Leipz. Zoll
$= 9{,}3646$ Rheinl. Zoll } (62).

Dieſe aber

$= 5{,}25$ Leipz. Zoll
$= 4{,}6823$ Rheinl. Zoll } (a. O.).

VI.) Bey der zehntheilichten Eintheilung des Lachters iſt gedachte Länge = $\frac{1}{10}$ Lachter: Alſo in Betracht des Freybergiſchen Lachters.

= 8, 4 Leipz. Zoll

= 7,49574.... Rheinl. Zoll.

VII.) An den beyden Enden einer ſolchergeſtalt eingerichteten Lachterkette, werden ein paar, etwa einen Zoll im Durchmeſſer habende Ringe angebracht.

VIII.) Uebrigens iſt bey jedem halben Lachter ein Merkmahl, bey jedem ganzen aber ein meſſingenes Plättchen befindlich, auf dem man das wie vielſte Lachter es vom Anfangspunkte der Kette iſt, bezeichnet hat.

IX.) Die dritte Figur ſtellt eine Lachterkette vor.

§. 71.

I.) Baſtene und flächſene Schnur pflegte man auch als Lachterkette einzurichten und zu gebrauchen, indem man ſie durch kleine meſſingene Ringe, auch wohl blos durch Knoten in ganze, halbe, auch viertel Lachter eintheilt, dergeſtalt, daß man am Ende eines jeden Lachters die Zahl deſſelben auf ein an den kleinen Ring angehängtes Blechlein anmerkte, um dadurch zugleich das Maaß der mit dieſen Schnüren gezogenen Linien angeben zu können.

II.) Man ſahe aber aus der Erfahrung, daß eine ſolche Lachterſchnur theils in der Näſſe einliefe, theils, nachdem ſie wenig oder viel ausgeſpannt, kürzer oder länger wurde, daß daher das darauf angemerkte Lachtermaaß nicht immer daſſelbe bliebe.

III.) Die baſtne Schnur läuft zwar nicht ſo leicht ein, und könnte daher in der Grube eher als die flächſene gebraucht werden; allein doch nur zu Ziehung und nicht zu Ausmeſſung gerader Linien, weil ſie ebenfalls genannten Fehler (II) unterworfen.

IV.) Dieſen Fehler zu vermeiden, läßt man die Lachterſchnur widerſinnig winden, in Oehl ſieden, und nachdem ſie getrocknet, durch zerfloſſenes Wachs ziehen, und mit harten Wachs durch und durch beſtreichen.

So nimmt ſie zwar die Feuchtigkeit weniger an, allein ſie iſt demohnerachtet beſſer nur zu Ziehung als Ausmeſſung gerader Linien zu gebrauchen, und zu jener Abſicht iſt auch ihre Eintheilung in Lachter nicht nöthig.

V.) Eigentlich kann eine ſolche Schnur (IV) entbehrt werden.

Zu Ziehung gerader Linien iſt ſo wohl in der Grube, als über Tage eine fein gleich gezwirnte, aber nicht zu viel gedrehte Schnur hinreichend. Wenn gleich dieſe naß zwiſchen zween feſten Punkten ausgeſpannt iſt: So hat man doch deshalb keinen Fehler zu befürchten, da man nur an der Schnur hinmißt, um die Entfernung beyder Punkte, nicht die Länge der Schnur, die ausgeſpannt war, zu wiſſen. Daher die von Markſcheidern im vorigen Paragraphs I Abſatze angegebene Abſicht dem Gebrauch der Schnur in der Grube zu entgehen keinen Einfluß hat. Vielmehr iſt die Lachterkette zu dieſer Abſicht würklich unbequem, da man mit Mühe eine andre Linie ziehen kann, als die eben ſo lang als ſie ſelbſt iſt; auch ihr Gewicht verurſacht, daß man ſie ſchwerlich in eine gerade Linie bringen kann; wiewohl es ſcheinet, daß, wenn ſie etwas angezogen, zwo an einander gehangene Glieder von ihr in einer geraden Linie liegen; dem ohnerachtet aber machen doch allemal zwo in einiger Weite von einander abſtehende Glieder einen Winkel, der merklich kleiner als zween rechte.

VI.) Uebrigens will ich noch anmerken, daß die ſeidnen Schnuren die haltbarſten ſind, und des-

986 derſelben; das Eislebiſche 1014, und das Claus-thaliſche 970, (Käſtn. a. B. 2te Anmerk. §. 1, und Weidlers Markſcheidekunſt, §. 16).

Dieß dient zur Vergleichung verſchiedener Lachter unter einander.

Dieſe wird richtig ſeyn, inſoferne die angegebenen Verhältniſſe richtig ſind.

Herr H. Käſtner hat Weidlern ſeine bequemer, wie hier, ausgedruckt.

Weidler nämlich ſetzt das Freybergiſche Lachter = 500; alſo iſt das Joachimsthaliſche = 493, das Eislebiſche = 507, und das Clausthaliſche = 485.

Ohne Zweifel hat ſie Weidler aus Veigtels Mark-ſcheidekunſt (Seite 1) genommen. Man muß daher unter dem angegebenen Freybergiſchen Lachter das alte, wenigſtens nicht das = $3\frac{1}{2}$ Leipziger Elle verſtehen.

§. 69.

Zu finden, wie viel eine vorgegebene Zahl, die das Lachter in Decimaltheilen ausdruckt, Achtellachter enthält.

Auflöſung.

Die gegebene Zahl ſey = 0, abcd...;
Die geſuchte aber = x:
So iſt

$$x = 8 \times 0,abcd...$$

Beweis.

Denn

$$0,abcd... = \frac{x}{8} \text{ (Bed. d. Aufg.).}$$

woraus x, wie angegeben, folgt.

V.

Die in der Markſcheidekunſt vorkommenden Werkzeuge, ihr Gebrauch, ihre Fehler und Prüfung derſelben, u. ſ. w.

a) Schnur, Kette und Lachterſtab.

§. 70.

I.) Gerade Linien anzugeben, bedient ſich der Markſcheider, beſonders über Tage, einer 10 bis 20 ꝛc. Lachter langen, und etliche Linien dicken baſtnen, meiſt flächſenen, Schnur; in der Grube aber, ſonderlich wo man wegen der Feuchtigkeit beym Gebrauche itzt genannter Schnur Unrichtigkeiten zu befürchten glaubt, der ſo genannten Lachterkette.

II.) Dieſe iſt gemeiniglich 6 Lachter lang, und beſteht aus ſchwachen meſſingenen Gliedweiſe mittelſt Ringe aneinander gehängten Drathe.

III.) Die Entfernung zwiſchen jeden auf einander folgenden Mittelpunkten zwoer ſolchen Ringe müſſen genau einerley Länge betragen.

IV.) Dieß iſt bey der gewöhnlichen Eintheilung des Lachters meiſt $= \frac{1}{8}$ Lachter, zuweilen aber nur $= \frac{1}{16}$ Lachter:

V.) Alſo in Rückſicht des Freybergiſchen Lachters (61) jene

$$\left.\begin{array}{l} = 10{,}5 \text{ Leipz. Zoll} \\ = 9{,}3646 \text{ Rheinl. Zoll} \end{array}\right\} (62).$$

Dieſe aber

$$\left.\begin{array}{l} = 5{,}25 \text{ Leipz. Zoll} \\ = 4{,}6823 \text{ Rheinl. Zoll} \end{array}\right\} (\text{a. O.}).$$

VI.) Bey der zehntheilichten Eintheilung des Lachters iſt gedachte Länge = $\frac{1}{10}$ Lachter: Alſo in Betracht des Freybergiſchen Lachters.

= 8, 4 Leipz. Zoll

= 7,49574.... Rheinl. Zoll.

VII.) An den beyden Enden einer ſolchergeſtalt eingerichteten Lachterkette, werden ein paar, etwa einen Zoll im Durchmeſſer habende Ringe angebracht.

VIII.) Uebrigens iſt bey jedem halben Lachter ein Merkmahl, bey jedem ganzen aber ein meſſingenes Plättchen befindlich, auf dem man das wie vielſte Lachter es vom Anfangspunkte der Kette iſt, bezeichnet hat.

IX.) Die dritte Figur ſtellt eine Lachterkette vor.

§. 71.

I.) Baſtene und flächſene Schnur pflegte man auch als Lachterkette einzurichten und zu gebrauchen, indem man ſie durch kleine meſſingene Ringe, auch wohl blos durch Knoten in ganze, halbe, auch viertel Lachter eintheilt, dergeſtalt, daß man am Ende eines jeden Lachters die Zahl deſſelben auf ein an den kleinen Ring angehängtes Blechlein anmerkte, um dadurch zugleich das Maaß der mit dieſen Schnuren gezogenen Linien angeben zu können.

II.) Man ſahe aber aus der Erfahrung, daß eine ſolche Lachterſchnur theils in der Näſſe einliefe, theils, nachdem ſie wenig oder viel ausgeſpannt, kürzer oder länger wurde, daß daher das darauf angemerkte Lachtermaaß nicht immer daſſelbe bliebe.

III.) Die baſtne Schnur läuft zwar nicht ſo leicht ein, und könnte daher in der Grube eher als die flächſene gebraucht werden; allein doch nur zu Ziehung und nicht zu Ausmeſſung gerader Linien, weil ſie ebenfalls genannten Fehler (II) unterworfen.

IV.)

IV.) Dieſen Fehler zu vermeiden, läßt man die Lachterſchnur widerſinnig winden, in Oehl ſieden, und nachdem ſie getrocknet, durch zerfloſſenes Wachs ziehen, und mit harten Wachs durch und durch beſtreichen.

So nimmt ſie zwar die Feuchtigkeit weniger an, allein ſie iſt demohnerachtet beſſer nur zu Ziehung als Ausmeſſung gerader Linien zu gebrauchen, und zu jener Abſicht iſt auch ihre Eintheilung in Lachter nicht nöthig.

V.) Eigentlich kann eine ſolche Schnur (IV) entbehrt werden.

Zu Ziehung gerader Linien iſt ſo wohl in der Grube, als über Tage eine fein gleich gezwirnte, aber nicht zu viel gedrehte Schnur hinreichend. Wenn gleich dieſe naß zwiſchen zween feſten Punkten ausgeſpannt iſt: So hat man doch deshalb keinen Fehler zu befürchten, da man nur an der Schnur hinmißt, um die Entfernung beyder Punkte, nicht die Länge der Schnur, die ausgeſpannt war, zu wiſſen. Daher die von Markſcheidern im vorigen Paragraphs I Abſatze angegebene Abſicht dem Gebrauch der Schnur in der Grube zu entgehen keinen Einfluß hat. Vielmehr iſt die Lachterkette zu dieſer Abſicht würklich unbequem, da man mit Mühe eine andre Linie ziehen kann, als die eben ſo lang als ſie ſelbſt iſt; auch ihr Gewicht verurſacht, daß man ſie ſchwerlich in eine gerade Linie bringen kann; wiewohl es ſcheinet, daß, wenn ſie etwas angezogen, zwo an einander gehangene Glieder von ihr in einer geraden Linie liegen; dem ohnerachtet aber machen doch allemal zwo in einiger Weite von einander abſtehende Glieder einen Winkel, der merklich kleiner als zween rechte.

VI.) Uebrigens will ich noch anmerken, daß die ſeidnen Schnuren die haltbarſten ſind, und deshalb

halb weit ſträffer als die fläch8nen ausgeſpannt werden können.

Man kann ſie daher mit dem Herrn v. O. zu Ziehung gerader Linien, als die beſten empfehlen.

§. 72.

Zu dieſer Arbeit hat man noch meſſingene **Schrauben**, etwa 6 Stück, nöthig, die oben ein hölzern Heft, unten ohngefähr die Geſtalt eines Nagelbohrers haben.

Man nennt ſie auch Pfrimen.

Die vierte Figur bildet eine vor.

Dieſe werden in der Grube in **Thürſtöcke**, **Spreitzen** ꝛc. eingeſchraubet, da man hiezu über Tage **Pfähle**, **Zimmerböcke** (welche, wo ſie anzubringen, dazu am ſchicklichſten ſind), **Bäume** und dergleichen, braucht.

§. 73.

Damit die Glieder der Lachterkette nicht ſo leicht zerbrechen, und, wenn ſie verbogen worden, alsbald wiederum ausgegleichet werden können, ſo darf man nur, bevor ſie gefertiget werden, den meſſingenen Drath hiezu etwas glühen. Doch dürfen die Glieder nicht zu beugſam ſeyn, damit ſie ſich nicht leicht zu viel ausziehen laſſen.

Iſt dieß Glühen bey Fertigung einer Lachterkette nicht geſchehen: So kann mans noch thun, wenn man ſie eine kurze Zeit in heiſſer Aſche oder verdickten glühenden Köhlgen einlegt, hierauf vor deren weitern Gebrauch für ſich ſelbſt erkalten läßt. Man muß aber beym ganzen Verfahren die Vorſicht brauchen, daß ſie nicht zu heiß wird, und nicht zu jähling erkaltet.

§. 74.

Zu Ausmeſſung gerader Linien bedienen ſich auch einige Markſcheider des ſo genannten **Lachterſtabes**.

Er iſt ein gerader, ohngefähr 1 Zoll breiter, $\frac{1}{2}$ Zoll dicker, und 1 Lachter langer prißmatiſcher Stab, von

gutem

gutem wohl ausgetrocknetem Holze*), auf dem das Lachter in ſeine Achtellachter, ganze, halbe und viertel Zolle genau getheilet, und an beyden Enden deſſelben, zu Vermeidung des Abſtoſſens, eine meſſingene, ohngefähr 1 Zoll lange Kappe angeſchuhet iſt.

In der Mitte des Stabes Breite iſt der Länge nach eine kleine cylindriſche Vertiefung angebracht, die ſich in gerader Linie durch die ganze Stange erſtreckt, und worein die ausgeſpannte Schnur bequem paßt.

Mittelſt dieſer Vertiefung läßt ſich die Ausmeſſung bequem und richtig bewerkſtelligen, wenn man nur gehörig verfährt.

Eine andere Art Lachterſtab findet man beym Herrn Cancrinus: Erſte Gründe der Berg- und Salzwerkskunde, 6ten Theile 2te Abtheilung, § 899.

b) Eintheilung des Lachterſtabes.

§. 75.

Bequem Parallel- und Perpendiculärlinien zu ziehen, dienen die **hölzernen rechtwinklichten Dreyecke** und **Winkelhaken.**

Man trift gewöhnlich welche in den Reiszeugen an; und wenn ſie ſehr gut ſeyn ſollen, muß der rechte Winkel daran alle nöthige Genauigkeit haben.

§. 76.

Die Richtigkeit eines Winkelhakens, oder rechtwinklichten Dreyecks (75) zu prüfen.

Auflöſung.

Folgende Methode ſcheint mir mit Herrn Prof. Mayer (praktiſcher Geom. S. 206) die richtigſte und bequemſte:

1) Des

*) Am beſten ſchickt ſich dazu Ebenholz, weil ſich dieſes nicht leicht wirft.

Dieſe Anmerkung gilt auch bey andern Werkzeugen, z. E. Linialen, Winkelhaken ꝛc.

1) Des Winkelhakens oder rechtwinklichten Dreyecks abc (Fig. 5) einen Schenkel lege man genau an die Schärfe ik eines wohlgeprüften Linials *);

2) Drücke das Linial mit dem Daumen feſt ans Papier,

3) Und ziehe mit aller möglichen Sorgfalt genau längſt des andern Schenkels hb eine feine Linie auf das Papier.

4) Nun laſſe man das Linial in unverrückter Lage,

5) Und kehre den Winkelhaken um, ſo daß der Schenkel bc nach der Richtung bC zu liegen kommt.

6) Wenn nun bey des Winkelhakens hbC itzigen Lage der Schenkel hb wieder genau mit der vorhin auf dem Papiere gezogenen Linie zuſammentrift, oder mit ihr parallel läuft:

7) So iſt der Winkelhaken oder das rechtwinklichte Dreyeck richtig.

8) Erſteres (6) erhellet aus Geom. 5. Grundſatze Das zweyte (6) aus daſigem 12ten Satze.

9) Geſchicht das in 7) nicht: So bedarf der Winkelhaken einer Verbeſſerung, und man wird leicht aus 8) beurtheilen können, ob der Winkel hbc ſtumpf oder ſpitzig, und alſo, ob man ihn durch Abſchaben oder Schleifen ſeiner Schenkel kleiner oder größer machen muß.

§. 77.

Vorausgeſetzt, das rechtwinklichte Dreyeck, oder der Winkelhaken habe die erforderliche Richtigkeit:

Man ſoll deſſen Gebrauch (75) zeigen.

Aufló-

*) Wie man gewöhnlich ein Linial prüft, iſt bekannt; wie aber deſſen Schärfen, wenn ſie nicht in gerader Linie liegen, wieder gerade und eben gemacht werden können, zeigt Herr Prof. Mayer in ſeiner praktiſchen Geometrie, 203 ꝛc. S.

Aufloͤſung.

A) Fuͤr Ziehung einer Parallele mit einer gegebenen Linie AG durch einen Punkt F.

1) An die Linie AG lege man genau des rechtwinklichten Dreyecks HBC Hypothenuſe HC;

2) Nehme ein Linial ik;

3) Lege deſſen Schaͤrfe genau an den Katheten;

4) Druͤcke es feſt an das Papier, damit es ſich nicht verruͤcke, und

5) Schiebe das Dreyeck HBC an dem Liniale fort, daß ſolches in die Lage hbc kommt, wo die Hypothenuſe hc durch F geht.

6) Nun ziehe man laͤngſt hc eine Linie:

7) Dieſe wird mit AG parallel ſeyn, weil W. HCB = W hcb, und ſolches zum Parallelismo erfodert wird (Geom. 11te S.).

8) Sollte durch O eine Parallele gezogen werden, und das Linial ik waͤre nicht lang genug:

Da ſchiebe man das Dreyeck ſo weit fort, als es angeht; z. E. bis in die Lage hbc;

Druͤcke es ans Papier,

Und ſchiebe das Linial laͤngſt des Catheten bc, weiter herauf.

Man ſieht, daß man alsdann das Dreyeck bis an den Punkt O wird ruͤcken koͤnnen.

9) Wenn man durch einen Punkt, wie L, eine Parallele ziehen wollte, daß das Dreyeck nicht ausreicht.

Da bringe man das Dreyeck in eine Lage wie hbc;

Hierauf nehme man das Linial ik;

Lege es an den andern Catheten hb, und

Schiebe das Dreyeck laͤngſt deſſelben fort:

So wird man bis an L hinkommen koͤnnen.

B) Fuͤr

B) Für Perpendikel auf einer Linie aufzurichten.

Das Verfahren hiezu iſt bekannt, und ſchon aus der bloßen Känntniß des Winkelhakens begreiflich.

§. 78.

Das im vorigen § beſchriebne Verfahren parallel Linien zu ziehen, iſt, wie gedacht, das bequemſte, aber auch zugleich das zuverläßigſte, und weit beſſer als das mit dem gewöhnlichen Parallellinial.

Die theoretiſche Geometrie giebt zwar ſehr viele, und die richtigſten Methoden, blos durch Zirkel und Linial parallele und ſenkrechte Linien zu ziehen: Sie ſind aber in der Ausübung nicht allemal die bequemſten.

§. 79.

Linien einzutheilen ſind die ſogenannten **Federzirkel** ſehr vortheilhaft.

Die 6te Figur ſtellt einen vor.

Daſelbſt iſt ſtatt eines gewöhnlichen Zirkelgewindes das Stück ABCDEG von gehärteten Stahle; nämlich der obere Theil CDE iſt ein breites, in einen Bogen gekrümmtes elaſtiſches Stück, eine **Feder**, an der auf beyden Seiten die Schenkel CA, EG herunter gehen, in die, wie gewöhnlich, die Füſſe des Zirkels AL, GM eingeſenkt werden. BF iſt ein mit feinen Schraubengängen verſehener Kreisbogen, der an den einen Schenkel CA bey B beſeſtiget iſt, durch den andern Schenkel EG aber durch eine ihm gemäße Oeffnung geht. Ueberdieß iſt H eine Schraubenmutter.

Nachdem man nun dieſe rechts oder links herumdrehet, ſo treibet ſie die Schenkel CL, EM, näher zuſammen oder weiter von einander, und die elaſtiſche Kraft des in den Bogen geſpannten Stücks CDE, welche beſtändig die Schenkel CL, EM aus einander zu treiben ſtrebt, trägt vieles dazu bey, daß auch die geringſte Umdrehung der Schraubenmutter H die Entfer-

fernung der beyden Spitzen L, M verändert, und man alſo die Endpunkte einer abzutragenden Linie ſehr genau zwiſchen die beyden Spitzen L, M faſſen kann.

Mayers praktiſche Geometrie, §. 62, 6.

§. 80.

Bequem große Weiten zu faſſen ꝛc. dient ein guter Stangenzirkel.

Die 7te Figur bildet einen vor.

Er beſteht aus einer viereckigten prismatiſchen Stange AB vom Meſſing oder polirten Stahle; abcd, $\alpha\beta\gamma\delta$ ſind viereckigte meſſingene Hülſen, in die genau der prismatiſche Stab AB paſſet. Dieſe Hülſen ſind an ihrer untern Fläche mit zween Anſätzen verſehen, an die man ſehr ſcharfe ſtählerne Stifte i, g, ſenkrecht anſchrauben kann. p und q ſind ein paar andere Anſätze, durch welche die Stellſchraube Ml gehet. Erſterer, p, findet ſich am Ende des prismatiſchen Stabes AB, der zwote, q, iſt aber auf der Hülſe abcd befeſtiget. Die Vorrichtung an dieſer Stellſchraube muß ſo beſchaffen ſeyn, daß, wenn man ſie herumdrehet, ſie der Hülſe abcd, und folglich dem Stifte i eine ſanfte Bewegung von A gegen B, oder von B gegen A ertheilet. r, n, ſind Schrauben, wodurch man die Hülſen an dem Stabe in einer unverrückten Lage erhalten kann. Löſet man die Schraube n, an der Hülſe $\alpha\beta\gamma\delta$; ſo läßt ſich dieſe Hülſe an dem prismatiſchen Stabe AB fortſchieben, und man kann dadurch denen Stiften i, g eine verlangte Weite von einander verſchaffen.

§. 81.

Mit dem Stangenzirkel eine gewiſſe Weite zu faſſen.

Aufloſung.

Man bringe die Hülſe $\alpha\beta\gamma\delta$ der abcd ſo nahe, daß wenn g in dem einen Endpunkte der zufaſſenden

Weite eintrift, dieſe zwiſchen g und i nur erſt ohngefähr enthalten iſt.

Hierauf ziehe man die Schraube n an;

Löſe die r,

Und wende die Stellſchraube Ml herum.

Nun kann man i, ſo wenig man will, verrücken, und dadurch i genau in den andern Endpunkt der zu faſſenden Weite bringen.

So erhält man zwiſchen i und g völlig genau die verlangte Entfernung;

Und wenn man die Schraube r wieder anzieht; So läßt ſich die gefundene Weite ig unverändert behalten.

§. 82.

I. Die Beſchreibung des Stangenzirkels im 80 § giebt Herr Prof. Mayer (praktiſche Geom. § 89, I.). Mir ſcheint dieſes Werkzeug gleichfalls bequem, und zur Eintheilung des Lachterſtabes ſowohl als des Kreiſſes ſehr gut zu gebrauchen; daher ich die Beſchreibung hier mitgetheilt habe.

II. Herr Prof. Mayer erinnert (a. a. O.) auch, daß ſich leicht noch verſchiedene Verbeſſerungen dabey anbringen lieſſen. Z. E. auf dem prismatiſchen Stabe AB könnten Maasſtäbe verzeichnet werden, wodurch die Spitzen i, g, ſogleich in eine verlangte Weite zu ſtellen, dabey aber wäre die Einrichtung ſo zu machen, daß Ml als Mikrometerſchraube ſehr kleine Theile des Maaßſtabes angäbe.

III. Zu dieſer Abſicht muß Ml mit Schraubengängen verſehen ſeyn, die gleiche Weite haben, und ſehr fein und genau gearbeitet ſind.

Wenn man nun die Schraube einmal, zweymal ꝛc., oder nur zur Hälfte, vierten Theil ꝛc. herumdrehet: So wird dadurch der Schraube Ende um ſo viel fortgeſchoben, als die einfache, doppelte ꝛc. Weite

eines

eines Schraubenganges, oder die Hälfte, den vierten Theil ꝛc. davon, beträgt.

Um ſo viel rückt alſo auch die Hülſe abcd an den Stangenzirkel (80) fort.

Dreht man die Schraube um einen ſehr geringen Theil um: So verſchiebt ſich auch ihr Ende, folglich auch die Hülſe abcd um etwas ſehr geringes.

Wie viel das betrrägt, läßt ſich leicht finden.

Man bringe beym Kopfe M der Schraube Ml eine unbewegliche Scheibe an, deren Umkreis in gleiche Theile getheilt iſt, und laſſe die Schraube ſelbſt einen Weiſer über dieſer Scheibe herumdrehen.

Geſetzt nun, in der Länge eines Zolles wären 50 Gänge, und die Scheibe in 20 gleiche Theile getheilt: So wird ſich bey einer ganzen Umdrehung das Schraubenende, folglich auch die Hülſe abcd um $\frac{1}{50}$ Zoll verrücken: Alſo, wenn man ſie um $\frac{1}{20}$ der Umdrehung drehte, um $\frac{1}{50} : 20 = 0{,}001$ Zoll.

Käſtners Aſtr. Abhandl. 2te Samml. 5te Abh. §. 20, I. S. 215 ꝛc.

IV. Mit der Mikrometerſchraube kann man nicht nur ſehr kleine Theile von geraden Linien, ſondern auch von Winkeln angeben.

Wie dies letztere geſchieht, lernt man auch aus gleich angeführtem Buche, 5te Abhandlung, §. 20, III. S. 216 ꝛc.

Wer überhaupt eine vollſtändige Theorie von **Mikrometern** leſen will, findet ſolche in der daſigen 7ten Abhandlung, mit des Herrn Hofr. Käſtners eignen Gründlichkeit aus einandergeſetzt. Auch wird man deshalb ſchon ſehr befriedigt durch Herrn Prof. Mayers praktiſchen Geometrie XIV. Kapitel.

§. 83.

Einen Viertellachterſtab ſo genau als möglich in Primen zu theilen.

Aufloͤſung.

1) Von eben dem Holze, woraus der Stab beſteht, laſſe man ſich ein Breth, ſehr glatt gehobelt, und etwas weniges laͤnger als $\frac{1}{4}$ Lachter, und ohngefaͤhr 12 Zoll breit, verfertigen.

Dieſes Breth ſtelle AB in der 8ten Figur vor;

2) Darauf nun reiſſe man nahe am Rande eine ſehr zarte Linie db;

3) Nehme auf dieſer zween Punkte a, b, die $\frac{1}{4}$ Lr. von einander entfernt ſind;

4) Durch den einen a reiſſe man nach der Ecke B zu eine ſehr feine Linie ag;

5) Auf dieſer nehme man von a aus mit dem Stangenzirkel (81) vier gleiche willkuͤhrliche Stuͤcken ac = ce = ef = fg;

6) Wobey aber (wie in aͤhnlichen Faͤllen) alle moͤgliche Sorgfalt zu nehmen, daß des Stangenzirkels Spitzen genau in die Punkte a, c, e, f, g eingeſetzt, und dieſe ſo zart angegeben werden, daß man ſie kaum mit bloßen Augen erkennen kann.

7) Nun ziehe man durch f, e, c, ſo genau als moͤglich mit gb Parallelen (77), welche eben nicht ausgezogen, ſondern nur in ab durch ſehr zarte Einſchnitte bemerkt werden duͤrfen, durch die Punkte 15, 10, 5, wo die genannten Parallelen eintreffen:

8) So iſt dadurch ab in vier gleiche Theile getheilt (Geom. 29. S. 1. Zuſ.):

Alſo a5 = 5 10, = 10 15 = 15 20 = 5 Lrzolle.

9) Sich von der Richtigkeit dieſer Theilung zu verſichern, nehme man mit dem Stangenzirkel genau die Weite a5, und verſuche, ob ſie = 5 10, = 10 15 = 15 b;

Dies

Dies wird ſo ſeyn, wenn, indem die eine Spitze des Stangenzirkels in die Punkte 5, 10, 15 geſetzt wird, die andere genau in 10, 15, b eintrift.

10) Nun nehme man von a aus auf ag fünf gleiche willkührliche Stücke $a\alpha, = \alpha\delta = \delta\beta = \beta\varepsilon = \varepsilon\gamma$, wie in 5, 6, mit den vieren geſchah,

11) Und ſuche auf ähnliche Art, wie in 7, die Punkte 1, 2, 3, 4:

12) So hat man dadurch a1 = 1 2 = 2 3 = 3 4 = 4 5 = 1 Lrzoll (Geom. a. O.).

13) Sich von der Richtigkeit der Theilung zu verſichern, faſſe man mit dem Federzirkel (79) genau die Weite a1, und ſehe, ob die eine Zirkelſpitze genau in 2, 3, 4, 5 eintrift, wenn die andere gehörig in 1, 2, 3, 4 geſetzt wird; auch verſuche man, ob die gefaßte Weite a1 genau fünfmal in 5 10, 10 15, 15 b enthalten iſt.

14) Die Primen zu erhalten, theile man mit dem Federzirkel (79) durch Verſuch die a1 oder 1, 2, oder 2 3 ꝛc. in 10 gleiche Theile, indem man a1 ꝛc. erſtlich halbirt, und die Hälfte in 5 gleiche Theile theilt.

15) Will man z. E. dieß bey 2 3 vornehmen: So faſſe man zwiſchen des Federzirkels Spitzen eine Weite, welche man nach dem Augenmaaße ohngefähr für die Hälfte der 2 3 hält;

Setze die eine Spitze in den Punkt 2, und mache mit der andern in der Linie 2 3 einen ſanften Einſchnitt l;

Hierauf bringe man mit unveränderter Oefnung des Federzirkels die eine Spitze in Punkt 3;

Fiele nun die andere genau in Punkt l: So würde die Weite des Federzirkels Spitzen genau die Hälfte von der 2 3 ſeyn.

Geſchieht dieß aber nicht: So mache man einen zweyten Einſchnitt m.

Wenn nun der Punkte l, m, Weite lm ſehr klein: So kann man deren Mitte i, (welche auch die der 2 3 ſeyn muß) ziemlich genau nach dem bloßen Augenmaaße beſtimmen;

Man laſſe daher die eine Zirkelſpitze im Punkte 3 ſtehen, und verändere mittelſt der Schraubenmutter H (79) die andere, bis ſie in i hintrift.

Weil aber dadurch i nur nach dem Augenmaaße beſtimmt wird: So kann man noch um etwas weniges fehlen.

Man muß daher mit der Weite 3 i wieder eben den Verſuch machen, den man vorhin mit 3 m oder 2 l vornahm:

So wird man endlich ein paar Punkte, wie l, m, ſo zuſammenrücken, bis ſie endlich in einem einzigen i fallen, und dieſer wird juſt in der Mitte von 2 3 liegen.

16) Nun den fünften Theil von 2i, der Hälfte von 2 3, zu finden, muß man erſt des Federzirkels Spitzen auf eine Weite ſtellen, die man nach dem Augenmaaße für ohngefähr den verlangten fünften Theil hält, und ſehen, ob ſie in 2i, oder i 3 genau fünfmal enthalten iſt. Iſt das nicht: ſo muß man genannte Weite ſo lange ändern, bis man ſie fünfmal in 2 i oder i 3 tragen kann. Was aber hiebey ſonſt zu beobachten, läßt ſich leichter zeigen als beſchreiben, und fällt überdem ſo in die Augen.

17) Weil aber auf der Linie ab die Weite von 1 Erzoll oft enthalten: So kann man auch die Verſuche oft anſtellen; und wenn die Theilung bey der einen unglücklich ausfielen: ſo könnte man ſie bey einer andern vornehmen, bis man endlich eine erhält, die mit aller möglichen Genauigkeit in ihre Primen getheilt iſt.

C 2 18) Den

18) Den vorgegebenen Stab eD (Fig. 8.) nun einzutheilen, ziehe man auf der Seitenfläche Ck eine Linie hk mit der Seitenkannte no parallel;

Faſſe genau mit dem Stangenzirkel die Weite a5, = 5 Lrzoll, und trage ſie von h nach 5;

Dann nehme man a10 = 2 × a5 = 10 Lrzoll, und trage ſie von h nach 10,

Eben ſo beſtimme man h15 = 3 × a5 = a15 = 15 Lrzoll.

Nun faſſe man genau die Weite a1 = 1 Lrzoll, und trage ſolche von h nach 1.

Und von eben dieſem Punkte nach 2, 3, 4, die Weiten a2, = 2 Lrzolle, a3 = 3 Lrzoll, a4 = 4 Lrzoll;

Auf gleiche Art beſtimme man h6, h7 ꝛc. = 10 4 = 10 3 ꝛc. = 6, 7, ꝛc. Lrzolle:

Dadurch wird man hk in Zolle eingetheilt erhalten.

Nun trage man von h aus mit dem Federzirkel genau gefaßte Weiten von 1 Prime, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 Primen; hierauf von 1 Lrz. + 1 Pr., 1 Lrz. + 2 Pr. ꝛc., dann mit dem Stangenzirkel von 2 Lrz. + 1 Pr.; 2 Lrz. + 2 Pr., u. ſ. f.

Solchergeſtalt wird man hk = ½ Lr. in Primen eingetheilt bekommen.

Zieht man nun durch die erhaltenen Theilpunkte, nach Art wie bey den Meßſtäben geſchieht, mit Cn parallele Linien, die aber nicht breiter als etwa 0, 001 Zollen ſeyn dürfen: ſo hat man gethan, was die Aufgabe verlangte.

§. 84.

Man thut ſehr wohl, wenn man ſich während der Theilung eines Vergrößerungsglaſes von ohngefähr 2 Zollen Brennweite bedient. Denn dadurch kann man die Zirkelſpitzen deſto genauer in die Theilpunkte ein-

 ſetzen,

ſetzen, auch ſelbſt kleine Fehler in der Theilung hk ſichtbarer machen.

§. 85.

Man könnte auch ſtatt des Breths einen Stab, einerley mit dem einzutheilenden, nur etwas wenig länger, nehmen, und darauf die Linie db ziehen. Aber dann müßte man ab durch Verſuche theilen.

Wer beydes thun wollte, könnte ſich mehr von der Richtigkeit der Eintheilung des Stabes CD verſichern.

§. 86.

Einen Lachterſtab in Primen zu theilen.

Auflöſung.

Man nehme von einem richtig eingetheilten Viertellachterſtab mit dem Stangenzirkel genau $\frac{1}{8}$ Lachter, und trage ſolches 8 mal auf den vorgegebenen Lachterſtab; wobey aber die Erinnerung in 6 der Auflöſung des 83 § zu beobachten;

Dann beſtimme man darauf für jedes Viertellachter die Zolle und Primen auf ähnliche Art, wie 18 der Auflöſung des 83 § vorſchreibt.

§. 87.

Dieſe Art, einen Lachterſtab einzutheilen, ſcheint mir die beſte zu ſeyn. Man muß ſich aber bey dieſem Geſchäfte nicht übereilen, und keine Mühe erſpahren, durch wiederholte Prüfungen die Theilung (83, 86) zu berichtigen.

c) Vernier.

§. 88.

I. Eine gerade Linie AB, (oder ſonſt eine Größe), = a, ſey (Fig. 9) in eine Menge gleiche Theile getheilt.

II. Von ihr nehme man r ſolcher Theile, und trage ſie auf eine andere gerade Linie CD, daß CD ſo groß iſt, als r Theile von a.

III. Dieſe

III. Dieſe CD, deren Länge L heiſſen mag, theile man in r — 1 gleiche Theile: So wird ein Theil von a kleiner ſeyn, als einer von CD.

IV. Heißt nun ein Theil von a, = h, einer von CD, = k: So iſt

$$CD \text{ oder } L = r.h, \text{ (II)}$$
$$= (r-1)\,k, \text{ (III)}:$$

V. Alſo

$$k = \frac{r}{r-1} h, \text{ (IV.)}$$

und

$$k - h = \frac{r}{r-1} h - h$$
$$= \frac{1}{r-1} h;$$
$$= \frac{1}{r-1} \cdot \frac{L}{r} \text{ (IV)}$$
$$= \frac{1}{r(r-1)} L$$

§. 89.

Des nten Theilſtriches auf CD von D aus Abſtand von dem nten, der auf AB von d aus lieget, iſt $= n\,(k-h) = \frac{n}{r-1}\,h = \frac{n}{r(r-1)}\,L$

Beweis.

Man lege D auf d:

So wird G als der erſte Theilſtrich von D weg, linker Hand c auf γ fallen, daß beyde Theilſtriche G und

und c von einander um $k - h, = \frac{1}{r-1} h = \frac{L}{r(r-1)}$ (88, V), abſtehen.

Ferner wird der Theilſtrich F, als der zweyte von D aus, linker Hand i auf δ zu liegen kommen, und beyde Theilſtriche F und i werden um $2(k-h) = \frac{2}{r-1} h = \frac{2}{r(r-1)} L$ abſtehen.

Auf gleiche Art läßt ſich weiter ſchließen.

Und ſo erhellet was der Satz behauptet.

§. 90.

Die Linie CD (88, II) heiſſe ein **Vernier**, der Punkt oder Strich D aber, wo ſich auf dem Vernier die Theile anfangen, der **Anfangsſtrich**, und die Theilſtriche, die den erſten, zweyten, dritten ꝛc. (auf AB von d, und auf CD von D ausgerechnet) endigen, der **erſte, zweyte, dritte ꝛc. Theilſtrich**.

§. 91.

Der Vernier CD (Fig. 10) laſſe ſich längſt AB fortſchieben, und liege an AB ſo, daß D auf d fällt:

So rückt, indem man CD von der linken Hand gegen die rechte längſt AB fortſchiebet, bis der erſte Theilſtrich G des Vernier CD an der AB Theilſtrich c, der der erſte linker Hand d iſt, zu liegen kommt, der Anfangsſtrich D vorwärts nach B zu, und entfernet ſich von D um $\frac{1}{r-1}$ h. (89).

Auf dieſe Art rückt D nach der Ordnung um $\frac{2}{r-1}$ h; $\frac{3}{r-1}$ h, u. ſ. w. vorwärts, nachdem die Theilſtriche F, E, u. ſ. w. als die 2ten, 3ten u. ſ. f.

von

von D weg, kommen an die Theilſtriche i, p, u. ſ. w. als die 2ten, 3ten ꝛc., die linker Hand von d liegen.

§. 92.

Zu finden, um wie viel ein Punkt μ der zwiſchen zween Theilſtrichen, z. E. e und f, angenommen wird, von dem nächſten Theilſtriche e, (der linker Hand μ liegt,) abſteht.

Auflöſung.

Man ſchiebe den Vernier fort, bis deſſen Anfangsſtrich D genau an μ zu liegen kommt;

Und unterſuche, welcher Theilſtrich des Vernier mit einem gewiſſen Theilſtriche der AB zuſammentrift.

Geſetzt es wäre der CD qte Theilſtrich: So wird der Anfangsſtrich D, oder μ, genau um $\frac{q}{r-1}h$ von e abſtehen (91):

Alſo

$$e\mu = \frac{q}{r-1}h$$

ſeyn.

§. 93.

Wären von A bis e, x Theile, jeder $= h$:

So iſt

$$A\mu = xh + \frac{q}{r-1}h$$

$$= \left(x + \frac{q}{r-1}\right)h.$$

§. 94.

Weil ein Theil des Vernier größer iſt als ein Theil von AB:

So kann es geſchehen, daß (Fig. 11) kein Theilſtrich von CD mit einem von AB zuſammentrift.

Dann aber muß $e\mu$ zwiſchen zwo Gränzen fallen, die um $\frac{1}{r-1}$ h von einander unterſchieden ſind.

Beweis.

Wenn der qte Theilſtrich i der AB mit dem qten E der CD zuſammenpaßte: So wäre $e\mu = \frac{q}{r-1}h$ (92).

Geſchähe dies Zuſammenpaſſen bey dem $(q+1)$ten Theilſtriche der AB und CD: So müßte $e\mu = \frac{q+1}{r-1}h$ ſeyn (92).

Nun ſoll aber keiner an den andern paſſen:

Folglich muß $e\mu$ zwiſchen $\frac{q}{r-1}$ h und $\frac{q+1}{r-1}$ h fallen, d. i. $e\mu$ muß $> \frac{q}{r-1}h$ und $< \frac{q+1}{r-1}.h$ ſeyn.

§. 95.

Zu finden, um wie viel $e\mu$ größer als $\frac{1}{r-1}$ h.

Aufloſung.

Man ſetze was man ſucht $= y$; Nach der Figur iſt es $= iE$:

So hat man

$$e\mu = \frac{1}{r-1}h + y.$$

Nun

Nun ſchätze man nach dem Augenmaaße, was die beyden benachbarten Stückgen iE = y; und Pp für eine Verhältniß gegen einander haben.

Geſetzt es wäre

$$y : Pp = n : m;$$

Alſo

$$y = \frac{n \times Pp}{m}.$$

Aber

$$Pp = \frac{1}{r-1} h - y.$$

Folglich

$$y = \frac{n}{m} \cdot \frac{h}{r-1} - \frac{n}{m} y$$

$$= \frac{n}{(n+m)(r-1)} h.$$

§. 96.

Hieraus hat man:

$$e\mu = \left(\frac{1}{r-1} + \frac{n}{(n+m)(r-1)}\right) h$$

oder

$$= \frac{2n+m}{(n+m)(r-1)} h;$$

und

$$A\mu = \left(x + \frac{q}{r-1} + \frac{n}{(n+m)(r-1)}\right) h.$$

oder

$$= \left(x + \frac{(q+1)n + mq}{(n+m)(r-1)}\right) h.$$

§. 97.

§. 97.

Die bisherige Methode, kleine Theile einer Linie anzugeben, ſchreibt man gewöhnlich dem portugieſiſchen Prof. der Mathem. zu Koimbra, **Peter Nunez** oder **Nonius** zu. Daher heißt auch CD ein **Nonius**. Aber Herr Hofrath **Käſtner** zeigt in ſeinen Aſtr. Abhandlung. II. Samml. 5te Abhandl. S. 180 daß dieſe Erfindung einem Deutſchen, Namens P. **Vernier** oder **Werner** zugehöre. Daher die Benennung von CD im 90 §.

§. 98.

Eine andere Einrichtung des Vernier, die auch zuweilen gebraucht wird, iſt die:

Man ſetze, der Vernier ſey $= r\ h$, und theile dieſe Länge in $r + 1$ Theile: So werden hier die Theile des Vernier kleiner ausfallen, als die von AB.

Nun iſt ein Theil des Vernier $= \frac{r.\ h}{r + 1}$, und folglich, um wie viel ein ſolcher Theil einen von AB übertrift, oder $h - \frac{r}{r+1} h = \frac{1}{r+1} h$.

Uebrigens laſſen ſich bey dieſer Art Vernier ähnliche Betrachtungen, wie bey jener (88), anſtellen.

d) Anwendung des Verniers bey geraden Linien.

§. 99.

Man ſetze, auf AB habe man von A nach B, 10 Lachterzolle abgetragen, und jeden in 10 Primen getheilt, daß $h = \frac{1}{10}$ Lrzoll $= 1$ Prime.

Nun mache man einen Vernier, deſſen Länge $= 101\ h = 101$ Primen, (d. i. [nach §. 83] $= r\ h$); theile ihn in 100 (d. i. in $r - 1$ (88)) gleiche Theile:

So

So iſt ein Theil auf dem Vernier um $\frac{1}{100}$ h = 0,001 Zoll = 0,01 Prime gröſser als ein Theil des Randes.

Auf die Art läſst ſich alſo ſehr bequem 100 Theile einer Prime, oder 80000 Theile eines Lachters angeben.

§. 100.

Wer ſich nicht mit ſo kleinen Theilen des Lachters beſchäftigen will, der ſetze AB = 8 Achtellr. = 80 Lrzoll, und h = 1 Lrzoll, r aber = 81, alſo r — 1 = 80:

So iſt ein Theil des Vernier um $\frac{1}{80}$ h = $\frac{1}{80}$ Zoll = $\frac{1}{8}$ Pr. gröſser, als ein Theil der AB.

Solchergeſtalt können 8 Theile von Primen angegeben werden. Indeſſen iſt die Eintheilung im vorigen § der in dieſem vorzuziehen.

§. 101.

Wenn man an den Lachterſtab eine Platte anbringt, die mit des Stabes Seitenfläche, worauf die Theilung geſchehen iſt, in einer Ebnen liegt, und ſich ſanfte hin und her ſchieben läſst: So dient dieſe zu einen Vernier.

Macht man ſie alſo 101 Primen lang, und theilt ihre Länge genau in 100 gleiche Theile: So kann man dadurch auf dem Lachterſtabe 100 Theile einer Prime angeben (99).

Geſetzt, man hätte mit dem Lachterſtabe abgemeſſen eine Linie, deren Endpunkt auf dem Stabe da eingetroffen wäre, daſs, nachdem der Vernier hingeſchoben worden, und deſſen Anfangsſtrich an genannten Endpunkt genau paſst, der 50ſte Theilſtrich des Vernier mit einem des Stabes zuſammen fällt: So iſt des Anfangsſtriches Abſtand von dem ihm linker Hand nächſten Theilſtriche des Stabes = $\frac{50}{100}$ Pr. = 0,5 Primen (99, 92).

Wäre

Wäre nun vom Anfange bis zu itzt genannten Theilſtriche des Stabes, 500 Primen, und überdieß der Stab in der ausgemeſſenen Linie noch 2mal enthalten: So wäre dieſe Linie

$$= 2\ \text{Lr.} + 500\ \text{Pr.} + 0{,}5\ \text{Pr.}$$
$$= 2\tfrac{5}{8}\ \text{Lr.} + 0{,}5\ \text{Pr.}$$

§. 102.

I. Wenn man an der Vernierplatte ſo genannte Anſätze anbringt, und durch dieſe eine Mikrometerſchraube, wie 82, III. gehen läßt: So kann man dadurch kleinere Theile des Lachters, als mit dem Vernier angeben (a. O.).

II. Man muß aber erſt durch einen Verſuch ausfindig machen, wie viel Primen, 10, 100, 1000 ꝛc. Theile von Primen zu einer gewiſſen Menge Umdrehungen gehören.

III. Dieſer Verſuch nun geſchieht ſo:

Des Vernier Anfangsſtrich bringe man an einen Theilſtrich des Lachterſtabes;

Drehe die Mikrometerſchraube herum, bis der Anfangsſtrich an den nächſten Theilſtrich des Lachterſtabes gerücket iſt, und ſich alſo um eine Prime fort bewegt hat;

Wie viel ganze Umdrehungen der Mikrometerſchraube, und wie viel Theile einer Umdrehung nöthig waren, den Anfangsſtrich um eine Prime fortzuſchieben, findet man bequem, wenn man bemerkt, über welchen Theilpunkt der Schraube (82, III.) der über ihn befindliche Weiſer (a. O.), vor der Schrauben Umwendung ſtand, und wie oft bey Umdrehung der Schraube derſelbe Theilpunkt wieder unter den Weiſer kam.

IV. Geſetzt $3\tfrac{4}{20}$ Umdrehungen wären zu des Vernier Anfangsſtriches Fortrückung um einen Zoll nöthig geweſen: So hat man

$3\tfrac{4}{20}$ Umdr.

$3\frac{4}{20}$ Umdr. : 1 Umdr, = 1 Prime : x

oder

3, 2 Umdr. : 1 Umdr. = 1 Prime : x

folglich

$$x = \frac{1}{3,2} \text{ Pr.}$$

$$= 0,03125 \text{ Pr.}$$

Und ſo viel giebt eine Umdrehung: Alſo 2 Umdr. =0,06250 Pr.; $\frac{1}{2}$ Umdr. =0,015625 Pr. 3 Umdr. =0,09375 Pr.; $\frac{1}{20}$ Umdr. =0,0015625 Pr. u. ſ. w.

V. Stünde nun der Anfangsſtrich des Vernier zwiſchen zween Theilſtriche des Lachterſtabes, z. E. zwiſchen 3 und 4 Primen, und man wollte wiſſen, wie groß ſein Abſtand von dem nächſten Theilſtriche, der zur 3 Pr. gehört, wäre:

So bemerke man auf der Scheibe genau den Punkt, über welchen der Weiſer ſteht; wende die Schraube herum, bis des Vernier Anfangsſtrich an den Theilſtrich für 3 Primen gerückt iſt, und zähle die Umdrehungen:

Daraus nun wird ſich das verlangte finden laſſen (IV).

e) Gebrauch der Schnur, Lachterkette und des Lachterſtabes; deren Fehler und ihre Prüfung.

§. 103.

I. **Zwiſchen jeden zwo gegebenen Punkten mit der Schnur eine gerade Linie zu ziehen.**

II. **Dieſe mit dem Lachterſtabe oder der Lachterkette auszumeſſen.**

§. 104.

Dieß alles läßt ſich beſſer zeigen als ſagen, und iſt auch ſchon aus der bloßen Kenntniß der hiezu erforder-

lichen

lichen Werkzeuge begreiflich: daher ich hier der Kürze halber dieſe zween Sätze als Foderungen aufſtelle.

Uebrigens findet man auch das Verfahren in Herrn v. Oppels Markſcheidekunſt 408 ꝛc. §, und andern Markſcheidebüchern angegeben.

§. 105.

Bey Ziehung gerader Linien (103) muß die Schnur genau die Punkte berühren, wo die beyden Schrauben eingeſchraubt ſind.

Widrigenfalls erhält die Linie eine andere Lage und Größe, als ſie eigentlich haben ſollte.

Dergleichen Fehler iſt man auch ausgeſetzt, wenn die Schnur an= oder aufliegt.

§. 106.

Dieſe Fehler ſind leicht zu vermeiden. Hingegen nicht der, den die Krümmung der Schnur verurſacht.

§. 107.

I. Wenn man zwiſchen zween Punkten eine Schnur, ſo ſtark als nur immer möglich, ausſpannt: So wird man ſie doch nie völlig in eine gerade Richtung bringen können, ſondern ſie wird ſich, vermöge ihrer Schwere, in eine wirklich zuſammenhängende Krummenlinie beugen.

Ein ähnliches wiederfährt auch einer zwiſchen zween Punkten ausgeſpannten Kette; nur bildet dieſe mehr den Umfang eines gewiſſen Vielecks, indem, mittelſt der Schwere, alle ihre Glieder mit dem Horizonte einen gewiſſen Winkel machen.

II. Die Natur dieſer ſo entſtehenden krummen Linie, haben Leibnitz und die beyden Brüder Bernoulli, mit Hülfe der Rechnung des Unendlichen beſtimmt, und die krumme Linie ſelbſt die Kettenlinie genannt.

M. ſ. Joh. Bernoulli Opp. Tom. III. IV.

Sie

Sie findet bey den Gewölbern, gebrochenen Dächern, Brücken ꝛc. ihre vorzügliche Anwendung.

Jac. Bernoulli Op. Tom. II.; Abhandlung der Königl. ſchwediſchen Akademie der Wiſſenſchaften, IV. Band 135 u. f. S., und V. Band 251 u. f. S.; **Lamberts** Beyträge zum Gebrauch der Mathematik, 3ter Theil 359 u. f. S.

III. Es ſey (Fig. 12) afb die zwiſchen a und b ſo ſtark als möglich ausgeſpannte Schnur: So iſt offenbar afb > ab.

Wenn man nun der Punkte a und b wahre Entfernung ſucht: So mißt man ſtatt ab die krumme Linie afb. Man bekommt alſo dieſe Entfernung etwas zu groß. Dieſer Fehler aber, der hiedurch begangen wird, iſt nicht beträchtlich.

Denn je ſtärker die Schnur geſpannt wird, deſto weniger krümmt ſie ſich, und deſto näher alſo kommt ſie der geraden Linie ab.

IV. Eine ſolche ſtark ausgeſpannte Schnur wird die größte Krümmung machen, wenn die Punkte a und b in einer Horizontallinie liegen; ſie wird ſich aber deſto weniger krümmen, je größer der Linie ab Neigung iſt.

V. Wenn eine ſöhlige Schnur ab = 10000, und an jedem ihrer beyden Enden ſtatt der Schrauben (72) von einer Kraft, die funfzigmal ſo groß als der Schnur Gewicht, geſpannt wird: ſo beträgt der Fehler (III.) noch kein Hunderttauſendtheil deſſen, was durch die Meſſung gefunden ward.

Nämlich afb — ab < 0,00001 der Linie ab; wie Herr Hofrath Käſtner (Markſcheidekunſt, 3te Anmerkung 19, 20) gefunden hat.

Dieſer Fehler aber iſt noch kleiner, wenn die Schnur keine ſöhlige, ſondern eine ſchiefe Lage hat (IV.)

VI. Hieraus ſieht man, daß wegen der Krümmung der Schnur in Meſſung ihrer Länge nicht ſo gar viel Unrichtigkeit zu befürchten iſt, wenn ſie auch nicht ſo ſtark, wie in (V) angenommen, geſpannt wäre.

Denn bey einer Spannung, wie in V, wäre der Fehler (III) bey einer ſöhligen Schnur von 10000 Pr. kleiner als 0, 1 Prime, und alſo noch kleiner, wenn dieſe Schnur eine ſchiefe Lage hat (IV.).

Indeſſen belieben die meiſten Markſcheider Fehler von ohngefähr 1 Zoll nicht in Betrachtung zu ziehen, noch weniger alſo einen von 0,1 Pr. = 0,01 Zoll.

VII. Uebrigens leſe man wegen der Krümmung einer Kette auch Herrn Prof. **Mayers** praktiſche Geometrie, 53 §.

§. 108.

Die Fehler, die bey **Meſſung einer geraden Linie mit der Lachterkette** begangen werden können, hängen ab von der

I. Unvollkommenheit der Kette;
II. Unvorſichtigkeit des Markſcheiders, und
III. Unmöglichkeit, eine völlig mathematiſche Genauigkeit zu erhalten.

§. 109.

Den aus I. (108) entſpringenden Fehler hat man
1) in der Größe, und
2) Eintheilung der Lachterkette,
zu ſuchen.

§. 110.

Bevor man alſo Meſſungen anſtellt, muß man die angebliche Länge der Kette wohl prüfen.

§. 111.

Dieß kann etwa auf folgende Art geſchehen:

Man nehme einen genau eingetheilten Lachterſtab, oder verzeichne ſich einen mit aller möglichen Sorgfalt (86);

Be-

Beſtimme mit ihm auf einem ebnen Boden, ſo genau als möglich, eine Länge von 6 Lachtern;

Bringe an dieſe die Lachterkette;

Spanne ſie aus,

Und ſehe, ob ihre beyden Endpunkte völlig genau die 6 Lachter zwiſchen ſich enthalten.

§. 112.

Sich völlig von der eigentlichen Größe der Lachterkette zu verſichern, thut man wohl, wenn man dieſen Verſuch einigemal wiederholet.

Fände man die Lachterkette z. E. 2 Zoll länger als 6 Lachter: So müßte man in der Folge für jeden Kettenzug nur

6 Lr. — 2 Lrz. = $5\frac{7}{8}$ Lr. 8 Zolle

rechnen.

§. 113.

Dieſe Prüfung (111, 112) der Kette iſt beſonders in dem Fall nöthig, wenn ſie ſchon lange gebraucht worden, weil, wie die Erfahrung lehrt, die Glieder ſich mit der Zeit in ihren Ringen abnutzen und ausſchleifen, und dadurch die Kette verlängert wird.

Hingegen wird ſie verkürzt, wenn die Glieder krumm ſind, und nicht gehörig die gerade Richtung haben.

§. 114.

Eine andere Art, der Kette Länge zu prüfen, läßt ſich auch aus Herrn Prof. Mayers angeführten praktiſchen Geom. 131 u. f. S. auf die Markſcheidekunſt anwendbar machen.

§. 115.

Die Eintheilung der Kette zu unterſuchen, darf man ſie nur auf einem ebnen Boden ſehr ſtark ausſpannen;

Sie in dieſer Lage liegen laſſen;

Hierauf einen ſehr genau eingetheilten Lachterſtab (86), oder auch nur Viertelslachterſtab (83) nehmen, Und unterſuchen, ob auf der Kette jede Entfernung von 1 oder $\frac{1}{4}$ Lachter genau die Länge des Lachterſtabes oder Viertellachterſtabes beträgt.

Auf dieſe Art wird man bald entdecken, wo in den Abtheilungen der Lachterkette merkliche Ungleichheiten ſtecken.

§. 116.

Die aus II. (108) entſtehende Fehler ſind:

Wenn man

1) nicht die Glieder der Lachterkette in jedem Falle gehörig aus einander macht, und ſo ſich einige krumm gebogen, ſie wieder in eine gerade Richtung bringt;

2) die Kette nicht allemal gehörig ausſpannt oder anzieht;

3) beym Meſſen die gezogene Schnur nicht in ihre Lage läßt;

4) An der Schnur nicht gehörig den Punkt bemerkt, wo die Kette ſich endiget und zu weitern Meſſen wieder angehalten werden muß.

5) bey jedem Kettenzuge der Lachterkette Endpunkt nicht gehörig an die Schnur bringt, ſondern von ihr abweicht.

f) Abſeigern.

§. 117.

Wenn man mit einer Schnur, deren eines Ende mit einem Gewichte, das der **Perpendikel** genannt wird, beſchwert iſt, eine ſeigere Linie angiebt (6, 7):

So heißt dieß **abſeigern.**

§. 118.

Die Schnur, die hiezu dient, kann wie die § 70 I, ſeyn, und es iſt eben nicht nöthig, dazu einer beſondern Schnur zu gebrauchen. Im Fall des Ge-

brauchs

brauchs kann man allezeit an das eine Ende einen ſchweren Körper hängen.

Damit ſich aber die Schnur nicht leicht verwickelt, kann man ſie auf eine um einen runden Stab bewegliche Rolle, winden. Dadurch auch windet ſie ſich beym Abſeigern ſelbſt ab, und läßt ſich ebenfalls bequem wieder aufwickeln.

v. Oppels Markſcheidekunſt, §. 420.

§. 119.

Das Abſeigern geſchieht ſonderlich bey ſeigern Schächten, wenn man die Größe ihrer Tiefe erfahren will.

Man läßt den Perpendikel an der Schnur den Schacht hinein, ohne eine des Schachts Seiten zu berühren;

Bemerkt genau an der Schnur den Punkt, wann der Perpendikel auf des Schachts Sohle auftrift,

Und mißt die Schnur von genannten Punkte an bis zum und mit dem Perpendikel.

§. 120.

Das Ausmeſſen der Schnur (119) iſt vieler Unbequemlichkeit unterworfen, und bey der größten Sorgfalt doch vielen Fehlen ausgeſetzt.

Wie es aber geſchieht, und was ſonſt dabey zu beobachten, findet man in Herrn von Oppels Markſcheidekunſt 417, 418 und 419 §.

Indeſſen erfährt man eines ſeigern Schachts Tiefe viel genauer, wenn man den Schacht abzieht. Wie dieß zu bewerkſtelligen, lehrt die Folge.

g) Gradbogens Beſchreibung; und wie er einzutheilen.

§. 121.

Dieſes Werkzeug iſt ein aus ſehr dünnen geſchlagenen meſſingenen Bleche verfertigter halber Kreis, wie die 13 Figur zeigt.

Sein Halbmeſſer CJ ſteht auf deſſen Durchmeſſer KH, der 10 und weniger Zoll beträgt, ſenkrecht.

Der Rand KJH iſt in 2 × 90°, und jeder Grad wieder in halbe und viertel Grade, getheilt. Kleinere Theile, gewöhnlich 5 Minuten, ſchätzt man nach dem Augenmaaße.

Die Theilſtriche müſſen verlängert genau durch des Gradbogens Mittelpunkt C gehen.

Der Grade Anfang iſt in der Mitte J des Randes, (da, wo der auf dem Durchmeſſer KH ſenkrechtſtehende Halbmeſſer CJ den Rand ſchneidet).

Von dieſem Anfange zählt man die Grade von 0° an, ſo wohl rechter als linker Hand, bis 90°.

In des Werkzeugs Mittelpunkt C iſt ferner ein Loth, L, ſo angebracht, daß es einige Linien über den Rand KJH hervorgehet.

Des Loths Faden muß ſehr fein, ein feiner ſeidner Faden, oder weich geſottenes Pferdehaar ſeyn.

An des Gradbogens Durchmeſſers beyden Enden befinden ſich (bey K, H,) zween Haken, davon der eine nach des Werkzeugs Vorderſeite, der andere aber nach deſſen Rückſeite gebogen, daß, wenn der Gradbogen an eine ſtraff ausgeſpannte Schnur gehangen wird, dieſer Durchmeſſer HK ihr genau parallel iſt, und das Werkzeug ſelbſt ſich mittelſt dieſer Haken durch ſeine Schwere in eine ſeigere Ebne ſtellt.

§. 122.

Der Gradbogen wird auch **Waſſerwage, Hängewage**, genannt.

§. 123.

Einen Gradbogen ſo genau als möglich in Grade und Viertelgrade zu theilen.

Auflö-

Aufloͤſung.

I. Man laſſe ſich zwo meſſingene Platten, wohl abgeſchliffen und polirt, verfertigen.

Die eine, aus der der Gradbogen (121) gemacht werden ſoll, mag A heiſſen, die andre aber B. Dieſe dient, die Abtheilungen auf ihr zu fertigen, und ſolche nachher von ihr ins Reine auf A abzutragen.

II. Mitten auf A ſowohl als B ziehe man eine gerade Linie, ſo zart als es ſeyn kann;

III. Faſſe zwiſchen des Stangenzirkels (80) Spitzen genau eine Laͤnge = des Gradbogens Halbmeſſer.

IV. Und beſchreibe damit uͤber genannte Linie (II) zween gleich große Halbkreiſſe, ſo zart wie moͤglich, indem man des Stangenzirkels eine Spitze in der Linie (II) Mitte ſetzt, und mit der andern ganz ſanft in einem Kreißbogen herumfaͤhrt.

V. Hierauf trage man in die Halbenumkreiſſe des Gradbogens Halbmeſſer dreymal herum:

So iſt dadurch jeder in drey gleiche Theile, oder in Bogen von 60°, getheilt, (Geom. 23. S. 5. Z.).

VI. Die Erinnerung im 83 § 6ten Abſatze iſt hier und in aͤhnlichen Faͤllen zu beobachten.

VII. Nun kann man auf dem Halbkreiſe B (IV) einen ſolchergeſtalt (V) erhaltenen Bogen von 60° abermals mit Huͤlfe des Stangenzirkels, und zwar am beſten durch Verſuche, halbiren.

Man verfaͤhrt dabey auf aͤhnliche Art, wie im 83 § 15ten Abſatze.

VIII. Durch den ſo erhaltenen Bogen von 30° aber halbire man jeden von 60° auf dem Halbkreiſſe A, und gleichfalls die uͤbrigen bey B (IV).

IX. Auf gleiche Art ſuche man auf B und A die Bogen von 15°.

X. Nun theile man auf B einen Bogen von 15° in 3 gleiche Theile, und jedes Drittel wieder in fünfe. Dieß geſchieht am beſten, mittelſt des Federzirkels (79) durch Verſuche, zumal da man dieſe oft anſtellen kann, daß alſo die Theilung, wenn ſie auf einem Bogen = 15° unglücklich ausfiele, doch auf dem andern vorgenommen werden kann, bis man einen erhält, der mit aller möglichen Genauigkeit in ſeine einzelne Grade getheilt iſt.

XI. Halbirt man, mittelſt des Federzirkels, jeden ſo gefundenen Grad und jedes Hälfte wieder:

So hat man dadurch auf dem Halbkreiſe B viertel Grade.

XII. Dieſe auf A zu tragen, ſehe man erſtlich, ob daſelbſt die Eintheilung von 15° zu 15° (IX), richtig ausgefallen.

Dieß kann etwa geſchehen, wenn man mit dem Stangenzirkel die Weite der Endpunkte eines Bogens von 15° + 30° = 45° faßte, und verſuchte, ob ſich dieſe im Halbkreiſe A viermal herumtragen ließe, man mag bey den oder jenem Endpunkte des Durchmeſſers, oder in der Mitte des halben Umkreiſſes anfangen.

XIII. Hierauf trage man auf A aus der Mitte der halben Peripherie, wo 0° hinkommen muß, ſo wohl nach der rechten als linken Hand zu, die Weiten von $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$ ꝛc. Grad, nachdem man ſelbige mit dem Federzirkel auf dem Halbkreiſſe B mit aller möglichen Sorgfalt gefaßt hat.

Iſt dieß mit dem erſten Bogen von 15° rechter und linker Hand geſchehen: So nehme man mit dem Stangenzirkel auf A die Weiten von 15° + $\frac{1}{4}$°, 15° + $\frac{2}{4}$°, 15° + $\frac{3}{4}$°, 15° + 1°, 15° + 1° + $\frac{1}{4}$° ꝛc., und trage ſie aus eben dem Punkte, wo 0° hinkommen muß, nach der rechten und linken, bis auf beyden Seiten der Bogen von 90°, wie verlangt wird, eingetheilt iſt.

XIV.

XIV. Die Erinnerung im 84 § iſt auch hier nicht auſſer Acht zu laſſen, wobey noch zu merken, daß die Theilpunkte auf A, mittelſt eines ſtählernen Punzens, durch zarte Tüpfelgen von etwa 0, 001 Zoll, ſichtbar gemacht werden, nachdem man Anfangs die Stellen der Abtheilungen blos durch ſehr zarte Einſchnitte mit dem Zirkel angegeben.

XV. Iſt aber die Eintheilung auf der Platte A vollendet, und durch vielfältige Prüfungen für richtig befunden worden:

So ziehe man aus dem Mittelpunkte des Halbkreiſſes A einen zweyten, dritten und vierten, wovon des zweyten Halbmeſſer dem des erſten oder eingetheilten etwa um $\frac{3}{4}$ Linien übertrift, und um eben ſo viel auch der Halbmeſſer des dritten und vierten dem des zweyten und dritten dieſer concentriſchen Kreiſſe.

XVI. Zwiſchen dem vierten und dritten werden die Theilſtriche für $\frac{1}{4}$ Grad, zwiſchen dem vierten und zweyten die für ganze Grade, und zwiſchen dem vierten und erſten die für 5 Graden gezogen, die für 10 Grade aber zieht man etwas über dem erſten hinaus.

XVII. Hiezu kann man ſich eines bloßen Federmeſſers, deſſen Spitze von Stahl, und ſehr ſcharf und dünne geſchliſſen, bedienen.

Man legt an des Halbkreiſes Mittelpunkt A, und an jedem Theilpunkt ein Linial ſehr genau an, und zieht längſt demſelben, mit erwähntem Federmeſſer, die Theilſtriche ſehr zart zwiſchen Umkreiſſen, die XVI angiebt.

Dabey muß man die Vorſicht brauchen, daß die Theilſtriche genau durch die Theilpunkte (XIV. XIII), gehen. Dieß läßt ſich leicht ſehen und fühlen, beſonders wenn die Tüpfelchen gut gemacht ſind, und man ſich eines Vergrößerungsglaſes bedient, auch erſt mit

des Federmeſſers Spitze längſt des Linials herfährt, ehe man den Theilſtrich würklich auszieht.

XVIII. Endlich polieret man das Rauhe von der Platte ab, und überzieht ſie mit einer Druckerſchwärze, nach deren Wegwiſchung alsdann die Theilſtriche ſehr deutlich in die Augen fallen.

§. 124.

Dieſe Methode iſt eine Anwendung auf den Gradbogen derjenigen, die Herr Prof. Mayer in ſeiner praktiſchen Geometrie §. 89 für die Eintheilung eines Kreiſes in einzelne Grade, giebt.

Sie iſt ſehr einfach, und man kann dadurch einen Winkelmeſſer mit ziemlicher Genauigkeit eintheilen; wenigſtens weit richtiger, als mittelſt der ſo genannten Theilſcheibe, die die meiſten Mechanici zu dieſem Geſchäfte brauchen.

Größere Winkelmeſſer, z. E. von 2 und mehrern Fuſſen im Halbmeſſer, theilt man mittelſt Sehnen. Dieſe berechnet man, und nimmt ſie von einem ſehr genau eingetheilten Maasſtabe ab.

Das ganze Verfahren kann man aus des geſchickten Künſtlers, J. Bird's Method of dividing Aſtronomical Inſtrumentes, davon ſich in Herrn Hofr. Käſtners aſtronomiſchen Abhandl. II. Samml. 188 u. f. S. eine Ueberſetzung befindet, kennen lernen. Ueberdies enthält letzt genannten Buches 5te Abhandlung 17 und 18ten § noch vortrefliche, zu Eintheilung der Winkelmeſſer und dergleichen, brauchbare Lehren.

§. 125.

Bey den aſtronomiſchen Werkzeugen pflegt man heut zu Tage ſehr oft den Quadranten in 96 gleiche Theile zu theilen, und nennt es die 96. Theilung.

Sie läßt ſich ſehr bequem und genau bewerkſtelligen, weil man durch den Halbmeſſer den Bogen von 60°, und folglich durch eine Halbirung den von 30°

leicht

leicht beſtimmen kann, überdieß den Bogen von 30° nur noch fünfmal zu halbiren braucht.

Denn

$$\frac{1}{2.2.2.2.2} \cdot 30^\circ = \frac{1}{2.2.2.2.2} \cdot \tfrac{1}{3}\, 90^\circ$$
$$= \tfrac{1}{96} \text{ des Quadrantens.}$$

§. 126.

Da

$$\tfrac{1}{96} \cdot 90^\circ = 56' \, 15'':$$

So läßt ſich leicht

$$\tfrac{2}{96} \cdot 90^\circ$$
$$\tfrac{3}{96} \cdot 90^\circ$$

und überhaupt jedes Vielfache von

$$\tfrac{1}{96} \cdot 90^\circ = 56' \, 15''$$

berechnen, und in eine Tafel bringen.

Dieſe würde dazu dienen, Winkel, die in 96 Theilen des Quadranten bekannt, durch Grade und Minuten ꝛc. auszudrücken.

§. 127.

Es wäre gut, wenn ſich die Markſcheider auf ihrem Gradbogen ꝛc. der 96. Theilung ſowohl als der Gradabtheilung oder 90. Theilung zu bedienen ſuchten. Denn dies diente zur wechſelſeitigen Prüfung, und ſelbſt zur genauen Ausmeſſung eines Winkels.

Wie aber beyde Eintheilungen auf dem Gradbogen ꝛc. mittelſt concentriſcher Kreiſſe anzubringen, fällt in die Augen (123).

h) Gradbogens Gebrauch, Fehler und Prüfung.

§. 128.

Mittelſt des Gradbogens einer Linie Neigung zu finden.

Aufſö=

So kann es geſchehen, daß (Fig. 11) kein Theilſtrich von CD mit einem von AB zuſammentrift.

Dann aber muß $e\mu$ zwiſchen zwo Gränzen fallen, die um $\frac{1}{r-1}$ h von einander unterſchieden ſind.

Beweis.

Wenn der qte Theilſtrich i der AB mit dem qten E der CD zuſammenpaßte: So wäre $e\mu = \frac{q}{r-1}$ h (92).

Geſchähe dies Zuſammenpaſſen bey dem (q + 1)ten Theilſtriche der AB und CD: So müßte $e\mu = \frac{q+1}{r-1}$ h ſeyn (92).

Nun ſoll aber keiner an den andern paſſen:

Folglich muß $e\mu$ zwiſchen $\frac{q}{r-1}$ h und $\frac{q+1}{r-1}$ h fallen, d. i. $e\mu$ muß $> \frac{q}{r-1}$ h und $< \frac{q+1}{r-1}$ h ſeyn.

§. 95.

Zu finden, um wie viel $e\mu$ größer als $\frac{1}{r-1}$ h.

Auflöſung.

Man ſetze was man ſucht = y; Nach der Figur iſt es = iE:

So hat man

$$e\mu = \frac{1}{r-1} h + y.$$

Nun

Nun ſchätze man nach dem Augenmaaße, was die beyden benachbarten Stückgen iE = y; und Pp für eine Verhältniß gegen einander haben.

Geſetzt es wäre

$$y : Pp = n : m;$$

Alſo

$$y = \frac{n \times Pp}{m}.$$

Aber

$$Pp = \frac{1}{r-1} h - y.$$

Folglich

$$y = \frac{n}{m} \cdot \frac{h}{r-1} - \frac{n}{m} y$$

$$= \frac{n}{(n+m)(r-1)} h.$$

§. 96.

Hieraus hat man:

$$e\mu = \left(\frac{1}{r-1} + \frac{n}{(n+m)(r-1)} \right) h$$

oder

$$= \frac{2n+m}{(n+m)(r-1)} h;$$

und

$$A\mu = \left(x + \frac{q}{r-1} + \frac{n}{(n+m)(r-1)} \right) h.$$

oder

$$= \left(x + \frac{(q+1)n + mq}{(n+m)(r-1)} \right) h.$$

§. 97.

§. 97.

Die bisherige Methode, kleine Theile einer Linie anzugeben, ſchreibt man gewöhnlich dem portugieſiſchen Prof. der Mathem. zu Koimbra, Peter Nunez oder Nonius zu. Daher heißt auch CD ein Nonius. Aber Herr Hofrath Käſtner zeigt in ſeinen Aſtr. Abhandlung. II. Samml. 5te Abhandl. S. 180 daß dieſe Erfindung einem Deutſchen, Namens P. Vernier oder Werner zugehöre. Daher die Benennung von CD im 90 §.

§. 98.

Eine andere Einrichtung des Vernier, die auch zuweilen gebraucht wird, iſt die:

Man ſetze, der Vernier ſey $= r\,h$, und theile dieſe Länge in $r + 1$ Theile: So werden hier die Theile des Vernier kleiner ausfallen, als die von AB.

Nun iſt ein Theil des Vernier $= \frac{r.\,h}{r+1}$, und folglich, um wie viel ein ſolcher Theil einen von AB übertrift, oder $h - \frac{r}{r+1}\,h = \frac{1}{r+1}\,h$.

Uebrigens laſſen ſich bey dieſer Art Vernier ähnliche Betrachtungen, wie bey jener (88), anſtellen.

d) Anwendung des Verniers bey geraden Linien.

§. 99.

Man ſetze, auf AB habe man von A nach B, 10 Lachterzolle abgetragen, und jeden in 10 Primen getheilt, daß $h = \frac{1}{10}$ Lrzoll $= 1$ Prime.

Nun mache man einen Vernier, deſſen Länge $=$ 101 $h = 101$ Primen, (d. i. [nach §. 88] $= r\,h$); theile ihn in 100 (d. i. in $r - 1$ (88)) gleiche Theile:

So

So iſt ein Theil auf dem Vernier um $\frac{1}{100}$ h = 0,001 Zoll = 0,01 Prime größer als ein Theil des Randes.

Auf die Art läßt ſich alſo ſehr bequem 100 Theile einer Prime, oder 80000 Theile eines Lachters angeben.

§. 100.

Wer ſich nicht mit ſo kleinen Theilen des Lachters beſchäftigen will, der ſetze AB = 8 Achtellr. = 80 Lrzoll, und h = 1 Lrzoll, r aber = 81, alſo r — 1 = 80:

So iſt ein Theil des Vernier um $\frac{1}{80}$ h = $\frac{1}{80}$ Zoll = $\frac{1}{8}$ Pr. größer, als ein Theil der AB.

Solchergeſtalt können 8 Theile von Primen angegeben werden. Indeſſen iſt die Eintheilung im vorigen § der in dieſem vorzuziehen.

§. 101.

Wenn man an den Lachterſtab eine Platte anbringt, die mit des Stabes Seitenfläche, worauf die Theilung geſchehen iſt, in einer Ebnen liegt, und ſich ſanfte hin und her ſchieben läßt: So dient dieſe zu einen Vernier.

Macht man ſie alſo 101 Primen lang, und theilt ihre Länge genau in 100 gleiche Theile: So kann man dadurch auf dem Lachterſtabe 100 Theile einer Prime angeben (99).

Geſetzt, man hätte mit dem Lachterſtabe abgemeſſen eine Linie, deren Endpunkt auf dem Stabe da eingetroffen wäre, daß, nachdem der Vernier hingeſchoben worden, und deſſen Anfangsſtrich an genannten Endpunkt genau paßt, der 50ſte Theilſtrich des Vernier mit einem des Stabes zuſammen fällt: So iſt des Anfangsſtriches Abſtand von dem ihm linker Hand nächſten Theilſtriche des Stabes =

$\frac{50}{100}$ Pr. = 0,5 Primen (99, 92).

Wäre

Wäre nun vom Anfange bis zu itzt genannten Theilſtriche des Stabes, 500 Primen, und überdieß der Stab in der ausgemeſſenen Linie noch 2mal enthalten: So wäre dieſe Linie

$$= 2 \text{ Lr.} + 500 \text{ Pr.} + 0,5 \text{ Pr.}$$
$$= 2\tfrac{5}{8} \text{ Lr.} + 0,5 \text{ Pr.}$$

§. 102.

I. Wenn man an der Vernierplatte ſo genannte Anſätze anbringt, und durch dieſe eine Mikrometerſchraube, wie 82, III. gehen läßt: So kann man dadurch kleinere Theile des Lachters, als mit dem Vernier angeben (a. O.).

II. Man muß aber erſt durch einen Verſuch ausfindig machen, wie viel Primen, 10, 100, 1000 ꝛc. Theile von Primen zu einer gewiſſen Menge Umdrehungen gehören.

III. Dieſer Verſuch nun geſchieht ſo:

Des Vernier Anfangsſtrich bringe man an einen Theilſtrich des Lachterſtabes;

Drehe die Mikrometerſchraube herum, bis der Anfangsſtrich an den nächſten Theilſtrich des Lachterſtabes gerücket iſt, und ſich alſo um eine Prime fort bewegt hat;

Wie viel ganze Umdrehungen der Mikrometerſchraube, und wie viel Theile einer Umdrehung nöthig waren, den Anfangsſtrich um eine Prime fortzuſchieben, findet man bequem, wenn man bemerkt, über welchen Theilpunkt der Schraube (82, III.) der über ihn befindliche Weiſer (a. O.), vor der Schrauben Umwendung ſtand, und wie oft bey Umdrehung der Schraube derſelbe Theilpunkt wieder unter den Weiſer kam.

IV. Geſetzt $3\frac{4}{20}$ Umdrehungen wären zu des Vernier Anfangsſtriches Fortrückung um einen Zoll nöthig geweſen: So hat man

$3\frac{4}{20}$ Umdr.

$$3\tfrac{4}{20} \text{ Umdr.} : 1 \text{ Umdr,} = 1 \text{ Prime} : x$$

oder

$$3{,}2 \text{ Umdr.} : 1 \text{ Umdr.} = 1 \text{ Prime} : x$$

folglich

$$x = \frac{1}{3{,}\,2} \text{ Pr.}$$

$$= 0{,}03125 \text{ Pr.}$$

Und ſo viel giebt eine Umdrehung: Alſo 2 Umdr. $= 0{,}06250$ Pr.; $\frac{1}{2}$ Umdr. $= 0{,}015625$ Pr. 3 Umdr. $= 0{,}09375$ Pr.; $\frac{1}{20}$ Umdr. $= 0{,}0015625$ Pr. u. ſ. w.

V. Stünde nun der Anfangsſtrich des Vernier zwiſchen zween Theilſtriche des Lachterſtabes, z. E. zwiſchen 3 und 4 Primen, und man wollte wiſſen, wie groß ſein Abſtand von dem nächſten Theilſtriche, der zur 3 Pr. gehört, wäre:

So bemerke man auf der Scheibe genau den Punkt, über welchen der Weiſer ſteht; wende die Schraube herum, bis des Vernier Anfangsſtrich an den Theilſtrich für 3 Primen gerückt iſt, und zähle die Umdrehungen:

Daraus nun wird ſich das verlangte finden laſſen (IV).

e) Gebrauch der Schnur, Lachterkette und des Lachterſtabes; deren Fehler und ihre Prüfung.

§. 103.

I. Zwiſchen jeden zwo gegebenen Punkten mit der Schnur eine gerade Linie zu ziehen.

II. Dieſe mit dem Lachterſtabe oder der Lachterkette auszumeſſen.

§. 104.

Dieß alles läßt ſich beſſer zeigen als ſagen, und iſt auch ſchon aus der bloßen Kenntniß der hiezu erforderlichen

lichen Werkzeuge begreiflich: daher ich hier der Kürze halber dieſe zween Sätze als Foderungen aufſtelle.

Uebrigens findet man auch das Verfahren in Herrn v. Oppels Markſcheidekunſt 408 ꝛc. §, und andern Markſcheidebüchern angegeben.

§. 105.

Bey Ziehung gerader Linien (103) muß die Schnur genau die Punkte berühren, wo die beyden Schrauben eingeſchraubt ſind.

Widrigenfalls erhält die Linie eine andere Lage und Größe, als ſie eigentlich haben ſollte.

Dergleichen Fehler iſt man auch ausgeſetzt, wenn die Schnur an= oder aufflieget.

§. 106.

Dieſe Fehler ſind leicht zu vermeiden. Hingegen nicht der, den die Krümmung der Schnur verurſacht.

§. 107.

I. Wenn man zwiſchen zween Punkten eine Schnur, ſo ſtark als nur immer möglich, ausſpannt: So wird man ſie doch nie völlig in eine gerade Richtung bringen können, ſondern ſie wird ſich, vermöge ihrer Schwere, in eine wirklich zuſammenhängende Krummenlinie beugen.

Ein ähnliches wiederfährt auch einer zwiſchen zween Punkten ausgeſpannten Kette; nur bildet dieſe mehr den Umfang eines gewiſſen Vielecks, indem, mittelſt der Schwere, alle ihre Glieder mit dem Horizonte einen gewiſſen Winkel machen.

II. Die Natur dieſer ſo entſtehenden krummen Linie, haben **Leibnitz** und die beyden Brüder **Bernoulli**, mit Hülfe der Rechnung des Unendlichen beſtimmt, und die krumme Linie ſelbſt die **Kettenlinie** genannt.

M. ſ. Joh. Bernoulli Opp. Tom. III. IV.

Sie

Sie findet bey den Gewölbern, gebrochenen Dächern, Brücken ꝛc. ihre vorzügliche Anwendung.

Jac. Bernoulli Op. Tom. II.; Abhandlung der Königl. ſchwediſchen Akademie der Wiſſenſchaften, IV. Band 135 u. f. S., und V. Band 251 u. f. S.; Lamberts Beyträge zum Gebrauch der Mathematik, 3ter Theil 359 u. f. S.

III. Es ſey (Fig. 12) afb die zwiſchen a und b ſo ſtark als möglich ausgeſpannte Schnur: So iſt offenbar afb > ab.

Wenn man nun der Punkte a und b wahre Entfernung ſucht: So mißt man ſtatt ab die krumme Linie afb. Man bekommt alſo dieſe Entfernung etwas zu groß. Dieſer Fehler aber, der hiedurch begangen wird, iſt nicht beträchtlich.

Denn je ſtärker die Schnur geſpannt wird, deſto weniger krümmt ſie ſich, und deſto näher alſo kommt ſie der geraden Linie ab.

IV. Eine ſolche ſtark ausgeſpannte Schnur wird die größte Krümmung machen, wenn die Punkte a und b in einer Horizontallinie liegen; ſie wird ſich aber deſto weniger krümmen, je größer der Linie ab Neigung iſt.

V. Wenn eine ſöhlige Schnur ab = 10000, und an jedem ihrer beyden Enden ſtatt der Schrauben (72) von einer Kraft, die funfzigmal ſo groß als der Schnur Gewicht, geſpannt wird: ſo beträgt der Fehler (III.) noch kein Hunderttauſendtheil deſſen, was durch die Meſſung gefunden ward.

Nämlich afb — ab < 0,00001 der Linie ab; wie Herr Hofrath Käſtner (Markſcheidekunſt, 3te Anmerkung 19, 20) gefunden hat.

Dieſer Fehler aber iſt noch kleiner, wenn die Schnur keine ſöhlige, ſondern eine ſchiefe Lage hat (IV.).

VI. Hieraus ſieht man, daß wegen der Krümmung der Schnur in Meſſung ihrer Länge nicht ſo gar viel Unrichtigkeit zu befürchten iſt, wenn ſie auch nicht ſo ſtark, wie in (V) angenommen, geſpannt wäre.

Denn bey einer Spannung, wie in V, wäre der Fehler (III) bey einer ſöhligen Schnur von 10000 Pr. kleiner als 0, 1 Prime, und alſo noch kleiner, wenn dieſe Schnur eine ſchiefe Lage hat (IV.).

Indeſſen belieben die meiſten Markſcheider Fehler von ohngefähr 1 Zoll nicht in Betrachtung zu ziehen, noch weniger alſo einen von 0,1 Pr. = 0,01 Zoll.

VII. Uebrigens leſe man wegen der Krümmung einer Kette auch Herrn Prof. Mayers praktiſche Geometrie, 53 §.

§. 108.

Die Fehler, die bey Meſſung einer geraden Linie mit der Lachterkette begangen werden können, hängen ab von der

I. Unvollkommenheit der Kette;
II. Unvorſichtigkeit des Markſcheiders, und
III. Unmöglichkeit, eine völlig mathematiſche Genauigkeit zu erhalten.

§. 109.

Den aus I. (108) entſpringenden Fehler hat man

1) in der Größe, und
2) Eintheilung der Lachterkette,

zu ſuchen.

§. 110.

Bevor man alſo Meſſungen anſtellt, muß man die angebliche Länge der Kette wohl prüfen.

§. 111.

Dieß kann etwa auf folgende Art geſchehen:

Man nehme einen genau eingetheilten Lachterſtab, oder verzeichne ſich einen mit aller möglichen Sorgfalt (86);

Be=

Beſtimme mit ihm auf einem ebnen Boden, ſo genau als möglich, eine Länge von 6 Lachtern;

Bringe an dieſe die Lachterkette;

Spanne ſie aus,

Und ſehe, ob ihre beyden Endpunkte völlig genau die 6 Lachter zwiſchen ſich enthalten.

§. 112.

Sich völlig von der eigentlichen Größe der Lachterkette zu verſichern, thut man wohl, wenn man dieſen Verſuch einigemal wiederholet.

Fände man die Lachterkette z. E. 2 Zoll länger als 6 Lachter: So müßte man in der Folge für jeden Kettenzug nur

$$6 \text{ Lr.} - 2 \text{ Lrz.} = 5\tfrac{7}{8} \text{ Lr. } 8 \text{ Zolle}$$

rechnen.

§. 113.

Dieſe Prüfung (111, 112) der Kette iſt beſonders in dem Fall nöthig, wenn ſie ſchon lange gebraucht worden, weil, wie die Erfahrung lehrt, die Glieder ſich mit der Zeit in ihren Ringen abnutzen und ausſchleifen, und dadurch die Kette verlängert wird.

Hingegen wird ſie verkürzt, wenn die Glieder krumm ſind, und nicht gehörig die gerade Richtung haben.

§. 114.

Eine andere Art, der Kette Länge zu prüfen, läßt ſich auch aus Herrn Prof. Mayers angeführten praktiſchen Geom. 131 u. f. S. auf die Markſcheidekunſt anwendbar machen.

§. 115.

Die Eintheilung der Kette zu unterſuchen, darf man ſie nur auf einem ebnen Boden ſehr ſtark ausſpannen;

Sie in dieſer Lage liegen laſſen;

Hierauf einen ſehr genau eingetheilten Lachterſtab (86), oder auch nur Viertelslachterſtab (83) nehmen,

Und unterſuchen, ob auf der Kette jede Entfernung von 1 oder $\frac{1}{4}$ Lachter genau die Länge des Lachterſtabes oder Viertellachterſtabes beträgt.

Auf dieſe Art wird man bald entdecken, wo in den Abtheilungen der Lachterkette merkliche Ungleichheiten ſtecken.

§. 116.

Die aus II. (108) entſtehende Fehler ſind:

Wenn man

1) nicht die Glieder der Lachterkette in jedem Falle gehörig aus einander macht, und ſo ſich einige krumm gebogen, ſie wieder in eine gerade Richtung bringt;

2) die Kette nicht allemal gehörig ausſpannt oder anzieht;

3) beym Meſſen die gezogene Schnur nicht in ihre Lage läßt;

4) An der Schnur nicht gehörig den Punkt bemerkt, wo die Kette ſich endiget und zu weitern Meſſen wieder angehalten werden muß.

5) bey jedem Kettenzuge der Lachterkette Endpunkt nicht gehörig an die Schnur bringt, ſondern von ihr abweicht.

f) Abſeigern.

§. 117.

Wenn man mit einer Schnur, deren eines Ende mit einem Gewichte, das der **Perpendikel** genannt wird, beſchwert iſt, eine ſeigere Linie angiebt (6, 7):

So heißt dieß **abſeigern.**

§. 118.

Die Schnur, die hiezu dient, kann wie die § 70 I, ſeyn, und es iſt eben nicht nöthig, dazu einer beſondern Schnur zu gebrauchen. Im Fall des Gebrauchs

brauchs kann man allezeit an das eine Ende einen ſchweren Körper hängen.

Damit ſich aber die Schnur nicht leicht verwickelt, kann man ſie auf eine um einen runden Stab bewegliche Rolle, winden. Dadurch auch windet ſie ſich beym Abſeigern ſelbſt ab, und läßt ſich ebenfalls bequem wieder aufwickeln.

v. Oppels Markſcheidekunſt, §. 420.

§. 119.

Das Abſeigern geſchieht ſonderlich bey ſeigern Schächten, wenn man die Größe ihrer Tiefe erfahren will.

Man läßt den Perpendikel an der Schnur den Schacht hinein, ohne eine des Schachts Seiten zu berühren;

Bemerkt genau an der Schnur den Punkt, wann der Perpendikel auf des Schachts Sohle auftrift,

Und mißt die Schnur von genannten Punkte an bis zum und mit dem Perpendikel.

§. 120.

Das Ausmeſſen der Schnur (119) iſt vieler Unbequemlichkeit unterworfen, und bey der größten Sorgfalt doch vielen Fehlen ausgeſetzt.

Wie es aber geſchieht, und was ſonſt dabey zu beobachten, findet man in Herrn von Oppels Markſcheidekunſt 417, 418 und 419 §.

Indeſſen erfährt man eines ſeigern Schachts Tiefe viel genauer, wenn man den Schacht abzieht. Wie dieß zu bewerkſtelligen, lehrt die Folge.

g) Gradbogens Beſchreibung; und wie er einzutheilen.

§. 121.

Dieſes Werkzeug iſt ein aus ſehr dünnen geſchlagenen meſſingenen Bleche verfertigter halber Kreis, wie die 13 Figur zeigt.

Sein Halbmeſſer CJ ſteht auf deſſen Durchmeſſer KH, der 10 und weniger Zoll beträgt, ſenkrecht.

Der Rand KJH iſt in 2 × 90°, und jeder Grad wieder in halbe und viertel Grade, getheilt. Kleinere Theile, gewöhnlich 5 Minuten, ſchätzt man nach dem Augenmaaße.

Die Theilſtriche müſſen verlängert genau durch des Gradbogens Mittelpunkt C gehen.

Der Grade Anfang iſt in der Mitte J des Randes, (da, wo der auf dem Durchmeſſer KH ſenkrechtſtehende Halbmeſſer CJ den Rand ſchneidet).

Von dieſem Anfange zählt man die Grade von 0° an, ſo wohl rechter als linker Hand, bis 90°.

In des Werkzeugs Mittelpunkt C iſt ferner ein Loth, L, ſo angebracht, daß es einige Linien über den Rand KJH hervorgehet.

Des Loths Faden muß ſehr fein, ein feiner ſeidner Faden, oder weich geſottenes Pferdehaar ſeyn.

An des Gradbogens Durchmeſſers beyden Enden befinden ſich (bey K, H,) zween Haken, davon der eine nach des Werkzeugs Vorderſeite, der andere aber nach deſſen Rückſeite gebogen, daß, wenn der Gradbogen an eine ſtraff ausgeſpannte Schnur gehangen wird, dieſer Durchmeſſer HK ihr genau parallel iſt, und das Werkzeug ſelbſt ſich mittelſt dieſer Haken durch ſeine Schwere in eine ſeigere Ebne ſtellt.

§. 122.

Der Gradbogen wird auch **Waſſerwage, Hängewage,** genannt.

§. 123.

Einen Gradbogen ſo genau als möglich in Grade und Viertelgrade zu theilen.

Auflö-

Aufloͤſung.

I. Man laſſe ſich zwo meſſingene Platten, wohl abgeſchliffen und polirt, verfertigen.

Die eine, aus der der Gradbogen (121) gemacht werden ſoll, mag A heiſſen, die andre aber B. Dieſe dient, die Abtheilungen auf ihr zu fertigen, und ſolche nachher von ihr ins Reine auf A abzutragen.

II. Mitten auf A ſowohl als B ziehe man eine gerade Linie, ſo zart als es ſeyn kann;

III. Faſſe zwiſchen des Stangenzirkels (80) Spitzen genau eine Laͤnge = des Gradbogens Halbmeſſer.

IV. Und beſchreibe damit uͤber genannte Linie (II) zween gleich große Halbkreiſſe, ſo zart wie moͤglich, indem man des Stangenzirkels eine Spitze in der Linie (II) Mitte ſetzt, und mit der andern ganz ſanft in einem Kreißbogen herumfaͤhrt.

V. Hierauf trage man in die Halbenumkreiſſe des Gradbogens Halbmeſſer dreymal herum:

So iſt dadurch jeder in drey gleiche Theile, oder in Bogen von 60°, getheilt, (Geom. 23. S. 5. Z.).

VI. Die Erinnerung im 83 § 6ten Abſatze iſt hier und in aͤhnlichen Faͤllen zu beobachten.

VII. Nun kann man auf dem Halbkreiſe B (IV) einen ſolchergeſtalt (V) erhaltenen Bogen von 60° abermals mit Huͤlfe des Stangenzirkels, und zwar am beſten durch Verſuche, halbiren.

Man verfaͤhrt dabey auf aͤhnliche Art, wie im 83 § 15ten Abſatze.

VIII. Durch den ſo erhaltenen Bogen von 30° aber halbire man jeden von 60° auf dem Halbkreiſſe A, und gleichfalls die uͤbrigen bey B (IV).

IX. Auf gleiche Art ſuche man auf B und A die Bogen von 15°.

X. Nun theile man auf B einen Bogen von 15° in 3 gleiche Theile, und jedes Drittel wieder in fünfe. Dieß geſchieht am beſten, mittelſt des Federzirkels (79) durch Verſuche, zumal da man dieſe oft anſtellen kann, daß alſo die Theilung, wenn ſie auf einem Bogen = 15° unglücklich ausfiele, doch auf dem andern vorgenommen werden kann, bis man einen erhält, der mit aller möglichen Genauigkeit in ſeine einzelne Grade getheilt iſt.

XI. Halbirt man, mittelſt des Federzirkels, jeden ſo gefundenen Grad und jedes Hälfte wieder:

So hat man dadurch auf dem Halbkreiſe B viertel Grade.

XII. Dieſe auf A zu tragen, ſehe man erſtlich, ob daſelbſt die Eintheilung von 15° zu 15° (IX), richtig ausgefallen.

Dieß kann etwa geſchehen, wenn man mit dem Stangenzirkel die Weite der Endpunkte eines Bogens von 15° + 30° = 45° faßte, und verſuchte, ob ſich dieſe im Halbkreiſe A viermal herumtragen ließe, man mag bey den oder jenem Endpunkte des Durchmeſſers, oder in der Mitte des halben Umkreiſſes anfangen.

XIII. Hierauf trage man auf A aus der Mitte der halben Peripherie, wo 0° hinkommen muß, ſo wohl nach der rechten als linken Hand zu, die Weiten von $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$ ꝛc. Grad, nachdem man ſelbige mit dem Federzirkel auf dem Halbkreiſſe B mit aller möglichen Sorgfalt gefaßt hat.

Iſt dieß mit dem erſten Bogen von 15° rechter und linker Hand geſchehen: So nehme man mit dem Stangenzirkel auf A die Weiten von $15° + \frac{1}{4}°$, $15° + \frac{2}{4}°$, $15° + \frac{3}{4}°$, $15° + 1°$, $15° + 1° + \frac{1}{4}°$ ꝛc., und trage ſie aus eben dem Punkte, wo 0° hinkommen muß, nach der rechten und linken, bis auf beyden Seiten der Bogen von 90°, wie verlangt wird, eingetheilt iſt.

XIV.

XIV. Die Erinnerung im 84 § iſt auch hier nicht auſſer Acht zu laſſen, wobey noch zu merken, daß die Theilpunkte auf A, mittelſt eines ſtählernen Punzens, durch zarte Tüpfelgen von etwa 0, 001 Zoll, ſichtbar gemacht werden, nachdem man Anfangs die Stellen der Abtheilungen blos durch ſehr zarte Einſchnitte mit dem Zirkel angegeben.

XV. Iſt aber die Eintheilung auf der Platte A vollendet, und durch vielfältige Prüfungen für richtig befunden worden:

So ziehe man aus dem Mittelpunkte des Halbkreiſſes A einen zweyten, dritten und vierten, wovon des zweyten Halbmeſſer dem des erſten oder eingetheilten etwa um $\frac{3}{4}$ Linien übertrift, und um eben ſo viel auch der Halbmeſſer des dritten und vierten dem des zweyten und dritten dieſer concentriſchen Kreiſſe.

XVI. Zwiſchen dem vierten und dritten werden die Theilſtriche für $\frac{1}{4}$ Grad, zwiſchen dem vierten und zweyten die für ganze Grade, und zwiſchen dem vierten und erſten die für 5 Graden gezogen, die für 10 Grade aber zieht man etwas über dem erſten hinaus.

XVII. Hiezu kann man ſich eines bloßen Federmeſſers, deſſen Spitze von Stahl, und ſehr ſcharf und dünne geſchliffen, bedienen.

Man legt an des Halbkreiſes Mittelpunkt A, und an jedem Theilpunkt ein Linial ſehr genau an, und zieht längſt demſelben, mit erwähntem Federmeſſer, die Theilſtriche ſehr zart zwiſchen Umkreiſſen, die XVI angiebt.

Dabey muß man die Vorſicht brauchen, daß die Theilſtriche genau durch die Theilpunkte (XIV. XIII), gehen. Dieß läßt ſich leicht ſehen und fühlen, beſonders wenn die Tüpfelchen gut gemacht ſind, und man ſich eines Vergrößerungsglaſes bedient, auch erſt mit

des Federmeſſers Spitze längſt des Linials herfährt, ehe man den Theilſtrich würklich auszieher.

XVIII. Endlich polieret man das Rauhe von der Platte ab, und überzieht ſie mit einer Druckerſchwärze, nach deren Wegwiſchung alsdann die Theilſtriche ſehr deutlich in die Augen fallen.

§. 124.

Dieſe Methode iſt eine Anwendung auf den Gradbogen derjenigen, die Herr Prof. Mayer in ſeiner praktiſchen Geometrie §. 89 für die Eintheilung eines Kreiſes in einzelne Grade, giebt.

Sie iſt ſehr einfach, und man kann dadurch einen Winkelmeſſer mit ziemlicher Genauigkeit eintheilen; wenigſtens weit richtiger, als mittelſt der ſo genannten Theilſcheibe, die die meiſten Mechanici zu dieſem Geſchäfte brauchen.

Größere Winkelmeſſer, z. E. von 2 und mehrern Fuſſen im Halbmeſſer, theilt man mittelſt Sehnen. Dieſe berechnet man, und nimmt ſie von einem ſehr genau eingetheilten Maasſtabe ab.

Das ganze Verfahren kann man aus des geſchickten Künſtlers, J. Bird's Method of dividing Aſtronomical Inſtrumentes, davon ſich in Herrn Hofr. Käſtners aſtronomiſchen Abhandl. II. Samml. 188 u. f. S. eine Ueberſetzung befindet, kennen lernen. Ueberdies enthält letzt genannten Buches 5te Abhandlung 17 und 18ten § noch vortrefliche, zu Eintheilung der Winkelmeſſer und dergleichen, brauchbare Lehren.

§. 125.

Bey den aſtronomiſchen Werkzeugen pflegt man heut zu Tage ſehr oft den Quadranten in 96 gleiche Theile zu theilen, und nennt es die 96. Theilung.

Sie läßt ſich ſehr bequem und genau bewerkſtelligen, weil man durch den Halbmeſſer den Bogen von 60°, und folglich durch eine Halbirung den von 30°

leicht

leicht beſtimmen kann, überdieß den Bogen von 30°
nur noch fünfmal zu halbiren braucht.

Denn

$$\frac{1}{2.2.2.2.2} \cdot 30° = \frac{1}{2.2.2.2.2} \cdot \tfrac{1}{3}\, 90°$$

$$= \tfrac{1}{96} \text{ des Quadrantens.}$$

§. 126.

Da

$$\tfrac{1}{96} \cdot 90° = 56' \, 15'':$$

So läßt ſich leicht

$$\tfrac{2}{96} \cdot 90°$$
$$\tfrac{3}{96} \cdot 90°$$

und überhaupt jedes Vielfache von

$$\tfrac{1}{96} \cdot 90° = 56' \, 15''$$

berechnen, und in eine Tafel bringen.

Dieſe würde dazu dienen, Winkel, die in 96 Theilen des Quadranten bekannt, durch Grade und Minuten ꝛc. auszudrücken.

§. 127.

Es wäre gut, wenn ſich die Markſcheider auf ihrem Gradbogen ꝛc. der 96. Theilung ſowohl als der Gradabtheilung oder 90. Theilung zu bedienen ſuchten. Denn dies diente zur wechſelſeitigen Prüfung, und ſelbſt zur genauen Ausmeſſung eines Winkels.

Wie aber beyde Eintheilungen auf dem Gradbogen ꝛc. mittelſt concentriſcher Kreiſſe anzubringen, fällt in die Augen (123).

h) Gradbogens Gebrauch, Fehler und Prüfung.

§. 128.

Mittelſt des Gradbogens einer Linie Neigung zu finden.

Aufloͤ=

Auflöſung.

I. Vorausgeſezt, daß die ſo ſtark als möglich ausgeſpannte Schnur AB (Fig. 14) würklich in einer geraden Linie liegt, oder ohne merklichen Irthum dafür angeſehen werden kann (107, III, VI):

So hänge man an ſie den Gradbogen FDE;

II.) Der Perpendikel Cp wird den Bogen Dp abſchneiden, der die Zahl der Grade des geſuchten Neigungswinkel enthält.

Beweis.

Eine durch AB laufende ſeigere Ebne, in der der Gradbogen, vermöge ſeiner Vorrichtung liegt, wird die durch den Anfangspunkt gehende ſöhlige in der ſöhligen Linie AG ſchneiden (7) und der Winkel BAG der Linie AB Neigung ſeyn, (28, und Geometrie, II. Theils 1ſte Erklärung).

Nun iſt CH, des Perpendikels Cp Richtung, eine ſeigere Linie (7), folglich, weil AH ſöhlig, das Dreyeck AHC bey H rechtwinklich (8), und

W BAG + W ACH = R, (Geom. 13. S. 2. Z.)
= W ACH + HCD, (121)

Folglich:

W BAG = W HCD
= W pCD;

Dieſer Winkel enthält aber ſo viel Winkelgrade als Dp Bogengrade, welche von D nach F und E zu, gezählt werden.

§. 129.

Wenn des Perpendikels Faden nicht genau irgend einen Theilpunkt der ganzen, halben, oder viertel Grade deckt: So ſchätzt man zwiſchen den zween Theilſtrichen, zwiſchen die das Loth fällt, (indem man den Raum,

den

den ſie einſchlieſſen, nach dem Augenmaaße in 3 gleiche Theile theilt), fünf Minuten, die man in Freyberg mit dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer durch p (plus) oder m (minus) bezeichnet, nachdem das Perpendikel 5′ über einen Theilſtrich nach 90° zu, oder ſo viel vor denſelben nach 0° zu, deckt; d. i. nachdem die 5′ poſitiv oder negativ zu nehmen ſind.

§. 130.

Da die ausgeſpannte Schnur nie in einer geraden Linie liegt (107): So iſt es zwar nicht gleichgültig, an welcher Stelle der Schnur der Gradbogen zu hängen iſt, um eine Neigung anzugeben, die der Neigung der geraden Linie zwiſchen der ausgeſpannten Schnur Endpunkten gleich iſt; allein der Fehler wird deſto kleiner ſeyn, je größer der Schnur Neigung, und oft viel weniger betragen, als der Gradbogen anzuzeigen im Stande iſt. (a. §. III. V.).

Herr von Oppel hat darüber in ſeiner Markſcheidekunſt, §. 426. aus Betrachtungen der Kettenlinie Vorſchriften herzuleiten geſucht; allein er hat nur gefunden, daß man den Gradbogen deſto weiter unter der Schnur Mitte hängen müſſe, je größer ihre Neigung iſt.

Herr Hofrath Käſtner meynt (Markſcheidekunſt, 3te Anmerkung, 34) daß es wohl am beſten wäre, die Schnur ſo ſtark als ſie verträgt zu ſpannen, den Gradbogen an ein paar Stellen anzuhängen, und wenn er nicht ganz merkliche Unterſchiede angiebt, das Mittel dazwiſchen zu nehmen.

Einige Markſcheider thun auch dieß, indem ſie den Gradbogen einmal gegen das obere Ende der Schnur, das anderemal gegen das untere hängen und das arithmetiſche Mittel nehmen.

§. 131.

Einer ſchiefen Linie AB Endpunkt B liegt entweder über oder unter der durch ihren Anfangspunkt A gehenden ſöhligen Ebne.

Liegt B darüber: So ſagt man von AB, ſie ſteige; Iſt aber B darunter: ſie falle.

§. 132.

Wenn daher des Gradbogens Perpendikel ſich nach dem Anfangspunkte A zu neigt: So ſteigt AB; geſchieht dieß nach dem Endpunkte B zu: So fällt ſie.

§. 133.

Die Neigung einer Linie ſey poſitiv, wenn ſie ſteigt; negativ aber, wenn ſie fällt.

§. 134.

Alſo auch ihre ſteigende Seigerteufe bejaht und ihre fallende verneint (eb. Tr. 3te Erkl. 4. Zuſ.)

§. 135.

Man ſagt von einer Linie AB, daß ſie ſich **von A nach B erſtrecke**, wenn A ihr Anfangspunkt; **von B nach A** aber, alſo der **vorigen Richtung** entgegen geſetzt, wenn B ihr Anfangspunkt.

Im erſten Falle wollen wir ſie mit AB, im zweyten hingegen mit BA bezeichnen, alſo allemal den Anfangspunkt voran ſetzen.

§. 136.

Wenn AB ſteigt: So fällt BA und umgekehrt (135).

Iſt daher der Linie AB Neigung

$$= \pm \alpha:$$

So iſt der BA Neigungswinkel

$$= \mp \alpha.$$

§. 137.

Fehler des Gradbogens können ſeyn:

1) Die unrichtige Eintheilung des Randes,

2) Die

2) Die nicht gehörige Feinheit der Theilſtriche,

3) Die Verbeugung der Haken,

4) Wenn dieſe zu enge gebogen, daß der Gradbogen an der Schnur ſich nicht gehörig in eine ſeigere Ebne ſtellen kann.

5) Wenn das Perpendikel nicht genau im Mittelpunkt des Gradbogens aufgehängt iſt.

§. 138.

Die Unrichtigkeiten in des Gradbogens Abtheilungen zu beſtimmen.

Aufloͤſung.

I.) Will man blos unterſuchen, ob und wo dergleichen Fehler vorhanden:

So darf man nur einen guten Stangenzirkel haben, und zwiſchen ſeinen beyden Spitzen, mit aller nur möglichen Schärfe, einen gewiſſen Bogen faſſen;

Dann prüfen, ob dieſe Weite durchgehends auf der ganzen Peripherie von gleicher Länge iſt.

Dergleichen Verfahren kann man erſt mit dem Bogen von 90° anſtellen, um zu erfahren, ob der Halbkreis gehörig in zween gleiche Theile getheilt, und alſo der Punkt 0° genau in des Randes Mitte ſey; hierauf dieß bey dem Bogen von 45° thun, und ſehen, ob dieſe Weite genau viermal in dem halben Umkreiſe enthalten; dann eben das mit dem Bogen von 30° u. ſ. w. vornehmen.

II.) Dieſer Fehler (I) Größe zu beſtimmen, ſey (Fig. 15) b ein auf dem Gradbogen angegebener Theilpunkt, den man aber unrichtig befunden hätte (I), und eigentlich in m liegen müßte.

Geſetzt

Geſetzt b habe ſo eine Lage, daß der Bogen ab, und alſo auch der Winkel bca = μ Grade, (wo μ jede Zahl ſeyn kann), enthalten ſollte. In der That iſt er nicht ſo groß, ſondern der Bogen ma, und alſo der Winkel mca.

Der Bogen ba alſo iſt entweder um den Bogen mb zu klein oder zu groß, nachdem m rechter oder linker Hand b, (alſo zwiſchen b und a, oder J und b) liegt. Im erſten Falle iſt mb verneint, im zweyten bejaht.

Wüßte man nun, wie viel Grade, Minuten ꝛc. der Bogen ab eigentlich enthielte: So wüßte man auch den Bogen mb.

Sucht man folglich den Winkel bca: So läßt ſich ſehr leichte mcb finden, und dann hat man gleich mb ſelbſt.

Es ſey daher des Gradbogens Halbmeſſer, oder

ca = a,

des Bogens ba Sehne, (welche man auf einem genau eingetheilten Maaßſtabe mit aller nur möglichen Schärfe zu meſſen, und in eben dem Maaße, in dem a ausgedruckt iſt, zu beſtimmen hat), oder

ab = c:

So iſt

$$\text{Coſ. bca} = 1 - \frac{c^2}{2a^2} \text{(eb. Tr. 20 S. 33).}$$

Hätte man auf dieſe Art den Winkel bca = ν, in Graden und deren Theile gefunden: So wird

W mcb = μ — ν

ſeyn.

III.) Solchergeſtalt läßt ſich allemal finden, was man bey einer unrichtig abgetheilten Hängewage (122) den Bogen ab, den das Perpendikel angiebt, noch zuzuſetzen, oder davon wegzunehmen hat.

Iſt

Iſt dies für alle falſche Theilpunkte gefunden und in eine Tafel gebracht: So kann man auch mit einem unrichtig eingetheilten Gradbogen, meſſen.

IV.) Dieſe Methode könnte ſchon zureichend ſeyn, ihre Abſicht zu erfüllen; freylich müßte man den Punkt a, wo es am beſten wäre, zu nehmen ſuchen, welches eine kleine Ueberlegung leicht giebt.

Indeſſen kann auch die 96. Theilung auf dem Gradbogen angebracht, zu gleicher Prüfung dienen. Freylich muß dieſe Theilung richtig ſeyn; dies kann aber faſt allemal vorausgeſetzt werden, da ſie mit weit weniger Schwierigkeit als die Gradabtheilung, verbunden iſt.

V.) Die Prüfung mit der 96. Theilung vorzunehmen, darf man nur verſchiedene Schnuren ziehen, und bemerken, wie viel Grade und deren Theile ſowohl, als Theile der 96. Theilung das Loth anzeigt;

Dieſe letztern auf Grade reducirt, müſſen mit den vom Lothe angegebenen von gleicher Anzahl ſeyn.

Iſt dies nicht: So zeigt der Unterſchied den Fehler.

VI) Bey richtiger 96. Theilung zeigt ſchon das Zuſammenpaſſen gewiſſer Theilſtriche von ihr mit welche von der Gradabtheilung, ob Fehler in letzterer vorhanden.

VII.) Wenn man gezogener Schnuren Neigung ſchon weiß, kann man auch des Gradbogens Abtheilung prüfen.

Dieſe Neigung würde am einfachſten gefunden, wenn man von einem Punkte der Schnur ein Loth herabhängen lieſſe, auf dem Winkel der ſo entſteht, und α heiſſen mag, die Schenkel ſo ſcharf als möglich, überdies des Dreyecks, das ſie gäben, dritte Seite, mäſſe, und α daraus berechnete (20. S. eb. Tr.).

Hat man ſolchergeſtalt α: So giebt $90° - \alpha$ der Schnur Neigung.

§. 139.

Den Fehler in Sekunden zu beſtimmen, der wegen der Theilſtriche Dicke zu befürchten (137, 2)).

Aufloͤſung.

Man ſchätze nach dem Augenmaaße, wie viel dieſe Dicke an Zehntheilen, Hunderttheilen, Tauſendtheilen ꝛc. vom Zolle betragen.

Nun muß des Gradbogens Halbmeſſer $= a$ gegeben ſeyn.

Heißt die geſuchte Anzahl Sekunden x:

So iſt

$$x = \frac{b}{a} \cdot 206264 \text{ Sekunden.}$$

Beweis.

Die halbe Peripherie eines Kreiſſes, deſſen Halbmeſſer $= a$, iſt

$$= a. \ 3,1415 \ldots\ldots$$

und enthält

648000 Sekunden:

Alſo

$$a. \ 3,1415 \ldots\ldots : b = 648000'' : x''.$$

Exempel.

Wäre

$$a = 5''$$
$$b = 0,01 \text{ Zoll:}$$

So erhielte man

$$x = \frac{0,01. \ 206264}{5}$$
$$= 6' \ 52'', 53$$

Ein

Ein Gradbogen alſo, bey dem der Halbmeſſer = 5 Zoll, alles übrige richtig und der Theilſtriche Dicke = $\frac{1}{100}$ Zoll, iſt in Rückſicht letzterer einem Fehler von 6′ 52″, 53 unterworfen.

Dieſer vermindert ſich, wenn man

$$b = 0,001''$$

macht:

Man erhält ſo

$$x = \frac{0,001 \cdot 206264}{5} \text{ Sekunden}$$

$$= 41'', 253$$

Aus dem allen aber ſieht man, daß auſſer der Gleichheit der Theile, eine der nothwendigſten Eigenſchaften eines Gradbogens, wie jedes Winkelmeſſers, iſt, die Theilſtriche ſo zart als möglich aufzureiſſen, und den daher zu befürchtenden Fehler nicht auſſer Acht zu laſſen.

§. 140.

Wenn des Gradbogens Haken verbogen ſind: So iſt ſein Durchmeſſer nicht der Schnur parallel; und man erhält einen andern Winkel, als man ſucht.

Den wahren Winkel μ und den Fehler φ zu finden.

Aufloſung.

I. Hier ſind des Gradbogens Haken ungleich.

II. Man hänge ihn das eine Mal ſo an die Schnur, daß der gröſsre Haken nach dem Endpunkte zu gekehrt iſt:

III. Was in dieſer Lage das Perpendikel anzeigt, ſey = γ.

IV. Hierauf hänge man ihn an eben die Schnur verkehrt;

V. Die Zahl der Grade ꝛc. die das Perpendikel nun abſchneidet, ſey $= \delta$:

VI. So hat man

$$\mu = \tfrac{1}{2}(\gamma + \delta), \text{ und}$$
$$\varphi = \tfrac{1}{2}(\delta - \gamma).$$

VII. Behält der Gradbogen dieſen Fehler ungeändert bey: So darf man, um jeder andern Schnur Neigung zu finden, ihn nur einmal anhängen, und man hat

für II

$$\mu = \gamma + \varphi$$

für IV aber

$$\mu = \delta - \varphi.$$

Beweis.

1′) Der Gradbogen habe Fig. 16 die Lage II; und KS ſey der größere, HT aber der kleinere Haken:

So muß der Durchmeſſer KH mit der Schnur MN einen gewiſſen Winkel MEK machen.

2′) Dieſer iſt $= \varphi$:

3′) Denn das Loth CP muß auf des Gradbogens Rande einen Bogen JL $= \gamma$ (III) abſchneiden, welcher der Linie KE Neigung iſt; weil, wenn durch E eine horinzontal Ebne gelegt wird, und UE eine in ihr durch den Punkt wo das Loth von K auf ſie eintrift, und durch E gezogene Linie iſt, der Winkel KEU = der KE Neigung, und dieſer Winkel = WJCL. Aber WMEU $= \mu$ (28) und der Gradbogen giebt den Winkel KEU $= \gamma$ an.

4′) Hieraus hat man

$$\gamma = \mu - \varphi.$$

5′) Nun ſey 17te Figur der Gradbogen in der Lage IIII; daß alſo

16. Fig.	K	H	C,	P
17. =	k	h	c	p

Folglich

Folglich der Winkel

$$\text{ken} = \text{KE[illegible]M}$$
$$= \varphi$$

und

$$\text{Bogen il} = \delta \text{ (V, Auſl.)}$$
$$= \text{W icl}$$
$$= \text{der hk Neigung (3')}.$$

7') Alſo

$$\delta = \mu + \varphi \text{ (Geom. 13. Satz, 1. Zuſ.)}.$$

8') Folglich

$$\gamma + \delta = (\mu - \varphi) + (\mu + \varphi), [7', 4'].$$
$$= 2\,\mu,$$

woraus man μ in VI hat.

9') Nun iſt

$$\varphi = \mu - \gamma \text{ (4')}$$
$$= \tfrac{1}{2}(\gamma + \delta) - \gamma, \text{ (8')}$$

welches φ wie in VI giebt.

10') Endlich laſſen ſich aus 4' und 7' die Formeln in VII der Auflöſung herleiten.

§. 141.

Wenn man μ anderswoher, (etwa durch ein ähnliches Verfahren, wie in 138, VII, oder durch einen andern, aber richtig befundenen Gradbogen und dergleichen,) wüßte: So dürfte man nur mit dem fehlerhaften Gradbogen γ ſuchen, und man würde

$$\varphi = \mu - \gamma$$

haben (140, 4').

§. 142.

Herr Hofrath Käſtner hat das Verfahren (140, 141) zuerſt in ſeiner Markſcheidekunſt 4te Anmerkung gezeigt. Wir haben darnach das bisherige mit einiger Aendrung vorgetragen.

Es dient auch, wenn die Haken nicht verbogen, aber doch von dem Mechaniko ungleich gemacht oder

ſo angebracht worden, daß des Gradbogens Durchmeſſer nicht mit der Schnur parallel läuft.

§. 143.

Die Markſcheider beugen gewöhnlich die Haken ſo lange, bis das Perpendikel des Gradbogens, indem man dieſen an die Schnur einmal auf die eine Seite, das andremal auf die andere, aber verwand anhängt, genau einerley giebt.

Dies Verfahren iſt nicht von Brauchbarkeit.

§. 144.

Zu finden, ob das Perpendikel genau in des Gradbogens Mittelpunkte aufgehängt iſt.

Auflöſung.

Vorausgeſetzt, daß die Theilung auf des Gradbogens Rande richtig iſt, ziehe man durch die Theilpunkte 90° eine gerade Linie:

Dieſe muß durch des Gradbogens Mittelpunkt, und alſo durch des Perpendikels Anfangspunkt gehen (121).

§. 145.

Wenn das Perpendikel nicht im Mittelpunkte aufgehängt iſt:

So faſſe man auf des Gradbogens Rande mit aller möglichen Genauigkeit, mittelſt des Stangenzirkels, die Weite der Endpunkte des Bogens von 60°, und trage ſolche von einem Theilpunkte 90° auf die durch dieſe Theilpunkte gehende Linie (144):

Dies giebt des Gradbogens Mittelpunkt.

h) Herrn Siegels*) Vorſchläge zur Verbeſſerung des Gradbogens (121).

§. 146.

*) Kayſerl. Königl. Markſcheider und Probierer zu Schladming in Steyermark.

§. 146.

I. Weil das Perpendikel (oder, wie man es auch nennt, der Senkel) lange ſpielt, ehe er an ſeine gehörige Stelle zur Ruhe kommt, auch leicht gehindert werden kann, den gehörigen Bogen abzuſchneiden: So hat Herr Siegel, dieſen Unbequemlichkeiten auszuweichen, den Gradbogen folgendermaaßen abgeändert *).

II. Das Blech U (Fig. 18), worinnen des Gradbogens Mittelpunkt liegt, und welches den Rand afb zuſammenhält, iſt etwas höher gegen die Haken a, b, feſt gemacht, und in der Mitte nach des Gradbogens Rande kreisförmig zu gerundet.

III. In dieſer Stelle des Bleches U liegt der Mittelpunkt oder des Perpendikels Anhängepunkt c.

IV. Nun iſt, ſtatt des gewöhnlichen Perpendikels, folgende Vorrichtung, ſo Herr Siegel einen Schwungſenkel nennt, angebracht.

V. Ein meſſingenes Blech W (Fig. 18 und 20) kann ſich bey d, mittelſt eines Kappeneiſens auf zween in c (III) gehenden ſtählernen Zäpfgen c. c (Fig. 20), frey und ungehindert bey der geringſten Verbeugung hin und wieder ſchwingen.

Unten, ſtatt der Kugel, iſt eine Rahme E (Fig. 19 und 18) von Meſſing, wodurch der Rand afb frey gehen kann.

VI. Den ganzen Schwungſenkel ſtellt die 19 und 20ſte Figur im Durchſchnitte vor. Die 21ſte Figur aber die Rahme E einzeln.

VII. In letzterer Figur iſt ik der Rahme vordere Theil, deſſen beyde Ende etwas zugeſpitzt und bey x,

*) Die Beſchreibung davon findet ſich in den Abhandlungen einer Privatgeſellſchaft in Böhmen ꝛc., 1ſten Bande, 160 u. f. S.; die 18, 19, 20, 21ſte Figur ſind der dortigen VIten Tafel I, II, III, IVten Figur.

x, Figur 19, etwas einwärts gebogen ſind, um dem Rand afb eine Lüftung zu verſchaffen, damit ſelbiger im Schwunge die Rahme nicht berühre.

In der Mitte dieſes Vordertheils ik iſt ein Stift f aus Stahl, (Fig. 18 und 21) um die Grade ꝛc. anzuzeigen, befeſtiget.

Dieſer iſt dergeſtalt eingeheftet, daß, wenn der Gradbogen an einer söhligen Schnur hängt, er bey richtiger Eintheilung des Randes durch 0° und verlängert durch den Mittelpunkt c genau gehen muß.

Im der Rahme hintere Theil, iſt wie der vordere, doch ohne Stift.

Bey n werden die Theile zuſammengeniethet, und vor qq ſtreicht der Rand vorbey.

Dieſe beyden Theile machen die Rahme aus, wenn ſie unten bey h mit einer Schraube, die in die Schraubenmutter g paßt, zuſammengezogen werden.

VIII. o, p, (Fig. 20) ſind ſtählerne am Bleche U angebrachte Federn, woran die Zapfen c, c, (V).

Nach Erforderniß kann die Schraubenmutter g abgenommen, die Federn op zuſammengedrückt, der Schwungſenkel aus den Zapfen c, c, ausgehangen, und in einem beſondern Futterale zum nöthigen Gebrauche aufbewahret werden.

§. 147.

I. Durch den Schwungſenkel kann leicht der Gradbogen zu ſchwer gemacht werden, welches aber nach §. 107 nicht ſeyn darf; doch kann man ſich bey den Blechen U, W (146, II, V), der Rahme E u. ſ. w. helfen, wenn man dieſen nur die nöthigſte Breite und Dicke giebt.

II. Nun komt die Hauptſache darauf an: daß erſtlich die Zäpfgen c, c, (Fig. 20) mit ihren Federn o, p ſo angebracht ſind, daß allemal, welche Lage auch der Schwungſenkel nimmt, die Axe dieſer cylindriſchen

Zapfen

Zapfen genau durch des Gradbogens Mittelpunkt geht; zweytens der Stift f wie VII vorigen § es erfodert, eingeheftet iſt; und drittens das Blech W mit dem Bleche U und dem Rande in einer Ebne liegen.

III. Iſt dies alles (I, II): So dürfte mit dem Schwungſenkel die Abſicht (146, I) erreicht werden.

Auch könnte man an ihm einen Vernier anbringen.

i) Gebrauch des Vernier bey Kreisbogen und Winkel.

§. 148.

AB (Fig. 22) ſey ein aus C mit CU gezogener Kreisbogen, der in lauter gleiche Theile, z. E. Grade, getheilt iſt;

Das Stück OU des Bogens AB enthalte r ſolcher Theile,

Und der OU am Mittelpunkte C zugehörige Winkel UCO heiſſe α.

Nun ſey γD ein mit CD < CU, und mit AB concentriſch beſchriebener Kreisbogen, zwiſchen des Winkels α Schenkeln.

Und in r — 1 gleiche Theile getheilt:

Man verlangt die Differenz d zwiſchen einem Theile von UO, und einem von γD.

Aufloͤſung.

Jeder der r gleichen Theile von UO ſey = b;
So iſt

$$d = \frac{b}{r - 1}$$

Beweis.

Wenn man durch des Bogens OU Theilpunkte nach C gerade Linien zieht: So wird dadurch α in r

gleiche Theile getheilt, aber in r — 1, wenn durch des γD Theilpunkte nach C gerade Linien gezogen werden.

Alſo gehört am Mittelpunkte C einem Theile von AB ein Winkel $= \frac{\alpha}{r} = b$, und einem Theile von γD einer $= \frac{\alpha}{r-1}$, zu.

Jener iſt kleiner als dieſer:
Alſo hat man

$$d = \frac{\alpha}{r-1} - \frac{\alpha}{r}$$
$$= \frac{r.\alpha - (r-1)\alpha}{r(r-1)}$$
$$= \frac{b}{r-1}.$$

§. 149.

Um einen Winkel = d übertrift ein Theil von γD einen von AB (148).

§. 150.

Dem nten Theilſtriche von UO gehört am Mittelpunkte ein Winkel $= \frac{n}{r}\alpha = nb$, und dem nten von γD einer $= \frac{n}{r-1}\alpha$ zu (148).

Der Unterſchied

$$\frac{n\alpha}{r-1} - \frac{n\alpha}{r} = \frac{n\alpha}{r(r-1)}$$
$$= n\frac{b}{r-1}.$$

Folglich

Folglich ſteht der nte Theilſtrich von γD von dem nten des Bogens UO um den Winkel $\frac{nb}{r-1}$ = nd ab (149).

§. 151.

Man ſieht, daß man den Bogen γD als einen Vernier betrachten kann, und ſich hier ebenfalls vorſtellen muß: der Bogen γD könne längſt den Theilpunkten von AB, als einem eingetheilten Rande, fortgeſchoben werden, ſo aber, daß γD beſtändig mit AB parallel bleibe.

§. 152.

Mittelſt des Vernier γD, eines kleinen Bogen Ow oder Winkels OCw Größe zu finden.

Aufloͤſung.

Man ſchiebe den Vernier γD von der linken Hand gegen die rechte fort, bis deſſen Anfangsſtrich D genau in den Halbmeſſer Cw zu liegen kommt;

Unterſuche alsdann, welcher Theilſtrich des Vernier mit einem gewiſſen Theilſtriche von AB in eine gerade Linie fällt:

So hat man den kleinen Winkel OCw um den D rechter Hand von dem nächſten Theilſtriche O auf AB, abſteht (150, 92).

Träfe kein Theilſtrich des Vernier mit einem von AB zuſammen, ſo wird man ſich ſchon aus §. 95 zu helfen wiſſen.

§. 153.

Exempel.

Wäre b = 1°, und α = 31°:

So würde r = 31, und folglich $\frac{b}{r-1} = \frac{1^\circ}{30}$ = 2′ ſeyn.

Alſo können bey dieſer Einrichtung des Vernier die Winkel in $2'$ angegeben werden.

Träfe daher in §. 152 der 12te Theilſtrich des Vernier mit einem des Randes zuſammen: So würde $OCw = 12 . 2' = 24'$ ſeyn.

Hätte man auf AB von A bis O dreyzehn Grade: So wäre der Bogen AOw, oder der ihm zugehörige Winkel $ACw = 13^\circ\, 24'$.

§. 154.

Es iſt d (148) gegeben:
Man ſoll r (a. O.) finden.

Aufloͤſung.

$$r = 1 + \frac{b}{d}.$$

Beweis.

Aus §. 148 hat man

$$\frac{b}{d} = r - 1.$$

Exempel.

Iſt

$$b = 5'$$
$$= 300'';$$
$$d = 15'':$$

So hat man

$$r = 1 + \frac{300}{15}$$
$$= 21.$$

Das heißt: die Länge des Vernier muß 21 Theilen von AB gleichgeſetzt, und ſolche alsdann in 20 gleiche Theile getheilt werden.

k) Herrn

k) Herrn Hofrath Käſtners Gradbogen.

§. 155.

Die im 121. § beſchriebene Einrichtung des Gradbogens iſt die gewöhnliche; und man kann durch ihn einer Linie Neigung nicht ganz genau bis auf 5′ angeben.

Ein ſolcher Fehler aber hat in die Beſtimmung der unbekannten Stücke keinen unbeträchtlichen Einfluß: Daher hat Herr Hofrath Käſtner in ſeinen vortreflichen Anmerkungen zur Markſcheidekunſt (6te Anmerk. 45 u. f. S.) einen Gradbogen vorgeſchlagen, durch den ſich der Neigungswinkel einer Linie bis auf 1 und 2 Minuten genau beſtimmen läßt.

§. 156.

Seine Einrichtung iſt folgende:

LM (Figur 23) iſt ein Quadrant, deſſen Mittelpunkt K.

Um dieſen Punkt dreht ſich eine Regel, die den Vernier NO (151) mit ſich herumführt.

In dem verlängerten Halbmeſſer LK iſt ein Punkt G, von dem ein Perpendikel GP herabhängt, das einen Punkt H berührt, der wo, etwa im fortgezogenen Quadranten bezeichnet ſeyn muß, wenn LK horizontal und KM vertikal iſt.

Der Winkel LKM muß genau alſo ein rechter, und GH genau mit KM parallel ſeyn, welches offenbar leicht zu erhalten und auch zu prüfen iſt, zumal bey einem Werkzeuge, das nicht groß zu ſeyn braucht.

Bey L iſt der Anfang der Grade, und zählen ſich nach M zu fort.

An die Regel bringe man ſolche Haken S und T an, wie am gewöhnlichen Gradbogen (121).

Die Haken aber können ſich entweder innerhalb des Quadranten an der Regel befinden, und nach einer

Seite

Seite des Werkzeugs, z. E. nach der Rückſeite deſſelben gebogen werden; (in dieſem Falle wäre die ganze Laſt des Gradbogens auf einer Seite der Schnur ꝛc.), oder (Fig. 24) auſſerhalb des Quadranten, indem man die Regel über K und N gleich weit hinaus verlängerte, dergeſtalt, daß dieſe Verlängerung und die Regel KN zuſammen einen Durchmeſſer betrügen, und dann die Haken an dieſes Durchmeſſers Enden ſo anbrächte, daß ſie, wie beym Gradbogen (121), ſowohl nach des Werkzeugs Vorderſeite als Rückſeite gebogen wären.

Uebrigens muß am Ende der Regel, etwa bey N eine Schraube dergeſtalt angebracht werden, daß damit der Rand des Quadranten feſtgeſchraubet, und er dadurch in ſeine gehörige Stelle (157, II) gelaſſen werden kann.

§. 157.

Mit dem Käſtneriſchen Gradbogen einer geraden Linie AB Neigung zu finden.

Aufloͤſung.

Man hänge an die Schnur, ſo AB vorſtellt, den Quadranten;

Drehe ihn ſo um ſeinen Mittelpunkt in einer Vertikalfläche, daß das Perpendikel GP genau auf H herabhängt,

Und ziehe die Schraube bey N dergeſtalt an, daß ſich die Regel KN nicht weiter bewegen kann:

So wird der Bogen Ln der Schnur Neigung geben, und zwar mittelſt des Vernier bis auf zwo Minuten, oder ſogar bis auf eine.

Beweis.

Da die Regel mit der Schnur Richtung parallel, und, wenn GP auf H herabhängt, GL hori-

zontal

zontal iſt (156): So iſt W AbG der AB Neigung (28).

Aber

W AbG = LbB (Geom. 8. S. 4. Z.)
= Bogen Ln (G. 22. S. 7. Z.).

Wegen des Vernier erhellet die Sache aus 152 und 153.

§. 158.

Der Käſtneriſche Gradbogen dürfte in der Ausübung von vielen Nutzen ſeyn. Er iſt nicht zuſammengeſetzt, und man kann durch ihn leicht die Neigungswinkel von 2′ zu 2′, oder gar von 1′ zu 1′ angeben (157), welche Genauigkeit bey wichtigen Markſcheider Angaben wahrhaftig erfodert wird. Ein geſchickter Mechanikus kann ihn leicht wohl gar mit einigen Verbeſſerungen fertigen. Er iſt auch nicht ſchwerer, ehe leichter, als der gewöhnliche Gradbogen, wenn man auch die Haken an die Regel auſſerhalb des Quadranten anbrächte *), zu der ſichern Stellung des Vernier wegen noch an deſſen anderes Ende O eine Regel von K aus befeſtigte, daß der Vernier gleichſam einen Kreisausſchnitt darſtellte.

Käſtners Markſcheidekunſt, 6te Anmerk. 14. §.

§. 159.

Die Prüfung dieſes Gradbogens (156) anlangend, ſo findet zwar bey ihm nicht ſtatt, daß man ihn, in Rückſicht fehlerhafter Haken, ſo leicht wie den gewöhnlichen Gradbogen prüfen, und ſelbſt bey dieſem Fehler der Schnur Neigung durch zweymaliges Anhängen finden kann (140); allein man kann auch hierzu leicht Mittel ausdenken.

Geſetzt

*) Dieſe Stelle der Haken ſcheint mir beſſer, als die innerhalb des Quadrantens.

Geſetzt alles, auſſer die Haken, wäre richtig: So wird KN mit AB einen kleinen Winkel machen. Dieſer aber muß unveränderlich ſeyn, ſo lange die Haken ſich nicht verbeugen, und alſo der Quadrant allemal einen und denſelben Fehler β geben, welche Donlege auch die Schnur haben mag.

β nun zu finden, ziehe man über Tage eine Schnur in bekannter Donlege, und hänge daran den Quadranten. Der Unterſchied zwiſchen der Donlege, die er angiebt, und der bekannten zeigt ſeinen Fehler. Sich davon mehr zu verſichern, kann man verſchiedene ſolche Schnuren ziehen, und ihn an jede bringen.

Das einfachſte Mittel aber, einer Schnur Donlege über Tage zu erforſchen, iſt ſchon im 138, VII. angegeben.

Nach itzt genannten § laſſen ſich leicht auch die Abtheilungen des Vernier und Randes prüfen.

Uebrigens ſehe man vorigen § a. B. 6te Anm. 7... 13ter Abſatz.

Anmerkung.

159b.

Man hat auch Gradbogen, die zugleich Sohle und Seigerteufe angeben. Wer dieſe zu kennen verlangt, leſe in Herrn von Oppels Markſcheidekunſt den 428, 429, 430ſten §, und dazu des Herrn Hofrath Käſtners gleich angeführten Buchs 5te Anmerkung.

Sie ſind von keinem Gebrauche.

l) Erfahrungen vom Magnet.

§. 160.

Wenn man einen Magnet in Eiſenfeilſpäne legt: So hängen ſich dieſe am häufigſten an zween Punkte, und der übrige Feilſtaub bildet gleichſam Flüſſe oder Reihen, die faſt alle nach dieſen beyden Punkten zugehen.

Ein

Ein Magnet hat alſo zween Punkte, die gegen das Eiſen am ſtärkſten anziehende Kraft äußern.

Dieſe Punkte heiſſen die **Pole** des Magnets.

Jedes der Stücken, worein ein Magnet zertheilt wird, behält zween Pole.

Es giebt auch **zuſammengeſetzte** oder **anomaliſche Magnete**, mit mehr als zween Polen.

§. 161.

Jeder Pol eines Magnets findet an einem andern Magnete einen Pol, den er anzieht, und einen, den er zurückſtößt.

Die einander anziehenden Pole heiſſen **freundſchaftliche**, und die einander zurückſtoßende, **feindliche**.

§. 162.

I. Ein Stück Eiſen, noch mehr aber harter Stahl, das eine Zeitlang an einem Magnete gehangen hat, wird dadurch ſelbſt **magnetiſch**, d. h. es zieht nun anderes Eiſen an, und ſeine Pole zeigen Freundſchaft und Feindſchaft gegen die Pole eines andern Magnets.

II. Dies erfolgt auch, wenn es mit einem andern Magnete beſtrichen wird.

III. Das Streichen kann ſo verrichtet werden:

Man ſetze einen Pol des Magnets, welchen man will, auf die Mitte eines ſtählernen Stabes, und führe ihn bis zu einem Ende des Stabes hin.

Dieſe Arbeit kann man einigemal wiederholen, nur darf man nicht in entgegengeſetzter Richtung ſtreichen, oder dazwiſchen die Pole verwechſeln.

Die andere Hälfte kann man auf ähnliche Art mit des Magnets anderm Pole ſtreichen.

IV. Die Hälfte des Stabs wird mit des Magnets Pole, mit dem man ſie geſtrichen hat, freundſchaftlich (161). Und der zum Streichen gebrauchte Magnet verliert, auch bey oft wiederholtem Gebrauche, nichts von ſeiner Kraft.

 §. 163.

§. 163.

Streicht man auf dieſe Art (162, III) eine dünne ſtählerne Nadel: So erhält man eine **Magnetnadel.**

Dieſe ſo eingerichtet, daß ſie ſich frey drehen kann, nimmt allemal eine Richtung, daß das eine Ende von ihr, in die nördliche Gegend, wie das andere in die ſüdliche ſieht.

Jenes mag das **nördliche,** dieſes das **ſüdliche Ende** heiſſen.

§. 164.

Eine ſeigere Ebne in der Magnetnadel Richtung (163) wollen wir die **Magnetebne,** und jede ſöhlige Linie in ihr, die **Magnetlinie** nennen.

§. 165.

Die Magnetebne ſchneidet meiſtens die Mittagsfläche (36) unter einen Winkel, der die **Abweichung der Magnetnadel,** oder kurz: die **Magnetabweichung,** heißt.

§. 166.

Sie iſt periodiſch veränderlich, und findet ſich manchmal auf der Weſtſeite, zuweilen aber auf der Oſtſeite der Mittagsfläche.

Im erſten Falle heißt ſie **weſtlich,** im zweyten aber **öſtlich.**

Es giebt auch Gegenden, wo manchmal gar keine iſt.

§. 167.

Die Magnetabweichung kann ohne merklichen Irrthum auf ſehr kurze Zeit, und bey nicht gar weit von einander entlegenen Oertern, z. E. 10 und mehr Meilen, für einerley angenommen werden.

§. 168.

In den meiſten nördlichen Gegenden der Erde iſt der Magnetnadel nördliches Ende ſchwerer und ihr ſüd-

liches

liches leichter; umgekehrt verhält es ſich in ſüdlichen Gegenden.

Sie macht alſo meiſt mit einer ſöhligen Ebne einen Winkel.

Dieſer heißt ihre **Neigung** oder **Inklination**.

Sie iſt auch periodiſch veränderlich.

§. 169.

Ueber den Magnet iſt den Markſcheidern zum Nachleſen zu empfehlen:

Erxlebens und **Karſtens** Anfangsgründe der Phyſik;

Bergmanns phyſikaliſche Geographie, zwote Auflage;

Und viele andere.

m) Compaſſes Einrichtnng.

§. 170.

Eine ſeigere Ebne kann man ſich, ſo groß man will, denken, und daher annehmen, daß jede die Magnetebne und Mittagsfläche ſchneide.

Dies kann auch von jeder ſöhligen Linie mit der Magnet- oder Mittagslinie geſchehen.

§. 171.

Hierdurch geſchieht aber, daß eine ſeigere Ebne die Magnetebne ſowohl als die Mittagsfläche, in zween Theile, den **nördlichen** und **ſüdlichen**, theilet, ſie hingegen ſelbſt in den **öſtlichen** und **weſtlichen** getheilt wird.

Eben das geſchieht auch von einer ſöhlichen Linie mit der Mittags- und Magnetlinie.

§. 172.

Es iſt klar, daß die Lage einer ſeigern Ebne, oder jeder Linie in ihr, gegen die Mittagsfläche völlig beſtimmt iſt, durch den Winkel, der entweder ihr öſtli-

cher Theil mit dem nördlichen, oder ihr weſtlicher mit dem ſüdlichen der Mittagsebne macht (171).

§. 173.

Dieſer Winkel ſowohl als jener giebt die Streichung (42).

§. 174.

Was 172 enthält, findet auch mit der Magnetebne ſtatt, ſo lange ihre Lage für beſtändig angenommen werden kann (167, 171).

§. 175.

I. Der Winkel, den einer ſeigern Ebne öſtliche Theil mit dem nördlichen, oder ihr weſtlicher mit dem ſüdlichen der Magnetebne macht, heiſſe die **obſervirte Streichung** dieſer ſeigern Ebne und jeder Linie in ihr.

II. In dieſer Rückſicht könnte man auch den Winkel in 173 wegen der Erinnerung 43 am Ende, die **reducirte Streichung** nennen.

III. Das Wort: Streichen, kann daher allgemein reducirte und obſervirte Streichung bedeuten.

§. 176.

Der **Compaß** iſt ein Kreis, der in 2×12 gleiche Theile oder **Stunden**, jede Stunde in acht gleiche Theile oder **Achtel**, und jedes Achtel meiſt wieder in 2 gleiche Theile getheilt iſt, und wodurch man, mittelſt der Magnetnadel, die obſervirte Streichung finden kann.

§. 177.

$$1 \text{ Stunde} = \frac{360^\circ}{24}$$
$$= 15^\circ$$
$$\tfrac{1}{8} \text{ Stunde} = 1^\circ\ 52'\ 30''$$
$$\tfrac{1}{4} \text{ Achtelſt.} = \tfrac{1}{32} \text{ St.} = 28'\ 7''\ 5.$$

u. ſ. w.

§. 178.

Die nähere Einrichtung des Compaſſes überhaupt, iſt folgende:

I. An eines hohlen meſſingenen, 4 und weniger Zoll im Durchmeſſer habenden, und ohngefähr 1 Zoll hohen Cylinders untere Grundfläche iſt eine meſſingene Platte angelöthet, wo im beſagter Grundfläche Mittelpunkte (ſo des **Compaſſes Mittelpunkt** heiſſen mag), ſich ſenkrecht ein ſpitziger Stift erhebt, damit auf ihm die Magnetnadel, die in der Mitte mit einem ſogenannten **Hütgen** vom Meſſing, Glas ꝛc. verſehen iſt und deren beyde Enden ſich etwas von einander unterſcheidend gemacht ſind, frey drehen kann.

II. Die Nadel, wenn ſie gut und brauchbar ſeyn ſoll, muß ſich auf dem Stifte ſehr ſanft und gleichförmig bewegen, das heißt: nicht **faul** ſeyn.

III. An des holen Cylinders innere Seitenfläche wird in einiger Entfernung vom Boden, oder der gedachten meſſingenen Platte (I), parallel mit deſſen Ebne ein Ring, der der **Stundenring** heißt, befeſtiget, auf dem ſich die im 176ſten § bemerkten Abtheilungen befinden, und mit der Magnetnadel in einer Ebne liegt.

IV. Ueber dieſen Cylinder befindet ſich ein Glasdeckel, um die Nadel vor Wind und dergleichen zu ſichern.

V. Die Stunden werden auf dem Ringe ſo verzeichnet:

Auf dem Boden ſind zween Durchmeſſer winkelrecht gezogen; den einen nimmt man für die Richtung der Magnetnadel an, bezeichnet daher ſeinen einen Endpunkt mit SE, ſeinen andern mit ME, und heißt ihn die **Zwölfteſtundenlinie**; des andern Durchmeſſers einen Endpunkt hingegen wird mit OR, und der andere mit OCC bezeichnet, weil eine der Magnetlinie

winkelrechte Linie die öſtliche und weſtliche Gegend am Horizont anzeigt; dieſen nun nennt man die Sechſteſtundenlinie.

VI. Senkrecht über dem Punkte SE und ME ſchreibt man auf dem Stundenringe jedesmal 12, und läßt die Stunden von dem Punkte 12, (oder eigentlich 0) bey SE, (den man für der Stunden Anfangspunkt annimmt) durch OR bis ME, und eben ſo von 12 bey ME durch OCC bis 12 bey SE, wachſen.

VII. An vielen Compaſſen iſt ein meſſingener Hebel angebracht, deſſen Ruhepunkt nahe bey des Compaſſes Rand, und durch dieſen etwas hervorſteht, wenn er von auſſen niedergedruckt wird; an ſeinem andern Ende befindet ſich ein Ring, durch den der Stift (I) geht, und mittelſt dieſem Ringe die Nadel in ihrer Mitte an das Glas (IV) feſtgedruckt, auch wieder losgemacht werden kann, ohne das Glas aufzuheben, und der Nadel den geringſten Schaden zuzufügen.

Man nennt dieſe Vorrichtung eine Arretirung.

Sie dient alſo, daß beym hin- und hertragen des Compaſſes die Nadel ſich nicht auf ihrem Stifte reibet, und denſelben ſtumpf ſtößet.

§. 179.

Es geht jeder Durchmeſſer, den man ſich durch den Mittelpunkt des Stundenringes denkt, mit ſeinen beyden Enden durch einerley Stunde, (178, VI.)

Z. E. Der Durchmeſſer, der mit der Zwölftenſtundenlinie einen Winkel von 30° von Nord nach Oſt macht, macht eben den Winkel von Süd gegen Weſt, und hat an dieſen ſeinen entgegengeſetzten Enden die Stunde 2.

§. 180.

Den Stundenring ſo genau als möglich einzutheilen.

Auflö-

Auflöſung.

Man laſſe ſich zwo meſſingene Platten, wie A, B (§. 123, I.) fertigen.

Auf A werde der Stundenring, und auf B die Eintheilungen gemacht.

Auf beyden Platten beſchreibe man, mittelſt des Stangenzirkels, einen Kreis, deſſen Halbmeſſer genau der des Stundenringes iſt;

Dieſen Halbmeſſer trage man in jedem Kreiſſe 6mal herum:

So erhält man dadurch Bogen von 60° = 4 Stunden (Geom. 22. S. 5. Z. und §. 177).

Nun halbire man, mittelſt des Federzirkels, auf der Platte B genau einen ſolchen Bogen, auf ähnliche Art, wie in 123, VII mit dem Stangenzirkel.

Hiedurch erhält man einen Bogen von 30° = 2 Stunden.

Durch dieſen halbire man jeden Bogen von 4 Stunden auf dem Kreiſſe A, und gleichfalls damit die übrigen bey B.

Auf gleiche Weiſe beſtimme man bey B und A die Bogen von 15° = 1 Stunde.

Und ſo kann man auf B ferner durch bloße Halbirungen die Bogen von $\frac{1}{8}$ Stunde, $\frac{1}{32}$ Stunde, finden.

Dieſe werden auf ähnliche Art, wie 123, XIII. auf A getragen.

Was ſonſt noch zu beobachten, läßt ſich leicht aus angeführtem und vorigem Paragraph erſehen.

§. 181.

Der Winkel, den einer ſöhligen Linie öſtlicher Theil mit dem nördlichen, oder ihr weſtlicher mit dem ſüdlichen der Mittagslinie oder Magnetlinie macht, iſt gleich dem Winkel, unter welchen der öſtliche oder weſtliche

Theil, der durch dieſe ſöhlige Linie gehenden ſeigern Ebne, im erſten Falle den nördlichen, im zweiten den ſüdlichen der Mittagsfläche oder Magnetebne ſchneidet: Folglich itzt genannten ſeigern Ebne und jeder andern Linie in ihr reducirten oder obſervirten Streichung gleich, nachdem man auf die Mittagsfläche oder Magnetebne Rückſicht nimmt, (Geom. 48. S. und daſ. 2. Theil 2. Erklär.).

Hieraus wird begreiflich, wie man mit dem Compaß die obſervirte Streichung jeder Linie finden kann.

§. 182.

Durch der Linie AB (Fig. 25) Anfangspunkt A, gehe die Magnet- oder Mittagsebne; desgleichen auch durch der Linie BA Anfangspunkt B:

So wird zwar der Linie AB obſervirte oder reducirte Streichung gleich der BA ſeyn, (175, und Geom. 47. S. 6. Z.), aber, wenn AB auf der öſtlichen Seite der Magnetebne oder Mittagsfläche liegt, wird BA auf der weſtlichen liegen, und umgekehrt (135).

§. 183.

Liegt AB auf der öſtlichen Seite der durch ihren Anfangspunkt A laufenden Magnetebne oder Mittagsfläche:

So heißt ihre obſervirte oder reducirte Streichung **öſtlich**, ſonſt **weſtlich**.

§. 184.

Hat eine Linie AB öſtliche obſervirte oder reducirte Streichung: So hat die ihr entgegengeſetzte BA weſtliche, und umgekehrt, (182).

§. 185.

Oeſtliche reducirte oder obſervirte Streichung ſey poſitiv, alſo weſtliche negativ.

§. 186.

Nennt man die Stunden des Compaſſes in dem Halbkreiſe, wo OR ſteht, öſtlich, und die im andern weſtlich:

So läßt ſich die öſtliche obſervirte Streichung durch öſtliche Compaßſtunden, die weſtliche durch weſtliche, meſſen (178, 183).

§. 187.

Durch dergleichen Maaß kann man auch die reducirte Streichung angeben, die ſich ſogleich aus der obſervirten finden läßt, wenn man die Magnetabweichung weiß.

§. 188.

Anzuzeigen, daß die in Stunden oder ſonſtigem Maaße ausgedruckte obſervirte oder reducirte Streichung öſtlich oder weſtlich iſt, kann durch Vorſetzung des Worts: Oſt, oder blos O, im erſten Falle; West, oder nur W, im zweyten Falle, geſchehen.

Man könnte dies auch mit OR und OCC thun; aber jene Bezeichnung iſt kürzer, und die Anfangsbuchſtaben ſind nicht leicht zu verwechſeln.

Aus eben der Urſache bedienen ſich auch einige Markſcheider der Bezeichnung mit Sept. und Mer. welche aber leicht zu Verwirrung Anlaß geben kann, und der Sache gar nicht angemeſſen iſt, auſſer wenn bey der obſervirten Streichung die ſeigere Ebne mit der Magnetebne einerley Lage hat; d. h. wenn erſt genannte Ebne, oder jede Linie in ihr, entweder Sept. 12 oder Mer. 12 ſtreicht. Jenes iſt nach unſerer Bezeichnung Oſt 0, dieſes aber Oſt 12, oder Weſt 0.

In dieſem Falle nur kann man, wenn man will, ſich der Bezeichnung mit Sept. und Mer. bedienen.

§. 189.

Exempel.

Man ſetze, einer ſeigern Ebne Streichen ſey 4 Stunden und 2 Achtel, welches kurz ſo angezeigt wird:

$4^h \cdot 2$,

Das heißt aber: Der Winkel, den der öſtliche Theil der ſeigern Ebne mit dem nördlichen, oder ihr weſtlicher mit dem ſüdlichen der Magnetebne oder Mittagsfläche macht, enthalte

4 Stunden und 2 Achttheile einer Stunde;

Das ſind

$$= 4 \times 15^\circ + 2 \cdot \frac{15^\circ}{8}, \ (177)$$
$$= 63^\circ\ 45'.$$

Iſt nun das Streichen öſtlich: So iſt die Bezeichnung:

Oſt 4^h 2

oder nur

O 4^h 2;

bey einigen Markſcheidern

OR 4 2

auch

Sept. 4 2.

Iſt es hingegen weſtlich: So bezeichnet man daſſelbe durch

Weſt 4^h 2

oder nur

W. 4^h 2;

einige durch

OCC 4 2

oder

Mer 4 2.

§. 190.

§. 190.

I. Es ſey (Fig. 26) C des Compaſſes Mittelpunkt, und aus ihm mit CB auf einer ſöhligen Ebne ein Kreis NBSA beſchrieben;

CN ſey der nördliche Theil der durch C gehenden Magnetlinie SN, und AB die Zwölfſtegundenlinie, wo B der Punkt SE 12 ſeyn mag:

So iſt der Winkel NCB, = SCA die obſervirte Streichung der durch A gehenden ſeigern Ebne und jeder Linie in ihr (181, 44).

II. Nach der Figur liegt CB auf der Oſtſeite von SN, und der Winkel BCN wäre daher die öſtliche obſervirte Streichung von AB, oder der durch ſie laufenden ſeigern Ebne und jeder andern Linie in derſelben (44, 181, 183).

III. Man drehe den Kreis (I) herum, bis B in A, wie Figur 27, zu liegen kommt:

So behält SN ihre Lage, AB (Fig. 27) aber kommt in die Lage BA (Fig. 26), und hat nun weſtliche obſervirte Streichung BCS (Fig. 27), die aber ſo groß iſt, wie die öſtliche obſervirte der AB in II, [182].

IV. Da

W BCS = NCA, (Fig. 27):

So kann der AB (in III) weſtliche obſervirte Streichung auch nach dem Winkel NCA, den CN mit CA, dem Theile der Zwölfſtenſtundenlinie macht, deſſen Endpunkt A, der Punkt ME 12, oder Weſt 0 iſt (I und 178 VI), ſchätzen, ſo wie der Linie AB (in II) öſtliche obſervirte Streichung nach dem Winkel, unter welchen CN den Theil CB der Zwölfſtenſtundenlinie ſchneidet, deſſen Endpunkt B der Punkt Sept 12, oder Oſt 0 iſt.

V. Zählt man nun (Fig. 26) die Stunden von B nach N zu: So wird in N die Zahl der Stunden kommen, die NCB (II) enthält, und die Stunden ſolg-

müſſen

müſſen öſtlich ſeyn (II, 186): Folglich der Punkt OR linker Hand B liegen.

Zählt man hingegen (Fig. 27) die Stunden von A nach N: So wird gleichfalls bey N die Zahl der Stunden zu ſtehen kommen, die der Winkel ACN enthält, die Stunden ſelbſt aber werden weſtlich ſeyn (II und 185): Folglich muß B linker Hand A, d. i. rechter Hand B ſtehen.

VI. Bey einem auf dieſe Art eingerichteten Compaß wird man allezeit, mittelſt dem nördlichen Theile der Magnetnadel, die obſervirte Streichung jeder Linie, und ob es öſtlich oder weſtlich, finden, wenn die Zwölfteſtundenlinie in die durch dieſe Linie laufende ſeigere Ebne ſo gebracht iſt, daß der Punkt SE 12 nach beſagter Linie Endpunkt zugekehrt iſt (IV, V).

§. 191.

Der Compaß in 178. nach vorigem § eingerichtet, giebt den Grubencompaß.

§. 192.

I. In dem auf einer ſöhligen Ebne (Fig. 28) verzeichneten Kreiſſe AaB ſey C deſſen und des Compaſſes Mittelpunkt;

ab die Zwölfteſtundenlinie;

a der Punkt SE 12, und

SN, die Magnetlinie, liege in ab:

So iſt der Winkel NCB = ACS, der Linie AB obſervirte Streichung.

II. Nach der Figur iſt aCB der AB öſtliche obſervirte Streichung.

III. Man drehe den Kreis (I) herum: So daß AB in die Lage BA, und ab in die ba, (wie Fig. 29) kommt:

So wird der Winkel aCB der Linie AB (Fig. 29), oder BA (Fig. 28) weſtliche obſervirte Streichung.

IV. Sehen

IV. Gehen die Stunden (Fig. 28, 29) von a nach B: So kommt in B die Zahl der Stunden, die aCB enthält.

Dieſe müſſen in der 28ſten Figur öſtlich, in der 29ſten aber weſtlich ſeyn (II, und 186):

Folglich muß von a weg rechter Hand OR und linker Hand OCC ſtehen.

V. Hierauf beruht die Einrichtung des ſogenannten Setzcompaſſes, von dem man die Beſchreibungen in allen Markſcheidebüchern findet.

Er iſt unbequem, und daher wenig oder gar nicht mehr im Gebrauche.

§. 193.

Die obſervirte Streichung einer donlegigten Linie zu finden, braucht der Markſcheider den ſogenannten Hängecompaß.

Dieſer iſt nichts anders als ein Grubencompaß (191) in einem runden Kaſten, in deſſen Umkreiſſe, in der Ebne der Sechſtenſtundenlinie zween kleine runde Zapfen hervorſtehen, und im Durchmeſſer eines ſchmalen Ringes von meſſingenem Bleche beweglich ſind.

An dieſem iſt ein anderer, ebenfalls meſſingener, aber etwas breiterer Ring dergeſtalt befeſtiget, daß ſeine Ebne in der Ebne der Zwölftenſtundenlinie liegt.

An ihm ſind in ſeiner Ebne in gleicher Weit, von dem Orte des Zuſammenſtoſſens beyder Ring, zween Haken, wie bey den Gradbogen, angebracht.

Beyde Ringe mit einander verbunden, geben das Hängeinſtrument.

Uebrigens iſt die Einrichtung aller Theile dieſes Werkzeugs ſo, daß, wenn es mit itztgenannten Haken an eine ſtraff ausgeſpannte Schnur gehangen wird, vermöge der eignen Schwere die Ebne des breitern Ringes, und alſo der Zwölftenſtundenlinie in die durch

die Schnur laufende ſeigere Ebne fällt, der Compaß ſelbſt aber in eine ſöhlige Stellung tritt.

Die 30ſte Figur ſtellt einen im Umriſſe dar.

§. 194.

Das Zuleginſtrument beſtehet aus einem Grubencompaſſe in kreisrunder Form, der in ein ofnes Gehäuſe oder Geſtelle einpaſſet, das auf einer Platte befeſtiget iſt, die die Figur eines Rechtecks hat, und deſſen längſten einander gleichlaufenden Seiten die Stelle eines Linials vertreten, nach welchen gerade Linien gezogen werden können.

§. 195.

Durch dieſes Werkzeug läßt ſich jede Linie, deren Streichen gegeben iſt, ſo verzeichnen, daß dieſe daſelbſt in eben der Stunde ſtreicht.

Man braucht es daher beſonders zur Verfertigung ſöhliger Riſſe.

Wir werden unten eine andere weit zuverläßigere Methode dies zu bewerkſtelligen zeigen, wodurch dann dieſes Werkzeug ganz entbehrlich gemacht wird, auſſer, man müßte es zur Findung der Magnetabweichung mittelſt der Mittagslinie nehmen, wozu Herr von Oppel das Zuleginſtrument, wie ſeine 16te Figur zeigt, angegeben hat; indeſſen könnte man hiezu einen bloßen Grubencompaß brauchen, der aber in Grade und Minuten getheilt ſeyn müßte.

§. 196.

Uebrigens will ich von dieſem Werkzeuge (194) noch folgendes beybringen:

Gewöhnlich nehmen die Markſcheider bey ſeinem Gebrauche den Compaß aus dem Hängeinſtrument, und ſetzen ihn in das Zuleginſtrument; viele deswegen, weil ſie glauben, daß ſie bey einem andern Compaſſe im Zuleginſtrumente nicht richtig verfahren, da man doch blos dieſen andern Compaß erſpahrt; denn alle

gute

gute Compaſſe geben bey einerley Magnetabweichung einerley Streichung an.

Gemeiniglich ſind an dem Zuleginſtrumente **Dioptern** oder **Abſehen**; ſie ſind aber ganz entbehrlich, wie Herr **von Oppel** (478) mit Recht erinnert. Für dieſe könnte man ſich eher ein **Diopterlinial** fertigen laſſen und nach Gefallen auf das Werkzeug aufſchrauben; dann könnte man ſich dieſes Inſtruments als einer Bouſſole bedienen, dazu man aber ein Stativ haben müßte. Doch iſt auch dieſe Vorrichtung entbehrlich, weil es das ganze Werkzeug iſt (195).

Indeſſen leſe man mehreres in Herrn **von Oppels** Markſcheidekunſt, §. 477 bis 486.

Anmerkung.

§. 197.

Die Schweden theilen ihren Compaß in viermal 90°, und ſchreiben auf die Linie, von welcher alle vier Quadranten ihre Grade zu zählen anfangen, Nord und Süd, überdies ſetzen ſie zwiſchen jede der zwo Hauptweltgegenden noch drey andere, daß alſo zwiſchen Nord und Oſt, die: Nord-Nord-Oſt, Nord-Oſt, Oſt-Nord-Oſt, fallen.

Herr **von Oppel**, §. 593.

§. 198.

Die Ungarn theilen den Compaß zwar auch in 24 Stunden, und zählen ſie von Sept. durch OR, aber ſie fangen nicht, wie wir, bey Mer wieder von vorne an zu zählen, ſondern gehen in der Ordnung fort, daß wo im weſtlichen Halbkreiſſe unſers Compaſſes 1, 2, 3 ꝛc. ſteht, bey ihnen ſich 13, 14, 15 ꝛc. findet.

Delius Anleitung zu der Bergbaukunſt ꝛc. (Wien 1773, 4.) §. 23, erſte Anmerkung.

Indeſſen läßt ſichs leicht zeigen, daß unſre Art beſſer iſt. Sie wird auch von den meiſten Markſcheidern gebraucht.

§. 199.

§. 199.

Der Gebrauch der Magnetnadel iſt den Schiffern ſeit dem Ende des 13ten Jahrhunderts bekannt; und es iſt glaubwürdig, daß die Bergleute nach der Mitte des 14. Säkulums angefangen haben, ſich des Setzcompaſſes zu bedienen, und das bis gegen die Mitte des 17ten Jahrhunderts, zu welcher Zeit **Balthaſar Rößler** den Grubencompaß erfand.

Warum die Eintheilung in Stunden (176, 178, VI) beliebt worden, weiß man nicht; und wenn man es auch wüßte: ſo befriedigte es doch nur unſre Neugierde.

Herr **von Oppel** (§. 284) muthmaßet, daß damals die Gradeintheilung nicht bekannt geweſen wäre, und es kommt ihm wahrſcheinlich vor, daß man dabey mit auf die Werfung des Schattens eines Baums zu einer gewiſſen Stunde des Tages parallel mit dem Streichen eines Ganges geſehen habe.

Dawider macht Herr Hofrath **Käſtner** (Markſcheidekunſt, 1ſte Anmerk. I, V ꝛc.) gegründete Zweifel, und ſeine Meynung iſt, daß vielleicht die Erfinder der Compaßeintheilung die in 24, wegen der Bequemlichkeit, die ſie vor der Gradabtheilung hat, erwählt haben, zumal da ihnen die Vortheile, den Kreiß in Grade abzutheilen, welche etwa die Trigonometrie darbietet, anfangs wenigſtens nicht ſo bekannt geweſen ſeyn mag. So bald ſie aber die Eintheilung in 24, aus welcher Urſache es auch war, annahmen, ſo war es natürlich, dabey auf Stunden zu fallen, da ſchon die vier Weltgegenden mit den vier Hauptabtheilungen des Tages einerley Benennung hatten.

n) Compaſſes Gebrauch, Fehler und Prüfung.

§. 200.

Einer Linie AB obſervirte Streichung und deren Beſchaffenheit, (d. i. ob ſie öſtlich oder weſtlich,) mit dem Grubencompaß anzugeben.

Aufloſung.

Man bringe die Zwölfteſtundenlinie in die Lage der durch AB gehenden ſeigern Ebne, oder in eine mit ihr gleichlaufenden, dergeſtalt, daß SE 12 nach der Linie Endpunkte B hinſieht:

So zeigt der Nadel nordliche Ende unmittelbar die Zahl der Stunden an, die der AB obſervirten Streichung zukommen, d. h. die **Stunde**, in der AB **ſtreicht**, (190 VI, und Geom. 47. S. 6. Z.).

Geſchiehet dies nun im öſtlichen Halbkreiſſe: So iſt der AB obſervirte Streichung öſtlich; Geſchieht es aber im weſtlichen: So iſt ſie weſtlich (186).

§. 101.

Mit dem Hängecompaß einer ſchiefen Linie AB obſervirte Streichung und deren Beſchaffenheit zu finden.

Aufloſung.

Dies iſt nur ein beſonderer Fall vorigen Paragraphs, da vermöge des Werkzeugs Einrichtung die Zwölfteſtundenlinie in der durch AB gehenden ſeigern Ebne allemal zu liegen kommt, wie es nach 190 VI ſeyn ſoll, wenn man den Hängecompaß, an die die Linie AB vorſtellende Schnur hängt, daß SE 12 nach der Linie Endpunkt B zuſieht.

Das nordliche Ende der Magnetnadel alſo wird, wie im vorigem § der AB obſervirte Streichung und deren Beſchaffenheit anzeigen.

Bayerische Staatsbibliothek München

§. 202.

Wenn das nordliche Ende der Magnetnadel, (welches wir, der Kürze wegen, allemal blos das nördliche Ende heiſſen wollen,) nicht genau auf einen Theilſtrich des Stundenringes weiſt: So ſchätzt man nach dem Augenmaaße auch Viertel von Achtelſtunden, oder zwey und dreyßig Theile der ganzen Stunde; von jedem ſolchem Theile aber kann man noch Drittheile (d. h. 96 Theile der ganzen Stunde) ſchätzen, und ein ſolches Drittheil mit dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer durch p (plus) oder m (minus) bezeichnen, nachdem es für bejaht oder verneint zu nehmen.

§. 203.

Exempel.

I. Geſetzt, das nördliche Ende hätte im öſtlichen Halbkreiſſe inne geſtanden, zwiſchen den zween Theilſtrichen, davon der eine von dem Punkte SE 12, (welchen Punkt wir durch 0^h ſo, wie Mer 12 durch 12^h bezeichnen wollen) um 6^h 4, und der zweyte um 6^h 5 abſteht: So würde man dieſen Abſtand des nördlichen Ende durch die im vorigem § gedachten kleinen Theile der Stunde, mittelſt Schätzung nach dem Augenmaaße, zu beſtimmen ſuchen.

Hätte man nun gefunden, daß das nördliche Ende von dem Theilſtriche der von 0^h um 6^h 4 entfernt iſt, etwas über $\frac{3}{4}$ Achtelſtunde abſtünde, das ohngefähr $\frac{1}{3}$ der Viertelsachtelſtunde, alſo ohngefähr $= \frac{1}{96}$ Stunde betrüge: So würde der Linie AB (200, 201) öſtliche obſervirte Streichung.

$$= 6 \text{ St.} + 4\tfrac{3}{4} \text{ Achtelſt.} + \tfrac{1}{96} \text{ St.}$$
$$= 99^\circ\, 3'\, 45'' \text{ (177)}$$

enthalten.

Dieſer Ausdruck läßt ſich verkürzt ſo ſchreiben:

$6^h\ 4\tfrac{3}{4}$ P;

Und

Bayerische Staatsbibliothek München

Und da dieſe Streichung öſtlich genommen, ſetzt man Oſt oder O vor, wie folget:

Oſt $6^h\ 4\frac{3}{4}$ p

O $6^h\ 4\frac{3}{4}$ p,

welches alles mit 188 und 189 übereinkommt.

II. Käme alſo, zum fernern Beyſpiele, der Ausdruck:

Weſt $2^h\ 3\frac{1}{4}$ m, oder

W $2^h\ 3\frac{1}{4}$ m

vor: So bedeutet er weſtliches Streichen, das

$= 2$ St. $+ 3\frac{1}{4}$ Achtelſt. $- \frac{1}{96}$ St.

§. 204.

Nach 178 VI gehen die weſtlichen Stunden von 12^h durch OCC bis 0^h. Man kann aber auch mit dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer die weſtlichen Stunden von 0^h durch OCC bis 12^h zählen, ſie als verneinte Stunden anſehen, und alſo dadurch das weſtliche Streichen angeben.

Man kann alſo unter, z. E.

W 0^h oder 12^h,	$- 0^h$
W 0^h 7,	$- 0^h$ 1
W 0^h 3	$- 0^h$ 5
W 11^h	$- 1^h$
W 9^h 6	$- 3^h$ 2

u. ſ. w.

verſtehen.

Ueberhaupt alſo

$$W\ \beta^h = -(12^h - \beta^h)$$

$$= -\gamma^h \text{ (wenn } 12^h - \beta^h = \gamma^h)$$

ſetzen:

Folglich können wir

Oſt 0^h 3 z. E. mit	$+ 0^h$ 3
„ 9^h	$+ 9^h$
„ 4^h	$+ 4^h$ 3

u. ſ. w.

alſo überhaupt

$$\text{Oſt } \beta^h \text{ mit } + \beta^h$$

bezeichnen.

Es könnte dies auch blos mit β^h geſchehen; allein β^h kann die Stunden der öſtlichen obſervirten und reducirten Streichung ſowohl als weſtlichen anzeigen.

Wenn wir daher ſagen: Eine Linie ſtreicht z. E. 4^h: So kann es öſtlich ſowohl als weſtlich ſeyn.

§. 205.

Ein bloßer Buchſtabe kann ganz allgemein obſervirte und reducirte Streichung andeuten.

Wenn wir nun dies z. E. durch β thun: So kann β in Stunden oder Grade ausgedruckte öſtliche oder weſtliche obſervirte oder reducirte Streichung ſeyn.

Die öſtliche werden wir in dieſer Rückſicht durch $+\beta$ und dergleichen, die weſtliche durch $-\beta$ und dergleichen, anzeigen.

Z. B. Wäre einer Linie AB Streichung öſtlich alſo $+\beta$: So wäre der Linie BA ihre weſtlich: folglich $-\beta$ (184, 185); aber $-\beta$ in Stunden angegeben, würde

$$\text{W } \beta^h = -(12^h - \beta^h)$$

ſo wie $+\beta$ in Stunden

$$= +\beta^h = \text{Oſt } \beta^h$$

ſeyn, (vorig. §).

§. 206.

Winkel durch Stunden ausgedruckt, hat der Markſcheider oft zu trigonometriſchen Rechnungen nöthig.

Man muß daher die Stunden zuvor in Grade verwandeln.

Dieſe Verwandlung aber ſich zu erleichtern, darf man nur eine Tafel berechnen.

Dieß kann man leicht:

Denn

$$1 \text{ St.} = 15^\circ, \ (177)$$

Alſo

Alſo

$$2\ \text{St.} = 2 \cdot 15^\circ$$
$$= 30^\circ$$

u. ſ. w.

Ferner

$$\tfrac{1}{8}\ \text{St.} = 1^\circ\ 52'\ 30''\ (\text{a. O}).$$

Alſo

$$\tfrac{2}{8}\ \text{St.} = 2\,(1^\circ\ 52'\ 30'')$$
$$= 3^\circ\ 45'$$

u. ſ. w.

In Herrn Hofrath Käſtners Markſcheidekunſt, 7te Seite, findet man eine ſolche Tafel, wo das kleinſte Glied $\frac{1}{32}$ Stunde = $\frac{1}{4}$ Achtelſtunde; für $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{128}$ der Achtelſtunde ſteht eine auf der daſigen 9ten Seite. Dieſe letztere blos zur Vergleichung mit der gewöhnlichen Art Winkel zu meſſen.

Herr Cammerrath Cancrinus giebt im 950 § des 6ten Theils der erſten Gründe der Berg- und Salzwerkskunde auch eine, wo das kleinſte Glied $\frac{1}{4}$ Achtelſtunde, wobey er erinnert, daß die Theilung in ſo weit ſcharf genug ſey; indeſſen bedient man ſich mit Vortheil ſchärferer Eintheilung.

Wie dergleichen Tafeln zu gebrauchen iſt gleich einzuſehen. Man findet aber auch an a. Orten deshalb Beyſpiele.

§. 207.

Fehler beym Compaße können ſeyn, wenn

1) des Stundenringes Abtheilung unrichtig,
2) die Theilſtriche nicht die gehörige Feinheit haben,
3) die Magnetnadel nicht gehörig ſpielt,
4) beym Hängecompaße der Zwölftenſtundenlinie Ebne nicht mit des breiten Rings ſeine in der durch die Schnur laufenden Vertikalfläche liegt.

§. 208.

Was 1) (207) anbelangt, ſo hat eine genaue Abtheilung des Stundenringes keine Schwierigkeit, weil man alles durch Halbirungen bewerkſtelligen kann; aber Stundenringe mittelſt der Theilſcheibe getheilt, werden faſt allemal fehlerhaft ſeyn.

Dieſe Abtheilungen nun zu prüfen, läßt ſich auf ähnliche Art, wie 138 I, II, III verfahren, wobey man die Stunden auf Grade zu reduciren nicht vergeſſen darf.

Wüßte man nicht des Stundenringes Halbmeſſer, ſo nehme man die Sehne von $60° = 6^h$, und meſſe die ſo ſcharf als möglich auf einen genau eingetheilten Zollſtabe aus. Was man erhält = des Stundenringes Halbmeſſer (G. 23. S. 5te Z.).

§. 209.

Den Fehler 2) (207) ſchätzt man auf ähnliche Art wie §. 139.

Iſt des Stundenringes Halbmeſſer = a, die Dicke eines Theilſtriches = b, und die Anzahl der Sekunden, die er auf dem Stundenringe einnimmt = x:

So iſt

$$x = \frac{b}{a} \cdot 206264.$$

Exempel.

Wäre

$$b = 0{,}001 \text{ Zoll:}$$
$$a = 2 \text{ Zoll:}$$

So erhält man

$$x = \frac{0{,}001 \cdot 206264}{2}$$
$$= 1' \, 43'', 134.$$

Für

Für

$$b = 0,01 \text{ Zoll};$$
bekommt man $a = 4$ Zoll;

$$x = 17' \, 11'' \, 34$$

Hieraus ſieht man, daß die Theilſtriche ſo fein als möglich zu reißen ſind, da ſchon auf einem Stundenringe von 4 Zoll im Durchmeſſer ein Theilſtrich, deſſen Dicke = 0, 01 Zoll, einen Bogen von 17′ 11″, 34 einnimmt.

Nun iſt eben nicht allemal ein Theilſtrich ſo fein, und des Stundenringes Durchmeſſer 4 Zoll: daher iſt in ſolchen Fällen der Compaß wegen der Theilſtriche Dicke einem noch größern Fehler unterworfen, und man darf alſo dieſen gar nicht auſſer Acht laſſen.

§. 210.

Was den Fehler 3) (207) betrift, ſo iſt eine Magnetnadel faul, wenn

1) ihr nicht die magnetiſche Kraft gehörig mitgetheilt, oder ihr ſelbige entzogen, worden.

2) der Stift, worauf die Nadel ruhet, ſtumpf ꝛc. iſt,

3) des Hütgens innere Hölung nicht ſehr glatt poliret iſt; oder nicht gehörig coniſch in eine ſehr kleine Kugelfläche zuläuft; oder ſich Unreinigkeiten in dem Hütgen geſammlet haben.

von Oppels Markſcheidekunſt §. 433 u. f.

Mayers praktiſche Geometrie 120 §.

§. 211.

I. Wenn der Hängekompaß an die Schnur gehangen wird: So muß die ſeigere Ebne durch ſie mit der der Zwölftenſtundenlinie zuſammenfallen. Geſchieht dies nicht: So können die Haken verbogen, oder der breite Ring, woran ſich die Haken befinden, nicht gehörig angebracht ſeyn, und man erhält da allemal ein anderes Streichen.

II. Um nur zu zeigen, daß ein ſolcher Fehler eben nicht auſſer Acht zu laſſen iſt, will ich annehmen, die ſeigere Ebne der Schnur gehe durch des Kompaſſes Mittelpunkt C (Fig. 31), und ſchneide alſo die ſöhlige Ebne NaSbN des Stundenringes, in der durch C gehenden Linie ba. Es ſey NS die Zwölfteſtundenlinie: ſo iſt W NCa, = W bCS, der Winkel, den der Schnur ſeigere Ebne mit der der Zwölftenſtundenlinie macht, (Geom. II. Th. 2te Erklärung) oder um dem erſtere Ebne von letzterer abweicht.

Dieſer Winkel muß alſo geſucht werden. Er heiſſe α.

Nun wird wohl Na nicht ſo beträchtlich groß ſeyn, und daher als gerade, und das Dreyeck NCa als gleichſchenklicht angenommen werden können.

In dieſer Vorausſetzung hat man, wenn man des Stundenringes Halbmeſſer, oder

$$Ca = a,$$

und

$$Na = c$$

ſetzt,

$$\sin \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{c}{2a}:$$

Und, weil α klein, alſo $\frac{1}{2}\alpha$ noch kleiner: So erhält man ohne merklichen Irthum

$$\tfrac{1}{2}\alpha = \frac{c}{2a}:$$

alſo

$$\alpha = \frac{c}{a}$$

in Decimaltheilen des Halbmeſſers = 1.

III. Will man α in Sekunden haben, ſo überlege man, daß eines Kreiſſes halbe Peripherie

$$180.60.60 = 648000''$$

enthält.

Nun heiſſe die geſuchte Anzahl Sekunden x: ſo hat man

$$3,1415\ldots : \alpha = 648000'' : x'',$$

Folglich

$$x = \frac{648000}{3,1415\ldots} . \alpha \text{ Sekunden}$$

$$= \alpha . 206264 \text{ Sekunden.}$$

IV. Alſo α in Sekunden

$$= \frac{c}{a} . 206264.$$ (§139)

Exempel.

Es ſey

$$c = 0,01 \text{ Zoll}$$
$$b = 2 \text{ Zoll:}$$

So iſt

$$\alpha = \frac{0,01}{2} . 206264''$$

$$= 0,01 . 103132''$$

$$= 17' \, 11'', 32.$$

Für

$$c = 0,1 \text{ Zoll}$$

bekommt man

$$\alpha = 2^{\circ} 51' 53'',2.$$

Im letztern Falle giebt alſo die Nadel allemal einen Winkel an, der um 2° 52′ 53″, 2 zu groß oder zu klein iſt, nachdem die Zwölfteſtundenlinie und das nordliche Ende auf verſchiedenen Seiten der Schnur ſeigere Ebne, oder auf einer liegen.

§. 212.

Wenn der Winkel, den eines ſolchen fehlerhaften Hängecompaſſes Nadel angiebt $= \beta^h$: So iſt die wahre obſervirte Streichung

$$= \beta^h \pm \alpha^h,$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn nördliches Ende und Zwölfteſtundenlinie auf einer Seite der Schnur liegen, das untere aber, wenn ſie ſich auf verſchiedenen befinden.

o) Eiſenſcheibe.

§. 213.

Da bekanntlich das Eiſen die Magnetnadel aus ihrer gewöhnlichen Richtung bringt, und deshalb bey ihrem Gebrauche nichts von Eiſen in der Nähe herum ſeyn darf: So iſt der Compaß an den Orten, wo Eiſenerze brechen, nicht zu gebrauchen, wiewohl einige auf die Magnetnadel keine ſo ſtarke Würkung äuſſern.

§. 214.

Dafür nun hat man die **Eiſenſcheibe**, die von andern auch Stundenſcheibe genennt wird, erfunden.

Ihre **weſentliche Einrichtung** wird folgende ſeyn:

Eine kreisförmig meſſingene Scheibe iſt in Stunden ꝛc. eingetheilt (178, VI.) und mit den Weltgegenden, wie der Setzcompaß (192, IV) bezeichnet. In ihrer Ebne läßt ſich um ihren Mittelpunkt eine Regel drehen, die am Ende etwa mit einem Oehre verſehen iſt, um eine Schnur daran zu binden, und nach der Richtung der Regel, alſo nach einer Linie aus dem Mittelpunkte, anziehen zu können.

§. 215.

Den Gebrauch der Eiſenſcheibe (214) zu zeigen.

Aufloͤſung.

A) Bey ſoͤhligen Linien.

I. AB, BE, EF (Fig. 32) ſeyen ſoͤhlige Linien, und zwar liege AB da, wo man noch mit dem Compaß ihre obſervirte Streichung finden, d. h. die Stunde, in der AB ſtreicht, abnehmen kann; hingegen bey BE, EF gehe dies wegen den Eiſenerzen nicht an (213).

II. Man finde alſo die obſervirte Streichung der AB (200, 201);

III. Bringe die Scheibe (213) in B, (welche in der Figur der Kreis SCMaS vorſtellen mag,) und ſtelle ſie daſelbſt ſoͤhlig, ſo daß in B ihr Mittelpunkt kommt, S ohngefaͤhr nach der noͤrdlichen Gegend, und M nach der ſuͤdlichen hinſieht.

IV. Verlaͤngere AB in C, daß daſelbſt BC der Scheibe Umkreis ſchneidet;

V. Nehme zwiſchen S und C ſo viel Stunden, als nach II fuͤr der AB obſervirte Streichung gefunden worden.

VI. Nun ziehe man die Schnur an der Regel an den Punkt E hin:

VII. So ſtellt ſich die Regel nach Be, daß e in BE liegt, und alſo Be die Stunden der BE obſervirten Streichung und deren Beſchaffenheit angiebt.

VIII. Den Fortgang dieſer Arbeit zu uͤberſehen, ſey in E eine andere der in B vollkommen aͤhnliche Scheibe ſſmbſ ſoͤhlig geſtellt, daß auch in E ihr Mittelpunkt, ſ ohngefaͤhr nach Norden, und m nach Suͤden liegt;

IX. Ihr Umkreis werde von BE in b geſchnitten.

X. Nun mache man, daß zwiſchen m und b ſo viel Stunden ſind, als zwiſchen S und e; oder zwiſchen ſ und b ſo viel, als zwiſchen M und e.

XI. Ziehe die Schnur an ihrer Regel durch F:

XII. So zeigt Ef der Linie EF obſervirten Streichung und deren Beſchaffenheit.

Beweis.

XIII. PQ ſtelle die Lage der Magnetlinie durch A vor; AP ſey ihr nördlicher Theil, AQ ihr ſüdlicher:

So iſt, W PAB der AB obſervirte Streichung (175).

Aber W SBC = W PAB: (V):

Folglich SM und PQ parallel (Geom. 11te S.): alſo MS eine Magnetlinie durch B (164) deren nördlicher Theil BS (III):

Folglich W SBE = der BE obſervirte Streichung (175, 178);

Alſo VII. bewieſen.

XIV. Da W SBE = W bEm:

So iſt mf der MS parallel, und folglich durch E eine Magnetlinie, deren nördlicher Theil Ef (164 und X):

Folglich W fEf = der EF obſervirte Streichung (175, 178).

Mithin auch XII. bewieſen.

B) Bey donlegigen Linien BK, KL, (Fig. 33).

XV. Man ziehe eine ſöhlige Linie BA ſo, daß man ihre obſervirte Streichung mit dem Compaß erfahren kann.

XVI. Nun ſtelle man in B eine Scheibe, wie III. verlangt;

XVII. Und mache was IV, V befielt.

XVIII. Hierauf laſſe man von einem Punkte in BK ein Loth ke herabhängen, und führe das ſo lange fort, bis es an der Scheibe Umkreis in e trift:

XIX. So

XIX. So werden zwiſchen S und e ſo viel Stunden ſeyn, als der Linie BK obſervirte Streichung enthält.

XX. Die Arbeit fortzuſetzen, bringe man in K eine zweyte Scheibe, wie VIII. fodert;

XXI. laſſe hart an KB und am Rande der Scheibe ein Loth herab;

XXII. Merke den Punkt, wo dieſes Loth der Scheibe Rand trift;

XXIII. Nehme zwiſchen ihm und dem Punkte Mer ſo viel Stunden, als in XIX. gefunden worden,

XXIV. Und verfahre auf ähnliche Art wie in XVIII.

Beweis.

XXV. Nach XVII. iſt die Zwölfteſtundenlinie SM in der Lage der Magnetlinie durch B, und BS ihr nördlicher Theil; nach XVIII. aber liegt Be in der ſeigern Ebne durch BK, und mit BS in der ſöhligen Ebne der Scheibe:

Alſo iſt SBe der BK obſervirte Streichung (175, 178, 46).

XXVI. Nach XXI, XXII, XXIII, wird die Scheibe ſo geſtellt, daß die Zwölfteſtundenlinie auf ihr in die Lage der Magnetlinie kommt, und XXIV giebt auf der Scheibe Rande einen Punkt, durch dieſen und K geht eine Linie, die in der ſeigern Ebne durch KL und mit der Zwölftenſtundenlinie in der ſöhligen Ebne der Scheibe liegt:

Alſo erhellet die Sache wie XXV.

§. 216.

I. Das bisherige wird genug ſeyn, einen Begriff von der Eiſenſcheibe und ihrem Gebrauche beyzubringen.

Nähern Unterricht findet man in den Markſcheidebüchern eines von Oppels, Cancrinus, Beyers, Voig-

Voigtels ꝛc. aber blos die Regeln des Verfahrens. Die vollſtändige Theorie hievon giebt Herr Hofrath **Käſtner** im 4 bis 39ſten §, ſ. 8te Anmerkung über die Markſcheidekunſt.

II. Das ganze Verfahren mit der Eiſenſcheibe, beſonders für den Fall B) zeigt, daß es ſehr mühſam, und die Gefahr zu fehlen ſehr ausgeſetzt iſt, indem die ſöhlige Stellung ihrer Ebne, und richtige Findung der obſervirten Streichung donlegiger Linien ſehr vielen Schwierigkeiten unterworfen.

Dieſen einigermaaßen zu entgehen hat man verſchiedene Mittel vorgeſchlagen.

Was **Voigtel** deshalb anräth, wird man bey ihm S. 156 u. f. (der zweyten Auflage von 1713) nachleſen, oder in der Kürze in vorhin angeführten 8ten Anmerkung 34 u. f. Abſatze.

Beyers Vorſchläge (P. VI. Prop. 30) zur Verbeſſerung der Eiſenſcheibe heben nicht die Schwierigkeiten wegen donlegiger Linien, wie Herr Hofrath **Käſtner** (a. a. O. §. 40) mit Recht erinnert.

Auch nicht **Malern** ſeine. M. ſ. deſſen Geometrie 212, 213te S.

Am beſten dazu iſt Herrn **von Oppels** zweyte Eiſenſcheibe. Er beſchreibt ſie in ſeiner Markſcheidekunſt §. 495', und giebt die Regeln ihres Gebrauches §. 497 und 653, aber ohne Beweis. Auch Herr Cammerrath **Cancrinus** im 6ten Theil der erſten Gründe der Berg- und Salzwerkskunde §. 923, 1015, 1027, giebt davon nach Herrn **von Oppels** Markſcheidekunſt Unterricht.

Die Theorie davon, nebſt andern vortreflichen Erinnerungen, findet ſich in Herrn Hofrath **Käſtners** 43 bis 72ſten § der 8ten Anmerkung über die Markſcheidekunſt.

III. Wir

III. Ich werde weiter unten eine andere Methode, durch die man eben ſo leicht die Abſicht der Eiſenſcheibe erreichen kann, und welche weit zuverläßiger iſt, angeben.

Man kann daher die Eiſenſcheibe wie das Zuleginſtrument gänzlich entbehren, deshalb ich hier davon nichts weiter habe wollen beybringen.

p) Stundentransporteur.

§. 217.

Iſt ein Kreis von Meſſing in Stunden, wie der Setzkompaß, getheilt, und um den Mittelpunkt ausgeſchnitten, ſo daß eine Spitze genau im Centrum liegt.

§. 218.

Beyer giebt davon P. II, cap. 13 Nachricht, und ſtellt ihn auf der erſten Kupfertafel in der 10ten Figur auf. Herr Cancrinus beſchreibt ſelbigen §. 925, und bildet ihn Tab. XII. Fig. 30 ab. Voigtel gedenkt ſo etwas unter dem Namen des runden Tranſporteur mit dem zugeſpitzten Centro auf der 153ſten Seite ſeiner Markſcheidekunſt.

§. 219.

Man hat ihn gebraucht, Linien in Grundriß zu verzeichnen, deren obſervirte Streichung durch die Eiſenſcheiben gefunden worden.

Es fällt in die Augen, daß er auch als Zuleginſtrument dienen kann.

§. 220.

Ein ſolcher Stundentransporteur iſt leicht einzutheilen, indem Alles durch Halbirungen der Bogen geſchieht.

Man könnte ihn daher zur Fertigung ſolcher Grundriſſe gebrauchen, von denen keine ſo große Genauigkeit

nauigkeit gefodert wird. Indeſſen läßt ſich leicht zeigen, daß man mit ihm richtiger und bequemer arbeiten kann als mit dem Zuleginſtrument.

§. 221.

Man kann auch geradlinichte Stundentransporteur auf ähnliche Art, wie geradlinichte Gradtransporteur (eb. Tr. 9. S. 4. Z. und der Erklär.) machen.

Sturm hat dazu in ſeiner Markſcheidekunſt 13. §, (die er ſeinem kurzen Begriffe der geſammten Matheſis beygefügt) für alle ganze Stunden die Sehnen berechnet. Seine Tafel aber iſt nicht brauchbar: Sie würde es ſeyn, wenn ſie für Achttheile, oder beſſer, für noch kleinere Abtheilungen von Stunden berechnet wäre.

Indeſſen iſt die Fertigung eines geradlinichten Stundentransporteurs überflüßig, wenn man einen in Graden ꝛc. hat. Und hätte man auch von letzterm keinen, und wollte ſich doch eines geradlinichten Transporteurs bedienen: ſo würde ich mir lieber einen in Graden fertigen, und dazu für alle einzelne Grade die Sehnen nach der Formel $\frac{2.\ \sin \frac{1}{2}\alpha}{10000}$ für den Halbmeſſer $= 10000$ berechnen, und beym Gebrauch die Stunden auf Grade reduciren.

q) Winkelweiſer.

§. 222.

Dieſer beſteht aus einem, ohngefähr 14 Zoll langen **Richtſcheide** AB (Fig. 34), welches um einen Stift an einem Klötzgen C auf und niederwärts beweglich iſt.

An des Stifts Ende, wo er über dem Richtſcheide hervorragt, ſind Schraubengänge, woran eine Mutter

ter D, mit der man das Richtſcheid nach Befinden an das Klötzgen C feſtſchrauben kann.

Durch genanntes Klötzgen iſt niederwärts ein Loch, nahe an D, gebohrt, wodurch der Winkelweiſer, mittelſt einer Pfrieme E, auf einen feſtgeſchlagnen Pfahl, oder eine andere unbewegliche Fläche geſchraubet wird.

Auf der Ebne des Richtſcheids einer Seitenfläche de ſind ſenkrecht zwo meſſingene Platten, längſt denen man nach einem gewiſſen Gegenſtande hinaus viſiren kann. Sie heiſſen Abſehen oder Diopteru.

Die eine H, wohinter das Auge zu liegen kommt, und daher Okulardiopter genennt wird, hat in der Mitte ein ſehr kleines Löchelgen, durch welches das Auge zielet, und der Viſirpunkt heiſſen mag.

Die andere J, die Objektivdiopter, hat hingegen eine etwas weitere Oefnung, worein zween zarte Silberfäden oder Pferdehaar ausgeſpannt ſind, die einander rechtwinklicht ſchneiden. Den Punkt ihres Durchſchnitts wollen wir den Deckpunkt nennen.

Beyde Diopteru können bey f f um Gelenke beweglich ſeyn, ſie auf das Richtſcheid niederlegen zu können.

Eine ſeigere Ebne durch den Deckpunkt und Viſirpunkt heiſſe die Diopterebne, und eine grade Linie durch dieſe beyden Punkte, die Ziellinie, welche alſo in der Diopterebne liegt.

Die gerade Linie de, in der die Diopterebne vorhin genannte Ebne des Richtſcheides ſchneidet, muß auf dem Richtſcheide angegeben ſeyn, wie die Figur zeigt.

Unterhalb des Richtſcheides in den fortgeſetzten Diopterplatten, ſind zwey Löcher G, J, durch die eine ſeidne Schnur geht, welche am Stifte L befeſtiget iſt, und mit der Schraube K ſcharf angezogen werden kann.

nauigkeit gefodert wird. Indeſſen läßt ſich leicht zeigen, daß man mit ihm richtiger und bequemer arbeiten kann als mit dem Zuleginſtrument.

§. 221.

Man kann auch geradlinichte Stundentransporteur auf ähnliche Art, wie geradlinichte Gradtransporteur (eb. Tr. 9. S. 4. Z. und der Erklär.) machen.

Sturm hat dazu in ſeiner Markſcheidekunſt 13. §, (die er ſeinem kurzen Begriffe der geſammten Matheſis beygefügt) für alle ganze Stunden die Sehnen berechnet. Seine Tafel aber iſt nicht brauchbar: Sie würde es ſeyn, wenn ſie für Achttheile, oder beſſer, für noch kleinere Abtheilungen von Stunden berechnet wäre.

Indeſſen iſt die Fertigung eines geradlinichten Stundentransporteurs überflüßig, wenn man einen in Graden ꝛc. hat. Und hätte man auch von letzterm keinen, und wollte ſich doch eines geradlinichten Transporteurs bedienen: ſo würde ich mir lieber einen in Graden fertigen, und dazu für alle einzelne Grade die Sehnen nach der Formel $\frac{2.\ \sin \frac{1}{2}\alpha}{10000}$ für den Halbmeſſer = 10000 berechnen, und beym Gebrauch die Stunden anf Grade reduciren.

q) Winkelweiſer.

§. 222.

Dieſer beſteht aus einem, ohngefähr 14 Zoll langen Richtſcheide AB (Fig. 34), welches um einen Stift an einem Klötzgen C auf und niederwärts beweglich iſt.

An des Stifts Ende, wo er über dem Richtſcheide hervorragt, ſind Schraubengänge, woran eine Mutter

ter D, mit der man das Richtſcheid nach Befinden an das Klötzgen C feſtſchrauben kann.

Durch genanntes Klötzgen iſt niederwärts ein Loch, nahe an D, gebohrt, wodurch der Winkelweiſer, mittelſt einer Pfrieme E, auf einen feſtgeſchlagnen Pfahl, oder eine andere unbewegliche Fläche geſchraubet wird.

Auf der Ebne des Richtſcheids einer Seitenfläche de ſind ſenkrecht zwo meſſingene Platten, längſt denen man nach einem gewiſſen Gegenſtande hinaus viſiren kann. Sie heiſſen **Abſehen** oder **Diopteren**.

Die eine H, wohinter das Auge zu liegen kommt, und daher **Okulardiopter** genennt wird, hat in der Mitte ein ſehr kleines Löchelgen, durch welches das Auge zielet, und der **Viſirpunkt** heiſſen mag.

Die andere J, die **Objektivdiopter**, hat hingegen eine etwas weitere Oefnung, worein zween zarte Silberfäden oder Pferdehaar ausgeſpannt ſind, die einander rechtwinklicht ſchneiden. Den Punkt ihres Durchſchnitts wollen wir den **Deckpunkt** nennen.

Beyde Diopteren können bey f f um Gelenke beweglich ſeyn, ſie auf das Richtſcheid niederlegen zu können.

Eine ſeigere Ebne durch den Deckpunkt und Viſirpunkt heiſſe die **Diopterebne**, und eine grade Linie durch dieſe beyden Punkte, die **Ziellinie**, welche alſo in der Diopterebne liegt.

Die gerade Linie de, in der die Diopterebne vorhin genannte Ebne des Richtſcheides ſchneidet, muß auf dem Richtſcheide angegeben ſeyn, wie die Figur zeigt.

Unterhalb des Richtſcheides in den fortgeſetzten Diopterplatten, ſind zwey Löcher G, J, durch die eine ſeidne Schnur geht, welche am Stifte L befeſtiget iſt, und mit der Schraube K ſcharf angezogen werden kann.

Dieſe Schnur FG aber muß genau in der Diopterebne liegen und der Ziellinie parallel ſeyn.

§. 223.

Aus einem gegebenen Punkte über Tage eine gerade Linie zu beſtimmen, welche eine gegebene obſervirte Streichung und Neigung hat.

Aufloſung.

I. Man ſchraube den Winkelweiſer auf eine durch den gegebenen Punkt laufende ſöhlige Fläche, daß die Diopterebne genau durch genannten Punkt läuft, und der Winkelweiſer um die Schraube E gemächlich gedreht werden kann:

II. Ziehe die Schraubenmutter D an, daß das Richtſcheid ungefähr eine ſöhlige Lage bekommt;

III. Hänge den Hängecompaß an die Schnur FG, daß der Punkt SE nach G ſieht;

IV. Und drehe den Winkelweiſer um die Pfrime E, bis das nördliche Ende die Zahl von Stunden und deren Theile zeigt, die der gegebenen obſervirten Streichung zu kommen.

V. Nun ſchraube man E ſo feſt ein, daß da herum der Winkelweiſer ſich nicht weiter drehen läßt;

VI. Hänge den Compaß aus, und dafür den Gradbogen ein.

VII. Lüfte hierauf ein wenig die Schraubenmutter D;

VIII. Bewege das Richtſcheid ſo lange auf und ab, bis des Gradbogens Perpendikel die gehörigen Grade abſchneidet,

XI. Und ſchraube, mittelſt der Schraube bey D, das Richtſcheid ſo feſt an, daß man es nicht hin und her rücken kann.

X. Alsdann viſire man durch die Okulardiopter nach einem Pfahl, den man von einem Gehülfen ohngefähr

Jan.	Z. d. C.		Feb.	Z. d. C.		Merz	Z. d. C.	
1	5 U.	57′ Ab.	10	3 U.	10′ Ab.	2	1 U.	53′ Ab
11	5	14	20	2	31	12	1	16
21	4	31				22	0	40
31	3	50						
Jul.			Aug.			Sept.		
10	5	29 M.	9	3	31	8	1	40 M
20	4	49	19	2	53	18	1	5
30	4	10	29	2	16	28	0	29

gefähr 8 bis 10 Lachter dermaßen ſeiger einſchlagen läßt, daß man durch die Objektivdiopter entweder ſeine oberſte Spitze, oder vielmehr ein an ihn gemachtes Kennzeichen zu ſehen bekommt, und dieſes oder jene durch den Deckpunkt genau gedeckt wird.

XI. Von dieſem ſo gefundenen Puukte nehme man am Pfahle ſeiger herabwärts eine Länge, die ſo groß iſt, wie die vertikale Entfernung des gegebenen Punktes von der Ziellinie:

XII. So erhält man einen Punkt, der nebſt dem gegebenen die verlangte Linie beſtimmt.

Beweis.

XIII. Nach IV. erhält die Diopterebne eine obſervirte Streichung = der gegebenen, folglich auch jede Linie in ihr (44).

XIV. Durch X. beſtimmt man einen Punkt, der mit der Ziellinie in einer geraden Linie liegt, die ſich folglich in der Diopterebne befindet, und deren Neigung = der gegebenen iſt (VIII, 222; und Geometrie 47. S. 8. Z.).

XV. Mittelſt XI. erhält man einen Punkt, der nebſt dem gegebenen eine Linie beſtimmt, die mit der in XIV. parallel iſt (Geom. 12te S.):

Sie hat folglich die gegebene Neigung (Geom. 47ſte S. 8te Z.).

Und weil ſie in der Diopterebne liegt (I):

So iſt ihre obſervirte Streichung gleich der gegebenen (XIII, und 44).

Andere Aufloͤſung.

XVI. Man befeſtige die Schnur in dem gegebenen Punkte:

XVII. Ziehe ſie in einer Länge von 8 bis 10 Lachter an einen Stab aus;

XVIII. Rücke mit dieſem Stabe allmählig ſo lange hin und her, bis der an die Schnur gehängte Compaß die verlangte Streichung giebt.

XIX. Hänge hierauf den Gradbogen an,

XX. Und fahre mit der Schnur ſo lange am Stabe auf- und abwärts, bis des Gradbogens Perpendikel die verlangte Anzahl Grade abſchneidet.

Beweis.

Die Sache erhellet aus dem Verfahren ſelbſt.

§. 224.

Zu ſehen, ob nach der erſten Auflöſung richtig verfahren worden: So ziehe man aus den gegebenen Punkt in den nach XI gefundenen eine Schnur, und hänge daran Gradbogen und dann Compaß.

Dies Ausziehen der gefundenen Linie mit der Schnur dient auch, daß man ſie zu ſeiner Nachricht ausmeſſen, oder nach Befinden ihr eine gewiſſe Länge B geben kann.

Letzteres geſchieht für die gezogene Schnur länger als B, wenn man an ihr ſo viel als B beträgt, abmißt, und alſo der B Endpunkt an der Schnur findet; aber für die gezogene Schnur kürzer als B, muß man der Schnur Länge, die = A ſeyn mag, merken, und von ihrem Endpunkte Linien ziehen, die mit der Schnur gleiche Lage haben (223), und an denen man, von genannten Endpunkte aus, B — A abmeſſen kann.

In dieſem letztern Falle kann man auch nach Art der Feldmeſſer die ſchon beſtimmte Linie (224) leicht weiter verlängern.

§. 225.

Wenn das Klötzgen C nicht ſöhlig aufgeſchraubet worden: So bewegt ſich das Richtſcheid auch nicht in einer ſeigern Ebne auf und nieder, und man erhält alsdann nicht die gehörige Lage der Linie.

Iſt

Iſt man alſo nicht völlig verſichert, ob C ſölig iſt: So thut man wohl, wenn man Gradbogen und Compaß ſo lange abwechſelnd an die Schnur FG hängt, bis ſie in der gehörigen Lage gefunden wird.

§. 226.

Gemeiniglich übergeht man beym Gebrauche des Winkelweiſers, was 223 XI verlangt.

Nähme man den nach angeführtem §. X gefundenen Punkt für den wahren an: So geht durch ihn und den gegebenen eine Linie, deren Neigung größer iſt als die gegebene, wenn ſie ſteigt, aber kleiner, wenn ſie fällt.

Wie viel dies beträgt, findet ſich ſo:

A (Fig. 35) ſey der gegebene Punkt, B der nach 223 X gefundene; BB die durch den Viſirpunkt J und Deckpunkt H gehende Linie, oder die Ziellinie, welche mit der durch A laufenden Horizontalebne GK, den Winkel BCE $= \alpha =$ der gegebenen Neigung (223) macht.

Zieht man nun durch A und B eine Linie: So liegt dieſe zwar in der Diopterebne JBE, aber ihre Neigung BAE > BCE (Geom. 9te S.).

Man ziehe AF parallel mit BB: So iſt BAF der Winkel, den man ſucht.

Nun ſey AD die vertikale Entfernung des Punkts A von BB (223, XI), und $= p$, überdem BE vertikal: So iſt

BL $= p$ (Geom. 12. S. 3. Z.)

W BLA $=$ W BDA (G. 12. S. 6. Z.)

$= 90° + \alpha$ (Geom. 9. S.),

Und da man AB meſſen kann: So iſt ſie bekannt und mag

$= e$ ſeyn.

Aber nach eb. Trig. 10ten Satze hat man

$$e : p = \sin(90^\circ + \alpha) : \sin BAF$$
$$= \text{ſinus } \alpha : \sin BAF.$$

Folglich

$$\sin BAF = \frac{p . \sin \alpha}{e}.$$

Exempel.

p = 2 Lrzoll
e = 800 Lrzoll
$\alpha = 30^\circ$.

Alſo

$$\sin BAF = \frac{2 . 5000000}{800}$$
$$= 12500.$$

Folglich

$$BAF = 4' + ;$$

Etwas genauer,

$$= 4' 14''.$$

§. 227.

Wenn man die Schraube E (222) in den gegebenen Punkt A (Fig. 36) ſelbſt einſchraubet, und verfährt übrigens mit Findung des verlangten Punktes (223 X) wie es gemeiniglich geſchieht (226): So hat eine Linie durch A und B nicht die gehörige Lage.

Denn DB ſey die Ziellinie, BC der vertikale Pfahl, D, A, C in der durch A laufenden ſöhligen Ebne, und SN, ſn Magnetlinien durch D und A, wo ND, nA ihre nördlichen Theile: So iſt NDC der DB obſervirte Streichung, und nAC der AB ihre.

Man ziehe EF mit DC parallel: So iſt NEF = NDC und CEF der Winkel, um den der AB obſervirte Streichung von der der AB verſchieden iſt. Iſt A E mit D B parallel: So iſt der DB Neigung um den Winkel GDB von der der AB unterſchieden.

Daß

Daß beyder Unterſchied nicht auſſer Acht zu laſſen, und alſo genau wie §. 223 erſte Auflöſung vorſchreibt, zu verfahren, kann man ſich am kürzeſten a poſteriori überzeugen, wenn man aus A in B eine Schnur zieht, und mittelſt Gradbogen und Hängecompaß ihre Neigung und obſervirte Streichung ſucht, welche man alsdann mit der für DB mittelſt des Winkelweiſers gefundene (223) vergleichen kann.

§. 228.

Wenn die Schnur FG (222) und die Ziellinie zwar in der Diopternebne liegen, aber jene iſt dieſer nicht parallel: So erhält man zwar durch den Winkelweiſer die gehörige obſervirte Streichung (223, 44), aber nicht die gehörige Neigung, ſondern eine, die um den Winkel verſchieden iſt, unter welchen FG verlängert die Ziellinie ſchneidet.

Denn (Fig. 37, 38) ſey CF die Ziellinie, CD, GE Durchſchnitte der durch C und G laufenden ſöhligen Ebnen mit der Diopternebne: So iſt FCD der CB und FGE der FG Neigung. Iſt nun GB der CF parallel: So iſt FGB der Winkel, um den beyde Neigungen differiren.

§. 229.

Wenn der GF und CF Durchſchnittspunkt über die Objektivdiopter hinausliegt (Fig. 37): So iſt, wenn EF ſteigt, der GF, oder die gefundene Neigung um den Winkel FGB zu groß, zu klein aber, wenn CF fällt.

Geſchieht der Durchſchnitt vor der Okulardiopter (in H, Fig. 38): So iſt bey ſteigender CF die gefundene Neigung um BGF zu klein, hingegen zu groß bey fallender CF.

§. 230.

Wenn einer von den Punkten F, G der Schnur FG (222) in der Diopternebne, der andere aber auſſerhalb derſelben lieget, ſo, daß wenn der Winkelweiſer

ſöhlig geſtellt iſt, und man durch F oder G eine ſöhlige Ebne legt, ſich FG ganz in dieſer befindet: So erhält man zwar nach 223 die gehörige Neigung, aber eine obſervirte Streichung, die um den Winkel fehlerhaft iſt, den die ſeigere Ebne durch FG mit der Diopternebne macht.

Iſt FG nicht in der ſöhligen Ebne durch F oder G: So erhält man weder die gehörige Neigung noch Streichung.

Um wie viel jene fehlerhaft, kann man nach vorigem § ſchätzen, aber um wie viel dieſe, nach dem, wie gleich da geweſen.

§. 231.

Einer ſöhligen Linie Länge und obſervirte Streichung nebſt ihren Anfangspunkt A über Tage, iſt gegeben:

Man ſoll ihren Endpunkt finden.

Auflöſung.

I) Man beſtimmt nach 223 einen Punkt, der mit dem gegebenen in einer ſöhligen Ebne liegt, und die Linie durch dieſe Punkte die gegebene Streichung hat;

II) Ziehe aus dem einen in den andern eine Schnur (103), und

III) Meſſe ſie (a. O.).

IV) Iſt nun die gegebene Länge nicht größer als die gefundene (III):

So meſſe man jene an der Schnur von A aus ab:

V) Dadurch erhält man den verlangten Punkt an der Schnur.

VI) An dieſen ſchlage man einen Pfahl ſeiger ein, daß ihn die Schnur berührt:

So kann man daran den verlangten Punkt beſtimmen.

VII) Iſt die gegebene Länge größer als was III giebt:

So

So ſchlage man mehrere, ohngefähr 10 Lachter von einander, ſeigere Pfähle ein, dergeſtalt, daß wenn man durch des Winkelweiſers Okulardiopter viſiret, die Pfähle alle von dem in VI bedeckt werden.

Die eingeſchlagnen Pfähle aber können ſo viele ſeyn, daß ihre Abſtände ohngefähr die gegebene Länge ausmachen.

VIII) Man ziehe von dem einen Pfahl bis zum andern ſöhlige Linien, die in der gegebenen Stunde ſtreichen.

IX) Meſſe ihre Längen.

X) Die Summe davon iſt entweder um etwas größer oder kleiner als die gegebene Länge.

XI) Im erſten Falle meſſe man ſo viel zurück, im zweyten aber ſo viel vorwärts.

XII) In beyden Fällen erhält man einen Punkt, den man nach VI) an einem Pfahle anmerken kann.

§. 232.

Von vorſtehender Aufgabe werden wir weiter unten (§. 276) eine brauchbarere Auflöſung geben, zumal da ſie häufiger vorkommt als die im 223 §, und das Verfahren, nach dieſer eine Linie zu ziehen, oft durch des Gebürges Neigung gegen den Horizont ſehr erſchwert wird.

§. 233.

Einen abgeänderten Winkelweiſer theilt **Leupold** im Suppl. Theat. mach. Fol. 62, u. Tab. XIX. Fig. 2 mit.

r) Anmerkung.

§. 234.

Auſſer den bisher beſchriebenen Werkzeugen braucht der Markſcheider noch ein gutes Reiszeug, oder wenigſtens ein gutgearbeitetes mathematiſches Beſtecke, Liniale, Reisbreth nebſt einer Reisſchiene, einen künſtlichen Magnet u. d.

Einige ihm noch nöthige Inſtrumente, z. E. beym Nivelliren, werden wir an ſeinem Orte angeben.

§. 235.

§. 235.

Der Bequemlichkeit beym Ausmeſſen der markſcheidriſchen Größen (55) wegen, führt man die dazu nöthigen Werkzeuge in einer eignen **Markſcheidertaſche** mit ſich.

Sie iſt in verſchiedne Fächer eingetheilt. In deren einem befindet ſich der Gradbogen, in einem andern der Hängecompaß, in einem dritten die Pfrimen u. ſ. w.

VI.

Findung der Mittagslinie.

§. 236.

Eine Mittagslinie zu ziehen.

I. Mittelſt des Sonnenſchattens.

Auflöſung.

Auf einer genau ſöhlig geſtellten Ebne beſchreibe man aus C (Fig. 39) einen Kreis,

Und richte durch C einen Stift ſenkrecht auf.

Vorausgeſetzt nun, daß erwähnter Kreis von der Sonne beſchienen werden kann: So gebe man Acht, wenn Vormittags des Stifts Schatten ſich in des Kreiſes Peripherie bey a endiget,

Und bemerke dieſen Punkt.

Gleichergeſtalt bemerke man bey b, wenn ſich Nachmittags des Stifts Schatten abermal in dem Umkreiſſe endiget.

Hierauf halbire man bey h den Bogen ahb, und ziehe durch C und h die gerade Linie Ch:

So wird dieſe die Mittagslinie ſeyn, und zwar deſto richtiger, je näher die Zeit der Beobachtung dem 20ſten des Brachmonats war.

Genauer kann die Mittagslinie gefunden werden, wenn man aus C eine ganze Reihe concentriſcher Kreiſſe zieht;

Bemerkt,

	Z. d. E.	May	Z. d. E.	Jun.	Z. d. E.
1	0 U. 3′ Ab.	1	10 U. 12′ M.	10	7 U. 34′ M.
1	11 27 M.	11	9 34	20	6 52
		21	8 55	30	6 10
1	10 50	31	8 15		
		Nov.		Dec.	
3	11 49 Ab.	7	9 55 Ab.	7	7 49 Ab.
3	11 12	17	9 14	17	7 5
3	10 34	27	8 32	27	6 20

Sie

Bemerkt, wo in jedem Umkreiſe Vor- und Nachmittags ſich des Stifts Schatten endigt,

Und dann jeden der hiedurch beſtimmten Bogen halbirt.

Wegen des Halbſchattens muß die Beobachtung nicht zu weit von der Zeit des Mittags entfernt ſeyn.

II. Mittelſt des Gnomons.

Erſte Auflöſung.

Man beſchwere einen Faden mit einem unten zugeſpiztem Lothe,

Und laſſe ihn etwa von einem Loche, durch das Sonnenſtrahlen gehen, herabhängen.

Hiedurch ſtellt ſich der Faden ſelbſt vertikal, und begränzt ſo des Schattens Länge.

Des Loths Spitze muß ſich genau in des Fadens Linie befinden, und auf den Punkt des Bodens, von dem der Schatten ausgeht, treffen.

Aus dieſem Punkte nun werden auf den Boden concentriſche Kreiſſe beſchrieben, und übrigens eben das Verfahren, wie bey I, beobachtet.

Zweyte Auflöſung.

Man nehme eine Platte P (Fig. 41) von ohngefähr 3 Zollen, durch welche ein kleines Loch T mit einer Nadel geſchlagen iſt, damit ein Sonnenſtrahl durchgehen kann.

Dieſe mache man an ein 7 bis 8 Zoll hohes Fußgeſtelle AB, das auf einer andern Platte, worauf der Sonnenſtrahl fällt, aufſteht.

Statt DB kann auch eine genau horizontal geſtellte Tafel ſeyn.

Nun beſchreibe man darauf aus dem Punkte C der ſenkrecht unter dem Loche T iſt, und durch das Loth CT angegeben wird, etliche concentriſche Kreiſſe;

Bemerke auf jedem von dieſem den hellen Lichtpunkt K des Vormittags, und den L des Nachmittags;

Ziehe

Ziehe durch die Mitte H des Zwiſchenraums die gerade Linie CH:

So hat man das verlangte.

De la Lande Sternkunſt, der deutſchen Ueberſetzung 160ſten §.

III. Mittelſt des Polarſterns.

Aufloͤſung.

In der Mitte eines gegen Norden liegenden Fenſters haͤnge man ein Loth, wie in II beſchaffen, auf;

Richte auf ein hoͤlzernes Breth ab (Fig. 40) einen hoͤlzernen, etliche Fuß hohen Arm ABC auf,

Und laſſe von C aus ein anderes ſolches Loth bis auf des Brethes Flaͤche herunter. CD.

Wenn nun der Polarſtern unter oder uͤber dem Pole in der nordlichen Mittagsflaͤche ſteht: So ſchiebe man dieſes Breth mit ſeinem Lothe in einiger Entfernung hinter das im Fenſter aufgehaͤngte ſo lange hin und her, bis beyde Faͤden den Polarſtern bedecken.

Eine Linie nach der Richtung, in der die beyden Faͤden hintereinander haͤngen, gezogen, wird die Mittagslinie angeben.

§. 237.

Dieſe letztere Methode iſt ſehr zuverlaͤßig und leicht.

Der Polarſtern iſt am Himmel ohne Schwierigkeit zu finden, und es kennt ihn faſt jeder Landmann.

Die Zeit der Nacht, da er culminiret, d. i. durch den Mittagskreis geht, laͤßt ſich leicht, mittelſt folgender Tafel, finden.

Folgt I.

Jan.

Sie iſt aus der IIten Tafel Herrn **Bodens** Anleitung zur Kenntniß des geſtirnten Himmels (Berlin und Leipzig 1778) gezogen.

Man ſieht aus ihr, zu welcher Zeit der Polarſtern in jedem 10ten Tage des Monats nach jedes Orts Uhr auf der Nordſeite des Horizonts culminiret, und alſo zu dieſer Zeit über dem Pol, folglich in 11 Stunden 58 Minuten unter demſelben iſt.

Auch für jeden gegebenen andern Tag kann man aus dieſer Tafel die Culminationszeit leicht finden, wie aus folgendem Beyſpiele erhellen wird:

Um welche Zeit culminirt der Polarſtern am 10 September?

Nach der Tafel geſchiehet dies am 8ten um 11 Uhr 44′ Abends; aber am 18ten um 11 Uhr 8′: Folglich um 11 Uhr 44′ — 11 Uhr 8′ = 36′ früher. Mithin jeden Tag dieſer 10 Tage um $\frac{36'}{10} = 3', 6$, und alſo in 2 Tagen, bis zum 10ten September, um 2. 3′, 6 = 7′ 2: Folglich iſt die Culminationszeit am 10ten September = 11 Uhr 44′ — 7′, 2 = 11 Uhr 36′, 8 Abends.

Dieſe und jede gefundene Zeit der Culmination anzugeben, iſt in der Markſcheidekunſt eine gute Taſchenuhr ſchon hinlänglich.

§. 238.

Methoden, eine Mittagslinie zu ziehen, findet man eigentlich in aſtronomiſchen Büchern, z. E. in *de la Lande* Aſtron. **Bodens** Anleitung zu den aſtronomiſchen Wiſſenſchaften, 2ten Theile; **Koſts** aſtronomiſchem Handbuche; Caſſini Abhandlung von der Figur der Erde ꝛc.

Da aber die meiſten Markſcheider die Aſtronomie kaum dem Namen nach kennen: So war es wegen 43 nöthig, davon hier einige Vorſchriften mitzutheilen.

§. 239.

Eine gezogene Mittagslinie, deren Richtigkeit zum Gebrauche in der Markſcheidekunſt nicht zuverläßig genug wäre, zu prüfen.

Aufloſung.

I. Man nehme den Winkelmeſſer und viſire, wenn man daran den Gradbogen gehängt hat, durch die Okulardiopter nach einem Stern:

So wird des Gradbogens Perpendikel, wenn die Ziellinie auf den Stern eintrift, die Grade ꝛc. angeben, die der ſenkrechte Bogen von dieſem Stern auf den Horizont enthält, d. i. des Sterns Höhe.

II. Man beobachte alſo in einer Nacht zwo gleich große Höhen eines Sterns; die erſte, wenn er ſich zwiſchen ſeinem Anfangspunkte und Mittagspunkte; die andre aber, wenn er ſich zwiſchen dieſer Ebne und dem Untergangspunkte befindet.

Man heißt ſolche Höhen übereinſtimmende oder zuſammengehörige.

III. Nun merke man, nach einer guten Taſchenuhr, (welche, wie ſchon gedacht, in der Markſcheidekunſt zu ſolchem Gebrauche hinlänglich iſt,) die Zeit, welche bey jeder dieſer Höhen die Uhr angiebt.

IV. Die Zeit für die erſte Höhe (II) heiſſe t, die für die zweyte t′, die Culmination dieſes Sterns aber T:

So erhält man T, wenn man zu t die Hälfte des Unterſchieds von t′ und t addirt.

V. Man errichte nun über die Mittagslinie eine Vertikalfläche auf, indem man auf dieſe Linie etwa zween lothrechte Fäden herab hängen lieſſe,

VI. Und gebe Acht, wenn der Stern (II) durch dieſe Fadenfläche (V) geht.

VII. Soll ſie genau die Mittagsfläche ſeyn: So muß die Uhr zu der Zeit, da der Stern eintrift, genau die Zeit T zeigen.

VIII. Iſt

VIII. Iſt dies nicht: So kann man doch ſehen, um wieviel eher oder ſpäter der Eintritt geſchieht, und die gezogene Mittagslinie darnach verbeſſern.

IX. Hat man Tafeln, wo die Culminationszeit der vornehmſten Sterne angegeben ſind, dergleichen die 11te in dem im 237 § angeführten Buche: So braucht man nicht zu thun, was (II) beſielt.

VII.

Findung der Magnetabweichung.

§. 240.

Mittelſt der Mittagslinie die Magnetabweichung anzugeben.

Aufloͤſung.

Man nehme einen in Grade ꝛc. eingetheilten Grubencompaß;

Bringe die Zwoͤlfteſtundenlinie in die Lage der Mittagslinie oder in einer ihr parallelen, dergeſtalt, daß der Punkt SE nach Norden ſieht:

So wird das noͤrdliche Ende in dem oͤſtlichen Halbkreiſſe d Grade anzeigen, wenn die Abweichung weſtlich; iſt ſie aber oͤſtlich: ſo giebt es im weſtlichen Halbkreiſſe = 2R — d an.

Beweis.

Es ſey CN der noͤrdliche, und CS der ſüdliche Theil der Mittagslinie, W′O′ die Aequatorslinie, und die Zwoͤlfteſtundenlinie liege in SN, daß SE nach N ſieht:

So iſt NCn weſtliche, und NCn′ oͤſtliche Magnetabweichung.

XI. Ziehe die Schnur an ihrer Regel durch F:

XII. So zeigt Ef der Linie EF obſervirten Streichung und deren Beſchaffenheit.

Beweis.

XIII. PQ ſtelle die Lage der Magnetlinie durch A vor; AP ſey ihr nördlicher Theil, AQ ihr ſüdlicher:

So iſt, W PAB der AB obſervirte Streichung (175).

Aber W SBC = W PAB: (V):

Folglich SM und PQ parallel (Geom. 11te S.): alſo MS eine Magnetlinie durch B (164) deren nördlicher Theil BS (III):

Folglich W SBE = der BE obſervirte Streichung (175, 178);

Alſo VII. bewieſen.

XIV. Da W SBE = W bEm:

So iſt mf der MS parallel, und folglich durch E eine Magnetlinie, deren nördlicher Theil Ef (164 und X):

Folglich W fEf = der EF obſervirte Streichung (175, 178).

Mithin auch XII. bewieſen.

B) Bey donlegigen Linien BK, KL, (Fig. 33).

XV. Man ziehe eine ſöhlige Linie BA ſo, daß man ihre obſervirte Streichung mit dem Compaß erfahren kann.

XVI. Nun ſtelle man in B eine Scheibe, wie III. verlangt;

XVII. Und mache was IV, V befielt.

XVIII. Hierauf laſſe man von einem Punkte in BK ein Loth ke herabhängen, und führe das ſo lange fort, bis es an der Scheibe Umkreis in e trift:

XIX. So

XIX. So werden zwiſchen S und e ſo viel Stunden ſeyn, als der Linie BK obſervirte Streichung enthält.

XX. Die Arbeit fortzuſetzen, bringe man in K eine zweyte Scheibe, wie VIII. fodert;

XXI. Laſſe hart an KB und am Rande der Scheibe ein Loth herab;

XXII. Merke den Punkt, wo dieſes Loth der Scheibe Rand trift;

XXIII. Nehme zwiſchen ihm und dem Punkte Mer ſo viel Stunden, als in XIX. gefunden worden,

XXIV. Und verfahre auf ähnliche Art wie in XVIII.

Beweis.

XXV. Nach XVII. iſt die Zwölfteſtundenlinie SM in der Lage der Magnetlinie durch B, und BS ihr nördlicher Theil; nach XVIII. aber liegt Be in der ſeigern Ebne durch BK, und mit BS in der ſöhligen Ebne der Scheibe:

Alſo iſt SBe der BK obſervirte Streichung (175, 178, 46).

XXVI. Nach XXI, XXII, XXIII, wird die Scheibe ſo geſtellt, daß die Zwölfteſtundenlinie auf ihr in die Lage der Magnetlinie kommt, und XXIV giebt auf der Scheibe Rande einen Punkt, durch dieſen und K geht eine Linie, die in der ſeigern Ebne durch KL und mit der Zwölftenſtundenlinie in der ſöhligen Ebne der Scheibe liegt:

Alſo erhellet die Sache wie XXV.

§. 216.

I. Das bisherige wird genug ſeyn, einen Begrif von der Eiſenſcheibe und ihrem Gebrauche beyzubringen.

Nähern Unterricht findet man in den Markſcheidebüchern eines **von Oppels, Cancrinus, Beyers,**

Voig-

Voigtels ꝛc. aber blos die Regeln des Verfahrens. Die vollſtändige Theorie hievon giebt Herr Hofrath Käſtner im 4 bis 39ſten §, ſ. 8te Anmerkung über die Markſcheidekunſt.

II. Das ganze Verfahren mit der Eiſenſcheibe, beſonders für den Fall B) zeigt, daß es ſehr mühſam, und die Gefahr zu fehlen ſehr ausgeſetzt iſt, indem die ſöhlige Stellung ihrer Ebne, und richtige Findung der obſervirten Streichung donlegiger Linien ſehr vielen Schwierigkeiten unterworfen.

Dieſen einigermaaßen zu entgehen hat man verſchiedene Mittel vorgeſchlagen.

Was **Voigtel** deshalb anräth, wird man bey ihm S. 156 u. f. (der zweyten Auflage von 1713) nachleſen, oder in der Kürze in vorhin angeführten 8ten Anmerkung 34 u. f. Abſatze.

Beyers Vorſchläge (P. VI. Prop. 30) zur Verbeſſerung der Eiſenſcheibe heben nicht die Schwierigkeiten wegen donlegiger Linien, wie Herr Hofrath Käſtner (a. a. O. §. 40) mit Recht erinnert.

Auch nicht **Malern** ſeine. M. ſ. deſſen Geometrie 212, 213te S.

Am beſten dazu iſt Herrn **von Oppels** zweyte Eiſenſcheibe. Er beſchreibt ſie in ſeiner Markſcheidekunſt §. 495', und giebt die Regeln ihres Gebrauches §. 497 und 653, aber ohne Beweis. Auch Herr Cammerrath **Cancrinus** im 6ten Theil der erſten Gründe der Berg- und Salzwerkskunde §. 923, 1015, 1027, giebt davon nach Herrn **von Oppels** Markſcheidekunſt Unterricht.

Die Theorie davon, nebſt andern vortreflichen Erinnerungen, findet ſich in Herrn Hofrath Käſtners 43 bis 72ſten § der 8ten Anmerkung über die Markſcheidekunſt.

III. Ich werde weiter unten eine andere Methode, durch die man eben ſo leicht die Abſicht der Eiſenſcheibe erreichen kann, und welche weit zuverläßiger iſt, angeben.

Man kann daher die Eiſenſcheibe wie das Zuleginſtrument gänzlich entbehren, deshalb ich hier davon nichts weiter habe wollen beybringen.

p) Stundentransporteur.

§. 217.

Iſt ein Kreis von Meſſing in Stunden, wie der Setzkompaß, getheilt, und um den Mittelpunkt ausgeſchnitten, ſo daß eine Spitze genau im Centrum liegt.

§. 218.

Beyer giebt davon P. II, cap. 13 Nachricht, und ſtellt ihn auf der erſten Kupfertafel in der 10ten Figur auf. Herr Cancrinus beſchreibt ſelbigen §. 925, und bildet ihn Tab. XII. Fig. 30 ab. Voigtel gedenkt ſo etwas unter dem Namen des runden Transporteur mit dem zugeſpitzten Centro auf der 153ſten Seite ſeiner Markſcheidekunſt.

§. 219.

Man hat ihn gebraucht, Linien in Grundriß zu verzeichnen, deren obſervirte Streichung durch die Eiſenſcheiben gefunden worden.

Es fällt in die Augen, daß er auch als Zuleginſtrument dienen kann.

§. 220.

Ein ſolcher Stundentransporteur iſt leicht einzutheilen, indem Alles durch Halbirungen der Bogen geſchieht.

Man könnte ihn daher zur Fertigung ſolcher Grundriſſe gebrauchen, von denen keine ſo große Genauigkeit

XI. Ziehe die Schnur an ihrer Regel durch F:

XII. So zeigt Ef der Linie EF obſervirten Streichung und deren Beſchaffenheit.

Beweis.

XIII. PQ ſtelle die Lage der Magnetlinie durch A vor; AP ſey ihr nördlicher Theil, AQ ihr ſüdlicher:

So iſt, W PAB der AB obſervirte Streichung (175).

Aber W SBC = W PAB: (V):

Folglich SM und PQ parallel (Geom. 11te S.): alſo MS eine Magnetlinie durch B (164) deren nördlicher Theil BS (III):

Folglich W SBE = der BE obſervirte Streichung (175, 178);

Alſo VII. bewieſen.

XIV. Da W SBE = W bEm:

So iſt mf der MS parallel, und folglich durch E eine Magnetlinie, deren nördlicher Theil Ef (164 und X):

Folglich W fEf = der EF obſervirte Streichung (175, 178).

Mithin auch XII. bewieſen.

B) Bey donlegigen Linien BK, KL, (Fig. 33).

XV. Man ziehe eine ſöhlige Linie BA ſo, daß man ihre obſervirte Streichung mit dem Compaß erfahren kann.

XVI. Nun ſtelle man in B eine Scheibe, wie III. verlangt;

XVII. Und mache was IV, V beſielt.

XVIII. Hierauf laſſe man von einem Punkte in BK ein Loth ke herabhängen, und führe das ſo lange fort, bis es an der Scheibe Umkreis in e trift:

XIX. So

XIX. So werden zwiſchen S und e ſo viel Stunden ſeyn, als der Linie BK obſervirte Streichung enthält.

XX. Die Arbeit fortzuſetzen, bringe man in K eine zweyte Scheibe, wie VIII. fodert;

XXI. laſſe hart an KB und am Rande der Scheibe ein Loth herab;

XXII. Merke den Punkt, wo dieſes Loth der Scheibe Rand trift;

XXIII. Nehme zwiſchen ihm und dem Punkte Mer ſo viel Stunden, als in XIX. gefunden worden,

XXIV. Und verfahre auf ähnliche Art wie in XVIII.

Beweis.

XXV. Nach XVII. iſt die Zwölfteſtundenlinie SM in der Lage der Magnetlinie durch B, und BS ihr nördlicher Theil; nach XVIII. aber liegt Be in der ſeigern Ebne durch BK, und mit BS in der ſöhligen Ebne der Scheibe:

Alſo iſt SBe der BK obſervirte Streichung (175, 178, 46).

XXVI. Nach XXI, XXII, XXIII, wird die Scheibe ſo geſtellt, daß die Zwölfteſtundenlinie auf ihr in die Lage der Magnetlinie kommt, und XXIV giebt auf der Scheibe Rande einen Punkt, durch dieſen und K geht eine Linie, die in der ſeigern Ebne durch KL und mit der Zwölftenſtundenlinie in der ſöhligen Ebne der Scheibe liegt:

Alſo erhellet die Sache wie XXV.

§. 216.

I. Das bisherige wird genug ſeyn, einen Begrif von der Eiſenſcheibe und ihrem Gebrauche beyzubringen.

Nähern Unterricht findet man in den Markſcheidebüchern eines von Oppels, Cancrinus, Beyers,

Voig-

§. 202.

Wenn das nordliche Ende der Magnetnadel, (welches wir, der Kürze wegen, allemal blos das nördliche Ende heiſſen wollen,) nicht genau auf einen Theilſtrich des Stundenringes weiſt: So ſchätzt man nach dem Augenmaaße auch Viertel von Achtelſtunden, oder zwey und dreyßig Theile der ganzen Stunde; von jedem ſolchem Theile aber kann man noch Drittheile (d. h. 96 Theile der ganzen Stunde) ſchätzen, und ein ſolches Drittheil mit dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer durch p (plus) oder m (minus) bezeichnen, nachdem es für bejaht oder verneint zu nehmen.

§. 203.

Exempel.

I. Geſetzt, das nördliche Ende hätte im öſtlichen Halbkreiſſe inne geſtanden, zwiſchen den zween Theilſtrichen, davon der eine von dem Punkte SE 12, (welchen Punkt wir durch 0^h ſo, wie Mer 12 durch 12^h bezeichnen wollen) um 6^h 4, und der zweyte um 6^h 5 abſteht: So würde man dieſen Abſtand des nördlichen Ende durch die im vorigem § gedachten kleinen Theile der Stunde, mittelſt Schätzung nach dem Augenmaaße, zu beſtimmen ſuchen.

Hätte man nun gefunden, daß das nördliche Ende von dem Theilſtriche der von 0^h um 6^h 4 entfernt iſt, etwas über $\frac{3}{4}$ Achtelſtunde abſtünde, das ohngefähr $\frac{1}{3}$ der Viertelsachtelſtunde, alſo ohngefähr $= \frac{1}{96}$ Stunde betrüge: So würde der Linie AB (200, 201) öſtliche obſervirte Streichung.

$$= 6 \text{ St.} + 4\tfrac{3}{4} \text{ Achtelſt.} + \tfrac{1}{96} \text{ St.}$$
$$= 99^\circ\, 3'\, 45'' \; (177)$$

enthalten.

Dieſer Ausdruck läßt ſich verkürzt ſo ſchreiben:

$6^h\ 4\frac{3}{4}$ p;

Und

Bayerische Staatsbibliothek München

Und da dieſe Streichung öſtlich genommen, ſetzt man Oſt oder O vor, wie folget:

Oſt $6^h\ 4\frac{3}{4}$ p

O $6^h\ 4\frac{3}{4}$ p,

welches alles mit 188 und 189 übereinkommt.

II. Käme alſo, zum fernern Beyſpiele, der Ausdruck:

Weſt $2^h\ 3\frac{1}{4}$ m, oder

W $2^h\ 3\frac{1}{4}$ m

vor: So bedeutet er weſtliches Streichen, das

$= 2$ St. $+ 3\frac{1}{4}$ Achtelſt. $- \frac{1}{96}$ St.

§. 204.

Nach 178 VI gehen die weſtlichen Stunden von 12^h durch OCC bis 0^h. Man kann aber auch mit dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer die weſtlichen Stunden von 0^h durch OCC bis 12^h zählen, ſie als verneinte Stunden anſehen, und alſo dadurch das weſtliche Streichen angeben.

Man kann alſo unter, z. E.

W 0^h oder 12^h,	$- 0^h$
W 0^h 7,	$- 0^h$ 1
W 0^h 3	$- 0^h$ 5
W 11^h	$- 1^h$
W 9^h 6	$- 3^h$ 2

u. ſ. w.

verſtehen.

Ueberhaupt alſo

$$W\ \beta^h = -(12^h - \beta^h)$$
$$= -\gamma^h \text{ (wenn } 12^h - \beta^h = \gamma^h)$$

ſetzen:

Folglich können wir

Oſt 0^h 3 z. E. mit	$+ 0^h$ 3
„ 9^h	$+ 9^h$
„ 4^h	$+ 4^h$ 3

u. ſ. w.

alſo überhaupt

$$\text{Oſt } \beta^h \text{ mit } + \beta^h$$

bezeichnen.

Es könnte dies auch blos mit β^h geſchehen; allein β^h kann die Stunden der öſtlichen obſervirten und reducirten Streichung ſowohl als weſtlichen anzeigen.

Wenn wir daher ſagen: Eine Linie ſtreicht z. E. 4^h: So kann es öſtlich ſowohl als weſtlich ſeyn.

§. 205.

Ein bloßer Buchſtabe kann ganz allgemein obſervirte und reducirte Streichung andeuten.

Wenn wir nun dies z. E. durch β thun: So kann β in Stunden oder Grade ausgedruckte öſtliche oder weſtliche obſervirte oder reducirte Streichung ſeyn.

Die öſtliche werden wir in dieſer Rückſicht durch $+\beta$ und dergleichen, die weſtliche durch $-\beta$ und dergleichen, anzeigen.

Z. B. Wäre einer Linie AB Streichung öſtlich alſo $+\beta$: So wäre der Linie BA ihre weſtlich: folglich $-\beta$ (184, 185); aber $-\beta$ in Stunden angegeben, würde

$$\text{W } \beta^h = -(12^h - \beta^h)$$

ſo wie $+\beta$ in Stunden

$$= +\beta^h = \text{Oſt } \beta^h$$

ſeyn, (vorig. §).

§. 206.

Winkel durch Stunden ausgedruckt, hat der Markſcheider oft zu trigonometriſchen Rechnungen nöthig.

Man muß daher die Stunden zuvor in Grade verwandeln.

Dieſe Verwandlung aber ſich zu erleichtern, darf man nur eine Tafel berechnen.

Dieß kann man leicht:

Denn

$$1 \text{ St.} = 15^\circ, \ (177)$$

Alſo

Alſo

$$2 \text{ St.} = 2 . 15^\circ$$
$$= 30^\circ$$

u. ſ. w.

Ferner

$$\tfrac{1}{8} \text{ St.} = 1^\circ\, 52'\, 30'' \text{ (a. O).}$$

Alſo

$$\tfrac{2}{8} \text{ St.} = 2\,(1^\circ\, 52'\, 30'')$$
$$= 3^\circ\, 45'$$

u. ſ. w.

In Herrn Hofrath Käſtners Markſcheidekunſt, 7te Seite, findet man eine ſolche Tafel, wo das kleinſte Glied $\frac{1}{32}$ Stunde = $\frac{1}{4}$ Achtelſtunde; für $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{128}$ der Achtelſtunde ſteht eine auf der daſigen 9ten Seite. Dieſe letztere blos zur Vergleichung mit der gewöhnlichen Art Winkel zu meſſen.

Herr Cammerrath Cancrinus giebt im 950 § des 6ten Theils der erſten Gründe der Berg- und Salzwerkskunde auch eine, wo das kleinſte Glied $\frac{1}{4}$ Achtelſtunde, wobey er erinnert, daß die Theilung in ſo weit ſcharf genug ſey; indeſſen bedient man ſich mit Vortheil ſchärferer Eintheilung.

Wie dergleichen Tafeln zu gebrauchen iſt gleich einzuſehen. Man findet aber auch an a. Orten deshalb Beyſpiele.

§. 207.

Fehler beym Compaße können ſeyn, wenn

1) des Stundenringes Abtheilung unrichtig,
2) die Theilſtriche nicht die gehörige Feinheit haben,
3) die Magnetnadel nicht gehörig ſpielt,
4) beym Hängecompaße der Zwölftenſtundenlinie Ebne nicht mit des breiten Rings ſeine in der durch die Schnur laufenden Vertikalfläche liegt.

§. 208.

Was 1) (207) anbelangt, ſo hat eine genaue Abtheilung des Stundenringes keine Schwierigkeit, weil man alles durch Halbirungen bewerkſtelligen kann; aber Stundenringe mittelſt der Theilſcheibe getheilt, werden faſt allemal fehlerhaft ſeyn.

Dieſe Abtheilungen nun zu prüfen, läßt ſich auf ähnliche Art, wie 138 I, II, III verfahren, wobey man die Stunden auf Grade zu reduciren nicht vergeſſen darf.

Wüßte man nicht des Stundenringes Halbmeſſer, ſo nehme man die Sehne von $60° = 6^h$, und meſſe die ſo ſcharf als möglich auf einen genau eingetheilten Zollſtabe aus. Was man erhält = des Stundenringes Halbmeſſer (G. 23. S. 5te Z.).

§. 209.

Den Fehler 2) (207) ſchätzt man auf ähnliche Art wie §. 139.

Iſt des Stundenringes Halbmeſſer = a, die Dicke eines Theilſtriches = b, und die Anzahl der Sekunden, die er auf dem Stundenringe einnimmt = x:

So iſt

$$x = \frac{b}{a} \cdot 206264.$$ (Sekunden §139)

Exempel.

Wäre

$b = 0{,}001$ Zoll:

$a = 2$ Zoll:

So erhält man

$$x = \frac{0{,}001 \cdot 206264}{2}$$

$$= 1' \, 43'', 134.$$

Für

Für

$b = 0,01$ Zoll ;
$a = 4$ Zoll;
bekommt man

$$x = 17' \, 11'' \, 34$$

Hieraus ſieht man, daß die Theilſtriche ſo fein als möglich zu reißen ſind, da ſchon auf einem Stundenringe von 4 Zoll im Durchmeſſer ein Theilſtrich, deſſen Dicke = 0, 01 Zoll, einen Bogen von 17′ 11″, 34 einnimmt.

Nun iſt eben nicht allemal ein Theilſtrich ſo fein, und des Stundenringes Durchmeſſer 4 Zoll: daher iſt in ſolchen Fällen der Compaß wegen der Theilſtriche Dicke einem noch größern Fehler unterworfen, und man darf alſo dieſen gar nicht auſſer Acht laſſen.

§. 210.

Was den Fehler 3) (207) betrift, ſo iſt eine Magnetnadel faul, wenn

1) ihr nicht die magnetiſche Kraft gehörig mitgetheilt, oder ihr ſelbige entzogen, worden.

2) der Stift, worauf die Nadel ruhet, ſtumpf ꝛc. iſt,

3) des Hütgens innere Hölung nicht ſehr glatt poliret iſt; oder nicht gehörig coniſch in eine ſehr kleine Kugelfläche zuläuft; oder ſich Unreinigkeiten in dem Hütgen geſammlet haben.

von Oppels Markſcheidekunſt §. 433 u. f.
Mayers praktiſche Geometrie 120 §.

§. 211.

I. Wenn der Hängekompaß an die Schnur gehangen wird: So muß die ſeigere Ebne durch ſie mit der der Zwölftenſtundenlinie zuſammenfallen. Geſchieht dies nicht: So können die Haken verbogen, oder der breite Ring, woran ſich die Haken befinden, nicht gehörig angebracht ſeyn, und man erhält da allemal ein anderes Streichen.

II. Um nur zu zeigen, daß ein ſolcher Fehler eben nicht auſſer Acht zu laſſen iſt, will ich annehmen, die ſeigere Ebne der Schnur gehe durch des Kompaſſes Mittelpunkt C (Fig. 31), und ſchneide alſo die ſöhlige Ebne NaSbN des Stundenringes, in der durch C gehenden Linie ba. Es ſey NS die Zwölfteſtundenlinie: ſo iſt W NCa, = W bCS, der Winkel, den der Schnur ſeigere Ebne mit der der Zwölftenſtundenlinie macht, (Geom. II. Th. 2te Erklärung) oder um dem erſtere Ebne von letzterer abweicht.

Dieſer Winkel muß alſo geſucht werden. Er heiſſe α.

Nun wird wohl Na nicht ſo beträchtlich groß ſeyn, und daher als gerade, und das Dreyeck NCa als gleichſchenklicht angenommen werden können.

In dieſer Vorausſetzung hat man, wenn man des Stundenringes Halbmeſſer, oder

$$Ca = a,$$

und

$$Na = c$$

ſetzt,

$$\sin \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{c}{2a}:$$

Und, weil α klein, alſo $\frac{1}{2}\alpha$ noch kleiner: So erhält man ohne merklichen Irthum

$$\tfrac{1}{2}\alpha = \frac{c}{2a}:$$

alſo

$$\alpha = \frac{c}{a}$$

in Decimaltheilen des Halbmeſſers = 1.

III. Will

III. Will man α in Sekunden haben, ſo überlege man, daß eines Kreiſſes halbe Peripherie

$$180.60.60 = 648000''$$

enthält.

Nun heiſſe die geſuchte Anzahl Sekunden x: ſo hat man

$$3,1415\ldots : \alpha = 648000'' : x'',$$

Folglich

$$x = \frac{648000}{3,1415\ldots} . \alpha \text{ Sekunden}$$

$$= \alpha . 206264 \text{ Sekunden.}$$

IV. Alſo α in Sekunden

$$= \frac{c}{a} . 206264.$$ (§139)

Exempel.

Es ſey

$$c = 0,01 \text{ Zoll}$$
$$b = 2 \text{ Zoll:}$$

So iſt

$$\alpha = \frac{0,01}{2} . 206264''$$

$$= 0,01 . 103132''$$

$$= 17' 11'', 32.$$

Für

$$c = 0,1 \text{ Zoll}$$

bekommt man

$$\alpha = 2^\circ 51' 53'', 2.$$

Im letztern Falle giebt alſo die Nadel allemal einen Winkel an, der um $2^\circ 52' 53''$, 2 zu groß oder zu klein iſt, nachdem die Zwölfteſtundenlinie und das nordliche Ende auf verſchiedenen Seiten der Schnur ſeigere Ebne, oder auf einer liegen.

§. 212.

Wenn der Winkel, den eines ſolchen fehlerhaften Hängecompaſſes Nadel angiebt $= \beta^h$: So iſt die wahre obſervirte Streichung

$$= \beta^h \pm \alpha^h,$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn nördliches Ende und Zwölfteſtundenlinie auf einer Seite der Schnur liegen, das untere aber, wenn ſie ſich auf verſchiedenen befinden.

o) Eiſenſcheibe.

§. 213.

Da bekanntlich das Eiſen die Magnetnadel aus ihrer gewöhnlichen Richtung bringt, und deshalb bey ihrem Gebrauche nichts von Eiſen in der Nähe herum ſeyn darf: So iſt der Compaß an den Orten, wo Eiſenerze brechen, nicht zu gebrauchen, wiewohl einige auf die Magnetnadel keine ſo ſtarke Würkung äuſſern.

§. 214.

Dafür nun hat man die **Eiſenſcheibe**, die von andern auch Stundenſcheibe genennt wird, erfunden.

Ihre **weſentliche Einrichtung** wird folgende ſeyn:

Eine kreisförmig meſſingene Scheibe iſt in Stunden ꝛc. eingetheilt (178, VI.) und mit den Weltgegenden, wie der Setzcompaß (192, IV) bezeichnet. In ihrer Ebne läßt ſich um ihren Mittelpunkt eine Regel drehen, die am Ende etwa mit einem Oehre verſehen iſt, um eine Schnur daran zu binden, und nach der Richtung der Regel, alſo nach einer Linie aus dem Mittelpunkte, anziehen zu können.

§. 215.

Den Gebrauch der Eiſenſcheibe (214) zu zeigen.

Auflö-

Aufloͤſung.

A) Bey ſoͤhligen Linien.

I. AB, BE, EF (Fig. 32) ſeyen ſoͤhlige Linien, und zwar liege AB da, wo man noch mit dem Compaß ihre obſervirte Streichung finden, d. h. die Stunde, in der AB ſtreicht, abnehmen kann; hingegen bey BE, EF gehe dies wegen den Eiſenerzen nicht an (213).

II. Man finde alſo die obſervirte Streichung der AB (200, 201);

III. Bringe die Scheibe (213) in B, (welche in der Figur der Kreis SCMaS vorſtellen mag,) und ſtelle ſie daſelbſt ſoͤhlig, ſo daß in B ihr Mittelpunkt kommt, S ohngefaͤhr nach der noͤrdlichen Gegend, und M nach der ſuͤdlichen hinſieht.

IV. Verlaͤngere AB in C, daß daſelbſt BC der Scheibe Umkreis ſchneidet;

V. Nehme zwiſchen S und C ſo viel Stunden, als nach II fuͤr der AB obſervirte Streichung gefunden worden.

VI. Nun ziehe man die Schnur an der Regel an den Punkt E hin:

VII. So ſtellt ſich die Regel nach Be, daß e in BE liegt, und alſo Be die Stunden der BE obſervirten Streichung und deren Beſchaffenheit angiebt.

VIII. Den Fortgang dieſer Arbeit zu uͤberſehen, ſey in E eine andere der in B vollkommen aͤhnliche Scheibe ſſmbſ ſoͤhlig geſtellt, daß auch in E ihr Mittelpunkt, ſ ohngefaͤhr nach Norden, und m nach Suͤden liegt;

IX. Ihr Umkreis werde von BE in b geſchnitten.

X. Nun mache man, daß zwiſchen m und b ſo viel Stunden ſind, als zwiſchen S und e; oder zwiſchen ſ und b ſo viel, als zwiſchen M und e.

XI. Ziehe

XI. Ziehe die Schnur an ihrer Regel durch F:

XII. So zeigt Ef der Linie EF obſervirten Streichung und deren Beſchaffenheit.

Beweis.

XIII. PQ ſtelle die Lage der Magnetlinie durch A vor; AP ſey ihr nördlicher Theil, AQ ihr ſüdlicher:

So iſt, W PAB der AB obſervirte Streichung (175).

Aber W SBC = W PAB: (V):

Folglich SM und PQ parallel (Geom. 11te S.): alſo MS eine Magnetlinie durch B (164) deren nördlicher Theil BS (III):

Folglich W SBE = der BE obſervirte Streichung (175, 178);

Alſo VII. bewieſen.

XIV. Da W SBE = W bEm:

So iſt mſ der MS parallel, und folglich durch E eine Magnetlinie, deren nördlicher Theil Eſ (164 und X):

Folglich W ſEf = der EF obſervirte Streichung (175, 178).

Mithin auch XII. bewieſen.

B) Bey donlegigen Linien BK, KL, (Fig. 33).

XV. Man ziehe eine ſöhlige Linie BA ſo, daß man ihre obſervirte Streichung mit dem Compaß erfahren kann.

XVI. Nun ſtelle man in B eine Scheibe, wie III. verlangt;

XVII. Und mache was IV, V befielt.

XVIII. Hierauf laſſe man von einem Punkte in BK ein Loth ke herabhängen, und führe das ſo lange fort, bis es an der Scheibe Umkreis in e trifft:

XIX. So

XIX. So werden zwiſchen S und e ſo viel Stunden ſeyn, als der Linie BK obſervirte Streichung enthält.

XX. Die Arbeit fortzuſetzen, bringe man in K eine zweyte Scheibe, wie VIII. fodert;

XXI. Laſſe hart an KB und am Rande der Scheibe ein Loth herab;

XXII. Merke den Punkt, wo dieſes Loth der Scheibe Rand trift;

XXIII. Nehme zwiſchen ihm und dem Punkte Mer ſo viel Stunden, als in XIX. gefunden worden,

XXIV. Und verfahre auf ähnliche Art wie in XVIII.

Beweis.

XXV. Nach XVII. iſt die Zwölfteſtundenlinie SM in der Lage der Magnetlinie durch B, und BS ihr nördlicher Theil; nach XVIII. aber liegt Be in der ſeigern Ebne durch BK, und mit BS in der ſöhligen Ebne der Scheibe:

Alſo iſt SBe der BK obſervirte Streichung (175, 178, 46).

XXVI. Nach XXI, XXII, XXIII, wird die Scheibe ſo geſtellt, daß die Zwölfteſtundenlinie auf ihr in die Lage der Magnetlinie kommt, und XXIV giebt auf der Scheibe Rande einen Punkt, durch dieſen und K geht eine Linie, die in der ſeigern Ebne durch KL und mit der Zwölftenſtundenlinie in der ſöhligen Ebne der Scheibe liegt:

Alſo erhellet die Sache wie XXV.

§. 216.

I. Das bisherige wird genug ſeyn, einen Begrif von der Eiſenſcheibe und ihrem Gebrauche beyzubringen.

Nähern Unterricht findet man in den Markſcheidebüchern eines von Oppels, Cancrinus, Beyers,

Voig-

Voigtels ꝛc. aber blos die Regeln des Verfahrens. Die vollſtändige Theorie hievon giebt Herr Hofrath Käſtner im 4 bis 39ſten §, ſ. 8te Anmerkung über die Markſcheidekunſt.

II. Das ganze Verfahren mit der Eiſenſcheibe, beſonders für den Fall B) zeigt, daß es ſehr mühſam, und die Gefahr zu fehlen ſehr ausgeſetzt iſt, indem die ſöhlige Stellung ihrer Ebne, und richtige Findung der obſervirten Streichung donlegiger Linien ſehr vielen Schwierigkeiten unterworfen.

Dieſen einigermaaßen zu entgehen hat man verſchiedene Mittel vorgeſchlagen.

Was Voigtel deshalb anräth, wird man bey ihm S. 156 u. f. (der zweyten Auflage von 1713) nachleſen, oder in der Kürze in vorhin angeführten 8ten Anmerkung 34 u. f. Abſatze.

Beyers Vorſchläge (P. VI. Prop. 30) zur Verbeſſerung der Eiſenſcheibe heben nicht die Schwierigkeiten wegen donlegiger Linien, wie Herr Hofrath Käſtner (a. a. O. §. 40) mit Recht erinnert.

Auch nicht Malern ſeine. M. ſ. deſſen Geometrie 212, 213te S.

Am beſten dazu iſt Herrn von Oppels zweyte Eiſenſcheibe. Er beſchreibt ſie in ſeiner Markſcheidekunſt §. 495', und giebt die Regeln ihres Gebrauches §. 497 und 653, aber ohne Beweis. Auch Herr Cammerrath Cancrinus im 6ten Theil der erſten Gründe der Berg- und Salzwerkskunde §. 923, 1015, 1027, giebt davon nach Herrn von Oppels Markſcheidekunſt Unterricht.

Die Theorie davon, nebſt andern vortreflichen Erinnerungen, findet ſich in Herrn Hofrath Käſtners 43 bis 72ſten § der 8ten Anmerkung über die Markſcheidekunſt.

III. Ich werde weiter unten eine andere Methode, durch die man eben ſo leicht die Abſicht der Eiſenſcheibe erreichen kann, und welche weit zuverläßiger iſt, angeben.

Man kann daher die Eiſenſcheibe wie das Zuleginſtrument gänzlich entbehren, deshalb ich hier davon nichts weiter habe wollen beybringen.

p) Stundentransporteur.

§. 217.

Iſt ein Kreis von Meſſing in Stunden, wie der Setzkompaß, getheilt, und um den Mittelpunkt ausgeſchnitten, ſo daß eine Spitze genau im Centrum liegt.

§. 218.

Beyer giebt davon P. II, cap. 13 Nachricht, und ſtellt ihn auf der erſten Kupfertafel in der 10ten Figur auf. Herr Cancrinus beſchreibt ſelbigen §. 925, und bildet ihn Tab. XII. Fig. 30 ab. Voigtel gedenkt ſo etwas unter dem Namen des runden Tranſporteur mit dem zugeſpitzten Centro auf der 153ſten Seite ſeiner Markſcheidekunſt.

§. 219.

Man hat ihn gebraucht, Linien in Grundriß zu verzeichnen, deren obſervirte Streichung durch die Eiſenſcheiben gefunden worden.

Es fällt in die Augen, daß er auch als Zuleginſtrument dienen kann.

§. 220.

Ein ſolcher Stundentransporteur iſt leicht einzutheilen, indem Alles durch Halbirungen der Bogen geſchieht.

Man könnte ihn daher zur Fertigung ſolcher Grundriſſe gebrauchen, von denen keine ſo große Genauigkeit

nauigkeit gefodert wird. Indeſſen läßt ſich leicht zeigen, daß man mit ihm richtiger und bequemer arbeiten kann als mit dem Zuleginſtrument.

§. 221.

Man kann auch geradlinichte Stundentransporteur auf ähnliche Art, wie geradlinichte Gradtransporteur (eb. Tr. 9. S. 4. Z. und der Erklär.) machen.

Sturm hat dazu in ſeiner Markſcheidekunſt 13. §, (die er ſeinem kurzen Begriffe der geſammten Matheſis beygefügt) für alle ganze Stunden die Sehnen berechnet. Seine Tafel aber iſt nicht brauchbar: Sie würde es ſeyn, wenn ſie für Achttheile, oder beſſer, für noch kleinere Abtheilungen von Stunden berechnet wäre.

Indeſſen iſt die Fertigung eines geradlinichten Stundentransporteurs überflüßig, wenn man einen in Graden ꝛc. hat. Und hätte man auch von letzterm keinen, und wollte ſich doch eines geradlinichten Transporteurs bedienen: ſo würde ich mir lieber einen in Graden fertigen, und dazu für alle einzelne Grade die Sehnen nach der Formel $\frac{2.\ \sin\frac{1}{2}\alpha}{10000}$ für den Halbmeſſer $= 10000$ berechnen, und beym Gebrauch die Stunden auf Grade reduciren.

q) Winkelweiſer.

§. 222.

Dieſer beſteht aus einem, ohngefähr 14 Zoll langen Richtſcheide AB (Fig. 34), welches um einen Stift an einem Klötzgen C auf und niederwärts beweglich iſt.

An des Stifts Ende, wo er über dem Richtſcheide hervorragt, ſind Schraubengänge, woran eine Mutter

ter D, mit der man das Richtſcheid nach Befinden an das Klötzgen C feſtſchrauben kann.

Durch genanntes Klötzgen iſt niederwärts ein Loch, nahe an D, gebohrt, wodurch der Winkelweiſer, mittelſt einer Pfrieme E, auf einen feſtgeſchlagnen Pfahl, oder eine andere unbewegliche Fläche geſchraubet wird.

Auf der Ebne des Richtſcheids einer Seitenfläche de ſind ſenkrecht zwo meſſingene Platten, längſt denen man nach einem gewiſſen Gegenſtande hinaus viſiren kann. Sie heiſſen **Abſehen** oder **Dioptern**.

Die eine H, wohinter das Auge zu liegen kommt, und daher **Okulardiopter** genennt wird, hat in der Mitte ein ſehr kleines Löchelgen, durch welches das Auge zielet, und der **Viſirpunkt** heiſſen mag.

Die andere J, die **Objektivdiopter**, hat hingegen eine etwas weitere Oefnung, worein zween zarte Silberfäden oder Pferdehaar ausgeſpannt ſind, die einander rechtwinklicht ſchneiden. Den Punkt ihres Durchſchnitts wollen wir den **Deckpunkt** nennen.

Beyde Dioptern können bey f f um Gelenke beweglich ſeyn, ſie auf das Richtſcheid niederlegen zu können.

Eine ſeigere Ebne durch den Deckpunkt und Viſirpunkt heiſſe die **Diopterebne**, und eine grade Linie durch dieſe beyden Punkte, die **Ziellinie**, welche alſo in der Diopterebne liegt.

Die gerade Linie de, in der die Diopterebne vorhin genannte Ebne des Richtſcheides ſchneidet, muß auf dem Richtſcheide angegeben ſeyn, wie die Figur zeigt.

Unterhalb des Richtſcheides in den fortgeſetzten Diopterplatten, ſind zwey Löcher G, J, durch die eine ſeidne Schnur geht, welche am Stifte L befeſtiget iſt, und mit der Schraube K ſcharf angezogen werden kann.

Dieſe Schnur FG aber muß genau in der Diopterebne liegen und der Ziellinie parallel ſeyn.

§. 223.

Aus einem gegebenen Punkte über Tage eine gerade Linie zu beſtimmen, welche eine gegebene obſervirte Streichung und Neigung hat.

Aufloͤſung.

I. Man ſchraube den Winkelweiſer auf eine durch den gegebenen Punkt laufende ſöhlige Fläche, daß die Diopterebne genau durch genannten Punkt läuft, und der Winkelweiſer um die Schraube E gemächlich gedreht werden kann:

II. Ziehe die Schraubenmutter D an, daß das Richtſcheid ungefähr eine ſöhlige Lage bekommt;

III. Hänge den Hängecompaß an die Schnur FG, daß der Punkt SE nach G ſieht;

IV. Und drehe den Winkelweiſer um die Pfrime E, bis das nördliche Ende die Zahl von Stunden und deren Theile zeigt, die der gegebenen obſervirten Streichung zu kommen.

V. Nun ſchraube man E ſo feſt ein, daß da herum der Winkelweiſer ſich nicht weiter drehen läßt;

VI. Hänge den Compaß aus, und dafür den Gradbogen ein.

VII. Lüfte hierauf ein wenig die Schraubenmutter D;

VIII. Bewege das Richtſcheid ſo lange auf und ab, bis des Gradbogens Perpendikel die gehörigen Grade abſchneidet,

XI. Und ſchraube, mittelſt der Schraube bey D, das Richtſcheid ſo feſt an, daß man es nicht hin und her rücken kann.

X. Alsdann viſire man durch die Okulardiopter nach einem Pfahl, den man von einem Gehülfen ohngefähr

Jan.	Z. d. E.		Feb.	Z. d. E.		Merz	Z. d. E.	
1	5 U.	57′ Ab.	10	3 U.	10′ Ab.	2	1 U.	53′ Ab.
11	5	14	20	2	31	12	1	16
21	4	31				22	0	40
31	3	50						
Jul.			Aug.			Sept.		
10	5	29 M.	9	3	31	8	1	40 M.
20	4	49	19	2	53	18	1	5
30	4	10	29	2	16	28	0	29

gefähr 8 bis 10 Lachter dermaßen ſeiger einſchlagen läßt, daß man durch die Objektivdiopter entweder ſeine oberſte Spitze, oder vielmehr ein an ihn gemachtes Kennzeichen zu ſehen bekommt, und dieſes oder jene durch den Deckpunkt genau gedeckt wird.

XI. Von dieſem ſo gefundenen Puukte nehme man am Pfahle ſeiger herabwärts eine Länge, die ſo groß iſt, wie die vertikale Entfernung des gegebenen Punktes von der Ziellinie:

XII. So erhält man einen Punkt, der nebſt dem gegebenen die verlangte Linie beſtimmt.

Beweis.

XIII. Nach IV. erhält die Diopterebne eine obſervirte Streichung = der gegebenen, folglich auch jede Linie in ihr (44).

XIV. Durch X. beſtimmt man einen Punkt, der mit der Ziellinie in einer geraden Linie liegt, die ſich folglich in der Diopterebne befindet, und deren Neigung = der gegebenen iſt (VIII, 222; und Geometrie 47. S. 8. Z.).

XV. Mittelſt XI. erhält man einen Punkt, der nebſt dem gegebenen eine Linie beſtimmt, die mit der in XIV. parallel iſt (Geom. 12te S.):

Sie hat folglich die gegebene Neigung (Geom. 47ſte S. 8te Z.).

Und weil ſie in der Diopterebne liegt (I):

So iſt ihre obſervirte Streichung gleich der gegebenen (XIII, und 44).

Andere Auflöſung.

XVI. Man befeſtige die Schnur in dem gegebenen Punkte:

XVII. Ziehe ſie in einer Länge von 8 bis 10 Lachter an einen Stab aus;

XVIII. Rücke mit dieſem Stabe allmählig ſo lange hin und her, bis der an die Schnur gehängte Compaß die verlangte Streichung giebt.

XIX. Hänge hierauf den Gradbogen an,

XX. Und fahre mit der Schnur ſo lange am Stabe auf- und abwärts, bis des Gradbogens Perpendikel die verlangte Anzahl Grade abſchneidet.

Beweis.

Die Sache erhellet aus dem Verfahren ſelbſt.

§. 224.

Zu ſehen, ob nach der erſten Auflöſung richtig verfahren worden: So ziehe man aus den gegebenen Punkt in den nach XI gefundenen eine Schnur, und hänge daran Gradbogen und dann Compaß.

Dies Ausziehen der gefundenen Linie mit der Schnur dient auch, daß man ſie zu ſeiner Nachricht ausmeſſen, oder nach Befinden ihr eine gewiſſe Länge B geben kann.

Letzteres geſchieht für die gezogene Schnur länger als B, wenn man an ihr ſo viel als B beträgt, abmißt, und alſo der B Endpunkt an der Schnur findet; aber für die gezogene Schnur kürzer als B, muß man der Schnur Länge, die = A ſeyn mag, merken, und von ihrem Endpunkte Linien ziehen, die mit der Schnur gleiche Lage haben (223), und an denen man, von genannten Endpunkte aus, B — A abmeſſen kann.

In dieſem letztern Falle kann man auch nach Art der Feldmeſſer die ſchon beſtimmte Linie (224) leicht weiter verlängern.

§. 225.

Wenn das Klötzgen C nicht ſöhlig aufgeſchraubet worden: So bewegt ſich das Richtſcheid auch nicht in einer ſeigern Ebne auf und nieder, und man erhält alsdann nicht die gehörige Lage der Linie.

Iſt

Iſt man alſo nicht völlig verſichert, ob C ſölig iſt: So thut man wohl, wenn man Gradbogen und Compaß ſo lange abwechſelnd an die Schnur FG hängt, bis ſie in der gehörigen Lage gefunden wird.

§. 226.

Gemeiniglich übergeht man beym Gebrauche des Winkelweiſers, was 223 XI verlangt.

Nähme man den nach angeführtem §. X gefundenen Punkt für den wahren an: So geht durch ihn und den gegebenen eine Linie, deren Neigung größer iſt als die gegebene, wenn ſie ſteigt, aber kleiner, wenn ſie fällt.

Wie viel dies beträgt, findet ſich ſo:

A (Fig. 35) ſey der gegebene Punkt, B der nach 223 X gefundene; BB die durch den Viſirpunkt J und Deckpunkt H gehende Linie, oder die Ziellinie, welche mit der durch A laufenden Horizontalebne GK, den Winkel BCE $= \alpha =$ der gegebenen Neigung (223) macht.

Zieht man nun durch A und B eine Linie: So liegt dieſe zwar in der Diopterebne JBE, aber ihre Neigung BAE > BCE (Geom. 9te S.).

Man ziehe AF parallel mit BB: So iſt BAF der Winkel, den man ſucht.

Nun ſey AD die vertikale Entfernung des Punkts A von BB (223, XI), und $= p$, überdem BE vertikal: So iſt

BL $= p$ (Geom. 12. S. 3. Z.)

W BLA = W BDA (G. 12. S. 6. Z.)

$= 90° + \alpha$ (Geom. 9. S.),

Und da man AB meſſen kann: So iſt ſie bekannt und mag

$= e$ ſeyn.

Aber

Aber nach eb. Trig. 10ten Satze hat man

$$e : p = \sin(90° + \alpha) : \sin BAF$$
$$= \text{ſinus } \alpha : \sin BAF.$$

Folglich

$$\sin BAF = \frac{p. \sin \alpha}{e}.$$

Exempel.

$p = 2$ Lrzoll
$e = 800$ Lrzoll
$\alpha = 30°$.

Alſo

$$\sin BAF = \frac{2. 5000000}{800}$$
$$= 12500.$$

Folglich

$$BAF = 4' + ;$$

Etwas genauer,

$$= 4' 14''.$$

§. 227.

Wenn man die Schraube E (222) in den gegebenen Punkt A (Fig. 36) ſelbſt einſchraubet, und verfährt übrigens mit Findung des verlangten Punktes (223 X) wie es gemeiniglich geſchieht (226): So hat eine Linie durch A und B nicht die gehörige Lage.

Denn DB ſey die Ziellinie, BC der vertikale Pfahl, D, A, C in der durch A laufenden ſöhligen Ebne, und SN, ſn Magnetlinien durch D und A, wo ND, nA ihre nördlichen Theile: So iſt NDC der DB obſervirte Streichung, und nAC der AB ihre.

Man ziehe EF mit DC parallel: So iſt NEF = NDC und CEF der Winkel, um den der AB obſervirte Streichung von der der AB verſchieden iſt. Iſt AE mit DB parallel: So iſt der DB Neigung um den Winkel GDB von der der AB unterſchieden.

Daß

Daß beyder Unterſchied nicht auſſer Acht zu laſſen, und alſo genau wie §. 223 erſte Aufloͤſung vorſchreibt, zu verfahren, kann man ſich am kuͤrzeſten a poſteriori uͤberzeugen, wenn man aus A in B eine Schnur zieht, und mittelſt Gradbogen und Haͤngecompaß ihre Neigung und obſervirte Streichung ſucht, welche man alsdann mit der fuͤr DB mittelſt des Winkelweiſers gefundene (223) vergleichen kann.

§. 228.

Wenn die Schnur FG (222) und die Ziellinie zwar in der Diopternebne liegen, aber jene iſt dieſer nicht parallel: So erhaͤlt man zwar durch den Winkelweiſer die gehoͤrige obſervirte Streichung (223, 44), aber nicht die gehoͤrige Neigung, ſondern eine, die um den Winkel verſchieden iſt, unter welchen FG verlaͤngert die Ziellinie ſchneidet.

Denn (Fig. 37, 38) ſey CF die Ziellinie, CD, GE Durchſchnitte der durch C und G laufenden ſoͤhligen Ebnen mit der Diopternebne: So iſt FCD der CB und FGE der FG Neigung. Iſt nun GB der CF parallel: So iſt FGB der Winkel, um den beyde Neigungen differiren.

§. 229.

Wenn der GF und CF Durchſchnittspunkt uͤber die Objektivdiopter hinausliegt (Fig. 37): So iſt, wenn EF ſteigt, der GF, oder die gefundene Neigung um den Winkel FGB zu groß, zu klein aber, wenn CF faͤllt.

Geſchieht der Durchſchnitt vor der Okulardiopter (in H, Fig. 38): So iſt bey ſteigender CF die gefundene Neigung um BGF zu klein, hingegen zu groß bey fallender CF.

§. 230.

Wenn einer von den Punkten F, G der Schnur FG (222) in der Diopternebne, der andere aber auſſerhalb derſelben lieget, ſo, daß wenn der Winkelweiſer

ſöhlig geſtellt iſt, und man durch F oder G eine ſöhlige Ebne legt, ſich FG ganz in dieſer befindet: So erhält man zwar nach 223 die gehörige Neigung, aber eine obſervirte Streichung, die um den Winkel fehlerhaft iſt, den die ſeigere Ebne durch FG mit der Diopternebne macht.

Iſt FG nicht in der ſöhligen Ebne durch F oder G: So erhält man weder die gehörige Neigung noch Streichung.

Um wie viel jene fehlerhaft, kann man nach vorigem § ſchätzen, aber um wie viel dieſe, nach dem, wie gleich da geweſen.

§. 231.

Einer ſöhligen Linie Länge und obſervirte Streichung nebſt ihren Anfangspunkt A über Tage, iſt gegeben:

Man ſoll ihren Endpunkt finden.

Auflöſung.

I) Man beſtimme nach 223 einen Punkt, der mit dem gegebenen in einer ſöhligen Ebne liegt, und die Linie durch dieſe Punkte die gegebene Streichung hat;

II) Ziehe aus dem einen in den andern eine Schnur (103), und

III) Meſſe ſie (a. O.).

IV) Iſt nun die gegebene Länge nicht größer als die gefundene (III):

So meſſe man jene an der Schnur von A aus ab:

V) Dadurch erhält man den verlangten Punkt an der Schnur.

VI) An dieſen ſchlage man einen Pfahl ſeiger ein, daß ihn die Schnur berührt:

So kann man daran den verlangten Punkt beſtimmen.

VII) Iſt die gegebene Länge größer als was III giebt:

So

So ſchlage man mehrere, ohngefähr 10 Lachter von einander, ſeigere Pfähle ein, dergeſtalt, daß wenn man durch des Winkelweiſers Okulardiopter viſiret, die Pfähle alle von dem in VI bedeckt werden.

Die eingeſchlagnen Pfähle aber können ſo viele ſeyn, daß ihre Abſtände ohngefähr die gegebene Länge ausmachen.

VIII) Man ziehe von dem einen Pfahl bis zum andern ſöhlige Linien, die in der gegebenen Stunde ſtreichen.

IX) Meſſe ihre Längen.

X) Die Summe davon iſt entweder um etwas größer oder kleiner als die gegebene Länge.

XI) Im erſten Falle meſſe man ſo viel zurück, im zweyten aber ſo viel vorwärts.

XII) In beyden Fällen erhält man einen Punkt, den man nach VI) an einem Pfahle anmerken kann.

§. 232.

Von vorſtehender Aufgabe werden wir weiter unten (§. 276) eine brauchbarere Auflöſung geben, zumal da ſie häufiger vorkommt als die im 223 §, und das Verfahren, nach dieſer eine Linie zu ziehen, oft durch des Gebürges Neigung gegen den Horizont ſehr erſchwert wird.

§. 233.

Einen abgeänderten Winkelweiſer theilt **Leupold** im Suppl. Theat. mach. Fol. 62, u. Tab. XIX. Fig. 2 mit.

r) Anmerkung.

§. 234.

Auſſer den bisher beſchriebenen Werkzeugen braucht der Markſcheider noch ein gutes Reiszeug, oder wenigſtens ein gutgearbeitetes mathematiſches Beſtecke, Liniale, Reisbreth nebſt einer Reisſchiene, einen künſtlichen Magnet u. d.

Einige ihm noch nöthige Inſtrumente, z. E. beym Nivelliren, werden wir an ſeinem Orte angeben.

§. 235.

§. 235.

Der Bequemlichkeit beym Ausmeſſen der markſcheidriſchen Größen (55) wegen, führt man die dazu nöthigen Werkzeuge in einer eignen **Markſcheidertaſche** mit ſich.

Sie iſt in verſchiedne Fächer eingetheilt. In deren einem befindet ſich der Gradbogen, in einem andern der Hängecompaß, in einem dritten die Pfrimen u. ſ. w.

VI.

Findung der Mittagslinie.

§. 236.

Eine Mittagslinie zu ziehen.

I. Mittelſt des Sonnenſchattens.

Auflöſung.

Auf einer genau ſöhlig geſtellten Ebne beſchreibe man aus C (Fig. 39) einen Kreis,

Und richte durch C einen Stift ſenkrecht auf.

Vorausgeſetzt nun, daß erwähnter Kreis von der Sonne beſchienen werden kann: So gebe man Acht, wenn Vormittags des Stifts Schatten ſich in des Kreiſes Peripherie bey a endiget,

Und bemerke dieſen Punkt.

Gleichergeſtalt bemerke man bey b, wenn ſich Nachmittags des Stifts Schatten abermal in dem Umkreiſſe endiget.

Hierauf halbire man bey h den Bogen ahb, und ziehe durch C und h die gerade Linie Ch:

So wird dieſe die Mittagslinie ſeyn, und zwar deſto richtiger, je näher die Zeit der Beobachtung dem 20ſten des Brachmonats war.

Genauer kann die Mittagslinie gefunden werden, wenn man aus C eine ganze Reihe concentriſcher Kreiſſe zieht;

Bemerkt,

Apr.	Z. d.	C.	May	Z. d.	C.	Jun.	Z. d.	C.
1	0 U.	3' Ab.	1	10 U.	12' M.	10	7 U.	34' M.
1	11	27 M.	11	9	34	20	6	52
			21	8	55	30	6	10
1	10	50	31	8	15			
Oct.			Nov.			Dec.		
8	11	49 Ab.	7	9	55 Ab.	7	7	49 Ab.
8	11	12	17	9	14	17	7	5
8	10	34	27	8	32	27	6	20

Sie

Bemerkt, wo in jedem Umkreiſe Vor- und Nachmittags ſich des Stifts Schatten endigt,

Und dann jeden der hiedurch beſtimmten Bogen halbirt.

Wegen des Halbſchattens muß die Beobachtung nicht zu weit von der Zeit des Mittags entfernt ſeyn.

II. Mittelſt des Gnomons.

Erſte Auflöſung.

Man beſchwere einen Faden mit einem unten zugeſpitztem Lothe,

Und laſſe ihn etwa von einem Loche, durch das Sonnenſtrahlen gehen, herabhängen.

Hiedurch ſtellt ſich der Faden ſelbſt vertikal, und begränzt ſo des Schattens Länge.

Des Loths Spitze muß ſich genau in des Fadens Linie befinden, und auf den Punkt des Bodens, von dem der Schatten ausgeht, treffen.

Aus dieſem Punkte nun werden auf den Boden concentriſche Kreiſſe beſchrieben, und übrigens eben das Verfahren, wie bey I, beobachtet.

Zweyte Auflöſung.

Man nehme eine Platte P (Fig. 41) von ohngefähr 3 Zollen, durch welche ein kleines Loch T mit einer Nadel geſchlagen iſt, damit ein Sonnenſtrahl durchgehen kann.

Dieſe mache man an ein 7 bis 8 Zoll hohes Fußgeſtelle AB, das auf einer andern Platte, worauf der Sonnenſtrahl fällt, aufſteht.

Statt DB kann auch eine genau horizontal geſtellte Tafel ſeyn.

Nun beſchreibe man darauf aus dem Punkte C der ſenkrecht unter dem Loche T iſt, und durch das Loth CT angegeben wird, etliche concentriſche Kreiſſe;

Bemerke auf jedem von dieſem den hellen Lichtpunkt K des Vormittags, und den L des Nachmittags;

Ziehe

Ziehe durch die Mitte H des Zwiſchenraums die gerade Linie CH:

So hat man das verlangte.

De la Lande Sternkunſt, der deutſchen Ueberſetzung 160ſten §.

III. Mittelſt des Polarſterns.

Auflöſung.

In der Mitte eines gegen Norden liegenden Fenſters hänge man ein Loth, wie in II beſchaffen, auf;

Richte auf ein hölzernes Breth ab (Fig. 40) einen hölzernen, etliche Fuß hohen Arm ABC auf,

Und laſſe von C aus ein anderes ſolches Loth bis auf des Brethes Fläche herunter. CD.

Wenn nun der Polarſtern unter oder über dem Pole in der nordlichen Mittagsfläche ſteht: So ſchiebe man dieſes Breth mit ſeinem Lothe in einiger Entfernung hinter das im Fenſter aufgehängte ſo lange hin und her, bis beyde Fäden den Polarſtern bedecken.

Eine Linie nach der Richtung, in der die beyden Fäden hintereinander hängen, gezogen, wird die Mittagslinie angeben.

§. 237.

Dieſe letztere Methode iſt ſehr zuverläßig und leicht.

Der Polarſtern iſt am Himmel ohne Schwierigkeit zu finden, und es kennt ihn faſt jeder Landmann.

Die Zeit der Nacht, da er culminiret, d. i. durch den Mittagskreis geht, läßt ſich leicht, mittelſt folgender Tafel, finden.

Folgt I.

Sie iſt aus der IIten Tafel Herrn Bodens Anleitung zur Kenntniß des geſtirnten Himmels (Berlin und Leipzig 1778) gezogen.

Man ſieht aus ihr, zu welcher Zeit der Polarſtern in jedem 10ten Tage des Monats nach jedes Orts Uhr auf der Nordſeite des Horizonts culminiret, und alſo zu dieſer Zeit über dem Pol, folglich in 11 Stunden 58 Minuten unter demſelben iſt.

Auch für jeden gegebenen andern Tag kann man aus dieſer Tafel die Culminationszeit leicht finden, wie aus folgendem Beyſpiele erhellen wird:

Um welche Zeit culminirt der Polarſtern am 10 September?

Nach der Tafel geſchiehet dies am 8ten um 11 Uhr 44′ Abends; aber am 18ten um 11 Uhr 8′: Folglich um 11 Uhr 44′ — 11 Uhr 8′ = 36′ früher. Mithin jeden Tag dieſer 10 Tage um $\frac{36'}{10} = 3', 6$, und alſo in 2 Tagen, bis zum 10ten September, um 2. 3′, 6 = 7′ 2: Folglich iſt die Culminationszeit am 10ten September = 11 Uhr 44′ — 7′, 2 = 11 Uhr 36′, 8 Abends.

Dieſe und jede gefundene Zeit der Culmination anzugeben, iſt in der Markſcheidekunſt eine gute Taſchenuhr ſchon hinlänglich.

§. 238.

Methoden, eine Mittagslinie zu ziehen, findet man eigentlich in aſtronomiſchen Büchern, z. E. in *de la Lande* Aſtron. Bodens Anleitung zu den aſtronomiſchen Wiſſenſchaften, 2ten Theile; Roſts aſtronomiſchem Handbuche; Caſſini Abhandlung von der Figur der Erde ꝛc.

Da aber die meiſten Markſcheider die Aſtronomie kaum dem Namen nach kennen: So war es wegen 43 nöthig, davon hier einige Vorſchriften mitzutheilen.

 §. 239.

§. 239.

Eine gezogene Mittagslinie, deren Richtigkeit zum Gebrauche in der Markſcheidekunſt nicht zuverläßig genug wäre, zu prüfen.

Aufloͤſung.

I. Man nehme den Winkelmeſſer und viſire, wenn man daran den Gradbogen gehängt hat, durch die Okulardiopter nach einem Stern:

So wird des Gradbogens Perpendikel, wenn die Ziellinie auf den Stern eintrift, die Grade ꝛc, angeben, die der ſenkrechte Bogen von dieſem Stern auf den Horizont enthält, d. i. des Sterns Höhe.

II. Man beobachte alſo in einer Nacht zwo gleich große Höhen eines Sterns; die erſte, wenn er ſich zwiſchen ſeinem Anfangspunkte und Mittagspunkte; die andre aber, wenn er ſich zwiſchen dieſer Ebne und dem Untergangspunkte befindet.

Man heißt ſolche Höhen übereinſtimmende oder zuſammengehörige.

III. Nun merke man, nach einer guten Taſchenuhr, (welche, wie ſchon gedacht, in der Markſcheidekunſt zu ſolchem Gebrauche hinlänglich iſt,) die Zeit, welche bey jeder dieſer Höhen die Uhr angiebt.

IV. Die Zeit für die erſte Höhe (II) heiſſe t, die für die zweyte t′, die Culmination dieſes Sterns aber T:

So erhält man T, wenn man zu t die Hälfte des Unterſchieds von t′ und t addirt.

V. Man errichte nun über die Mittagslinie eine Vertikalfläche auf, indem man auf dieſe Linie etwa zween lothrechte Fäden herab hängen lieſſe,

VI. Und gebe Acht, wenn der Stern (II) durch dieſe Fadenfläche (V) geht.

VII. Soll ſie genau die Mittagsfläche ſeyn: So muß die Uhr zu der Zeit, da der Stern eintrift, genau die Zeit T zeigen.

VIII. Iſt

VIII. Iſt dies nicht: So kann man doch ſehen, um wieviel eher oder ſpäter der Eintritt geſchieht, und die gezogene Mittagslinie darnach verbeſſern.

IX. Hat man Tafeln, wo die Culminationszeit der vornehmſten Sterne angegeben ſind, dergleichen die 11te in dem im 237 § angeführten Buche: So braucht man nicht zu thun, was (II) beſielt.

VII.

Findung der Magnetabweichung.

---

§. 240.

Mittelſt der Mittagslinie die Magnetabweichung anzugeben.

Aufloͤſung.

Man nehme einen in Grade ꝛc. eingetheilten Grubencompaß;

Bringe die Zwoͤlfteſtundenlinie in die Lage der Mittagslinie oder in einer ihr parallelen, dergeſtalt, daß der Punkt SE nach Norden ſieht:

So wird das noͤrdliche Ende in dem oͤſtlichen Halbkreiſſe d Grade anzeigen, wenn die Abweichung weſtlich; iſt ſie aber oͤſtlich: ſo giebt es im weſtlichen Halbkreiſſe = 2R — d an.

Beweis.

Es ſey CN der noͤrdliche, und CS der ſuͤdliche Theil der Mittagslinie, W′O′ die Aequatorslinie, und die Zwoͤlfteſtundenlinie liege in SN, daß SE nach N ſieht:

So iſt NCn weſtliche, und NCn′ oͤſtliche Magnetabweichung.

Aber jene giebt der Compaß pOCW durch den Bogen pq im öſtlichen Halbkreiſſe an, und dieſen durch den ſWm im weſtlichen.

§. 241.

Erklärungen und Lehnſätze aus der Aſtronomie.

Der Himmel ſtellt ſich unſern Augen als eine hole Kugel dar, die ſich um eine Axe drehet, die durch der Erde Mittelpunkt geht, und die **Weltaxe** heißt.

Die zween Punkte, wo ſie die ſcheinbare Himmelskugel ſchneidet, heiſſen die **Weltpole**, oder ſchlechtweg die Pole; der eine der **nördliche**, der andere der **ſüdliche**. Jener ſteht in der Gegend des kleinen Bärs am Himmel.

Der größte Kreiß, der von den Polen gleich weit abſteht, iſt der Himmelsäquator.

Ein größter Kreis durch die Pole ſteht auf dem Aequator ſenkrecht, und heißt ein **Abweichungskreiß, Deklinationskreiß**. Der Bogen eines ſolchen Kreiſſes zwiſchen dem Aequator und einem Weltkörper wird deſſen **Abweichung, Deklination**, genennt.

Dieſe iſt **nördlich** oder **ſüdlich**, nachdem der Weltkörper zwiſchen dem Aequator und dem Nordpol, oder jenem und dem Südpol ſteht.

Nicht jeder Weltkörper geht in dem wahren **Oſt-** oder **Weſtpunkt**, d. i. wo ſich Aequator und Horizont ſchneiden, auf. Der Bogen des Horizonts nun zwiſchen dem Oſt- oder Weſtpunkte, und eines Weltkörpers Auf- oder Untergangspunkte, heißt deſſen **Amplitude**; der zwiſchen dem Oſtpunkte und Aufgangspunkte die **Aufgangsamplitude, Morgenweite**; zwiſchen dem Weſtpunkte und Untergangspunkte, die **Untergangsamplitude, Abendweite**.

Beyde ſind nördlich oder ſüdlich, nachdem es die Abweichung iſt.

§. 242.

Wie die Amplitude berechnet wird, lernt man in der Aſtronomie.

Schon berechnete enthält unter andern die IIte Tafel Herrn Röhls Anleitung zur Steuermannskunſt, wo auch deutliche Anweiſung zu ihrem Gebrauche gegeben wird.

§. 243.

Mittelſt der Amplitude der Sonne oder eines Sterns (242) die Magnetabweichung d und ihre Beſchaffenheit, d. h. ob ſie öſtlich oder weſtlich, zu finden.

Aufloͤſung.

I'. Für die Morgenweite = m.

I.) Man nehme den Winkelweiſer, und hänge daran den Compaß, daß SE nach der Objektivdiopter zuſieht;

Man viſire nach dem Weltkörper deſſen Morgenweite = m, ſobald man ihn aufgehen ſieht:

So wird der Compaß, indem die Viſirlinie auf den Weltkörper trift, β Stunden anzeigen;

II.) Und man hat

$$d^h = (6^h \mp m^h) - \beta^h,$$

wo das obere Zeichen für nördliche Morgenweite, und das untere für ſüdliche, gilt.

III.) Für $\beta^h < (6^h \mp m^h)$ iſt d öſtlich, aber für $\beta^h > (6^h \mp m^h)$ weſtlich.

Beweis.

IV.) Es ſeyen (Fig. 42) N, S, O, W, die wahren Nord- Süd- Oſt- und Weſtpunkte;

CN', CN'' die nördlichen Theile der durch des Compaſſes n'n' Mittelpunkt C gehenden Magnetlinien;

Om die nordliche Morgenweite und Om' die ſüdliche des in m oder m' aufgehenden Weltkörpers:

V.) So iſt, für öſtliche Abweichung, NCN′, dieſer Winkel

$$= NCm - N'Cm$$

wenn die Morgenweite nördlich, hingegen

$$= NCm' - N'Cm',$$

wenn ſie ſüdlich.

Aber

$$NCm = R - mCO$$
$$NCm' = R + m'CO$$

und

N′Cm ſowohl als N′Cm′ was der Compaß angab, und kleiner als NCm oder NCm′.

VI.) Für weſtliche Abweichung N″CN hat man genannten Winkel

$$= NCm - N''Cm$$

wenn die Morgenweite nördlich; hingegen wenn ſie ſüdlich

$$= NCm' - N''Cm'.$$

Aber N″Cm und N″Cm′ gab der Compaß an, und iſt größer als NCm oder NCm′.

II′. Für die Abendweite = a.

VII.) Wenn man thut was I) verlangt: ſo erhält man β^h.

VIII.) Man hat alsdann

$$d^h = (6^h \pm a^h) - \beta^h$$

wo das obere Zeichen für nördliche Abendweite, und das untere für ſüdliche, gilt.

IX.) Wenn d negativ herauskommt: So iſt es weſtlich, ſonſt öſtlich.

Beweis.

X.) Es ſey Wa′ die nördliche Abendweite, und Wa die ſüdliche.

Nun iſt die weſtliche Abweichung N″CN

$$= NC\mathit{ſ}' - N''C\mathit{ſ}'$$

wenn die Abendweite nördlich.

Aber

Aber

$$NCſ' = R + OCſ',$$

und

$$OCſ' = WCa';$$

Ueberdies iſt

$N''Cſ' > NCſ'$, und was der Compaß angab, indem SE in n' lag.

Iſt die Abendweite ſüdlich: So iſt

$$\begin{aligned} N''CN &= SCS'' \\ &= SCW - S''CW \\ &= R - (S''Ca + aCW) \\ &= R - S''Ca - aCW \\ &= R - aCW - S''Ca \\ &= (R - aCW) - N''Cn \end{aligned}$$

negativ, und $N''Cn$ was der Compaß angab, da der Punkt SE in ſ lag; aber aCW = der Abendweite.

XI.) Für öſtliche Abweichung NCN' hat man genannte Winkel

$$= NCſ' - N'Cſ',$$

wenn die Untergangsamplitude nördlich; iſt ſie aber ſüdlich: ſo iſt

$$\begin{aligned} NCN' &= SCS' \\ &= SCW - S'CW \\ &= R - (S'Ca + aCW) \\ &= R - aCW - N'Cn. \end{aligned}$$

§. 244.

Mittelſt zuſammengehörigen Höhen eines Sterns die Magnetabweichung d und deſſen Beſchaffenheit zu finden.

Auflöſung.

I. Wenn der Stern auf der Morgenſeite des Meridians eine gewiſſe Höhe erreicht hat: So beobachte man die obſervirte Streichung der ſeigern Ebne, die durch den Ort des Beobachters und des Sterns geht.

 Sie

Sie habe β Stunden.

II. Auf gleiche Art verfahre man, wenn der Stern eine eben ſo große Höhe auf der Abendſeite hat.

Was man ſo erhält ſey $= b^h$.

III. So iſt

$$d = 6^h - \frac{b^h + \beta^h}{2}$$

$$= \tfrac{1}{2}(12^h - b^h - \beta^h).$$

IV. Für ein öſtliches d iſt $\beta^h < 12^h - b^h$, für ein weſtliches aber größer.

Beweis.

V. In der 43ſten Figur haben einerley Buchſtaben mit den in der 42ſten einerley Bedeutung; und CA, CA′, ſeyen die Durchſchnitte der Ebnen (I, II) mit dem Horizont:

So iſt

$$A'CS' = b^h$$
$$A'CN' = 12^h - b^h$$
$$N'CA = \beta^h$$
$$NCN' = d:$$

Aber

$$A'CA = A'CN' + N'CA$$
$$= 12^h - b^h + \beta^h:$$

Alſo

$$\tfrac{1}{2} A'CA, = A'CN = NCA,$$
$$= 6^h - \frac{b^h}{2} + \frac{\beta^h}{2},$$
$$= d^h + \beta^h:$$

woraus die angegebene Formel folgt.

Uebrigens ſieht man aus der Figur leicht was IV behauptet.

§. 245.

Eine gleiche Auflöſung giebt auch der Herr Bergmeiſter Scheidhauer in der Anzeige von der Leipziger ökonomiſchen Societät, in der Michaelis-Meſſe 1772, auf der 90ſten u. f. Seite, wobey er eigentlich Rückſicht auf die Sonne nimmt. Man würde die Beobachtungen I, II, mit der Sonne anſtellen, und mittelſt der Formel III die Magnetabweichung finden können, wenn die Sonne nicht in der Zeit zwiſchen den Beobachtungen ihre Abweichung veränderte, und dadurch A″CN ungleich NCA machte. Wie viel dies beträgt, und wie es mit in Anſchlag zubringen, zeigt der Herr Bergmeiſter a. a. O., woraus man ſieht, daß man in den meiſten Fällen durch Sonnenbeobachtungen die Magnetabweichung nach der Formel III genau genug berechnen kann, und nur, wenn die Beobachtungen um die Zeit der Nachtgleiche geſchehen, der nach III gefundene Winkel um etwas verändert werden muß, welches in der Gegend Freyberg durch Verminderung $\frac{1}{96}$ Stunde bewerkſtelliget werden kann.

§. 246.

Auf übereinſtimmende Sonnenhöhen gründet ſich auch ein Werkzeug, die Magnetabweichung zu finden, das Herr Wilke im 25ſten Bande der ſchwediſchen Abhandlungen auf der 154ſten u. f. Seite beſchreibt, und einen Abweichungscompaß nennt.

Die Veränderung der Abweichung der Sonne, in der Zeit zwiſchen den Beobachtungen, wird dabey nicht in Betrachtung gezogen, wiewohl es gut iſt, wenn man dieſen Fehler beym Gebrauche des Inſtruments zu ſchätzen weiß.

§. 247.

Wie aus dem Azimuth die Magnetabweichung zu finden, iſt leicht zu begreifen. Das Verfahren beruht mit dem im § 243 auf einerley Gründen. Man

§. 235.

Der Bequemlichkeit beym Ausmeſſen der markſcheidriſchen Größen (55) wegen, führt man die dazu nöthigen Werkzeuge in einer eignen **Markſcheidertaſche** mit ſich.

Sie iſt in verſchiedne Fächer eingetheilt. In deren einem befindet ſich der Gradbogen, in einem andern der Hängecompaß, in einem dritten die Pfrimen u. ſ. w.

VI.

Findung der Mittagslinie.

§. 236.

Eine Mittagslinie zu ziehen.

I. Mittelſt des Sonnenſchattens.

Auflöſung.

Auf einer genau ſöhlig geſtellten Ebne beſchreibe man aus C (Fig. 39) einen Kreis,

Und richte durch C einen Stift ſenkrecht auf.

Vorausgeſetzt nun, daß erwähnter Kreis von der Sonne beſchienen werden kann: So gebe man Acht, wenn Vormittags des Stifts Schatten ſich in des Kreiſes Peripherie bey a endiget,

Und bemerke dieſen Punkt.

Gleichergeſtalt bemerke man bey b, wenn ſich Nachmittags des Stifts Schatten abermal in dem Umkreiſſe endiget.

Hierauf halbire man bey h den Bogen ahb, und ziehe durch C und h die gerade Linie Ch:

So wird dieſe die Mittagslinie ſeyn, und zwar deſto richtiger, je näher die Zeit der Beobachtung dem 20ſten des Brachmonats war.

Genauer kann die Mittagslinie gefunden werden, wenn man aus C eine ganze Reihe concentriſcher Kreiſſe zieht;

Bemerkt,

April	Z. d. C.		May	Z. d. C.		Jun.	Z. d. C.	
1	0 U.	3′ Ab.	1	10 U.	12′ M.	10	7 U.	34′ M.
1	11	27 M.	11	9	34	20	6	52
			21	8	55	30	6	10
11	10	50	31	8	15			
Oct.			Nov.			Dec.		
8	11	49 Ab.	7	9	55 Ab.	7	7	49 Ab.
18	11	12	17	9	14	17	7	5
18	10	34	27	8	32	27	6	20

Sie

§. 235.

Der Bequemlichkeit beym Ausmeſſen der markſcheidriſchen Größen (55) wegen, führt man die dazu nöthigen Werkzeuge in einer eignen **Markſcheidertaſche** mit ſich.

Sie iſt in verſchiedne Fächer eingetheilt. In deren einem befindet ſich der Gradbogen, in einem andern der Hängecompaß, in einem dritten die Pfrimen u. ſ. w.

VI.

Findung der Mittagslinie.

§. 236.

Eine Mittagslinie zu ziehen.

I. Mittelſt des Sonnenſchattens.

Auflöſung.

Auf einer genau ſöhlig geſtellten Ebne beſchreibe man aus C (Fig. 39) einen Kreis,

Und richte durch C einen Stift ſenkrecht auf.

Vorausgeſetzt nun, daß erwähnter Kreis von der Sonne beſchienen werden kann: So gebe man Acht, wenn Vormittags des Stifts Schatten ſich in des Kreiſes Peripherie bey a endiget,

Und bemerke dieſen Punkt.

Gleichergeſtalt bemerke man bey b, wenn ſich Nachmittags des Stifts Schatten abermal in dem Umkreiſſe endiget.

Hierauf halbire man bey h den Bogen ahb, und ziehe durch C und h die gerade Linie Ch:

So wird dieſe die Mittagslinie ſeyn, und zwar deſto richtiger, je näher die Zeit der Beobachtung dem 20ſten des Brachmonats war.

Genauer kann die Mittagslinie gefunden werden, wenn man aus C eine ganze Reihe concentriſcher Kreiſſe zieht;

Bemerkt,

…il	Z. d. E.	May	Z. d. E.	Jun.	Z. d. E.
1	0 U. 3′ Ab.	1	10 U. 12′ M.	10	7 U. 34′ M.
1	11 27 M.	11	9 34	20	6 52
		21	8 55	30	6 10
1	10 50	31	8 15		
…ct.		Nov.		Dec.	
8	11 49 Ab.	7	9 55 Ab.	7	7 49 Ab.
18	11 12	17	9 14	17	7 5
28	10 34	27	8 32	27	6 20

Sie

Bemerkt, wo in jedem Umkreiſe Vor- und Nachmittags ſich des Stifts Schatten endigt,

Und dann jeden der hiedurch beſtimmten Bogen halbirt.

Wegen des Halbſchattens muß die Beobachtung nicht zu weit von der Zeit des Mittags entfernt ſeyn.

II. Mittelſt des Gnomons.

Erſte Auflöſung.

Man beſchwere einen Faden mit einem unten zugeſpitztem Lothe,

Und laſſe ihn etwa von einem Loche, durch das Sonnenſtrahlen gehen, herabhängen.

Hiedurch ſtellt ſich der Faden ſelbſt vertikal, und begränzt ſo des Schattens Länge.

Des Loths Spitze muß ſich genau in des Fadens Linie befinden, und auf den Punkt des Bodens, von dem der Schatten ausgeht, treffen.

Aus dieſem Punkte nun werden auf den Boden concentriſche Kreiſſe beſchrieben, und übrigens eben das Verfahren, wie bey I, beobachtet.

Zweyte Auflöſung.

Man nehme eine Platte P (Fig. 41) von ohngefähr 3 Zollen, durch welche ein kleines Loch T mit einer Nadel geſchlagen iſt, damit ein Sonnenſtrahl durchgehen kann.

Dieſe mache man an ein 7 bis 8 Zoll hohes Fußgeſtelle AB, das auf einer andern Platte, worauf der Sonnenſtrahl fällt, aufſteht.

Statt DB kann auch eine genau horizontal geſtellte Tafel ſeyn.

Nun beſchreibe man darauf aus dem Punkte C der ſenkrecht unter dem Loche T iſt, und durch das Loth CT angegeben wird, etliche concentriſche Kreiſſe;

Bemerke auf jedem von dieſem den hellen Lichtpunkt K des Vormittags, und den L des Nachmittags;

Ziehe

Ziehe durch die Mitte H des Zwiſchenraums die gerade Linie CH:

So hat man das verlangte.

De la Lande Sternkunſt, der deutſchen Ueberſetzung 160ſten §.

III. Mittelſt des Polarſterns.

Auflöſung.

In der Mitte eines gegen Norden liegenden Fenſters hänge man ein Loth, wie in II beſchaffen, auf;

Richte auf ein hölzernes Breth ab (Fig. 40) einen hölzernen, etliche Fuß hohen Arm ABC auf,

Und laſſe von C aus ein anderes ſolches Loth bis auf des Brethes Fläche herunter. CD.

Wenn nun der Polarſtern unter oder über dem Pole in der nordlichen Mittagsfläche ſteht: So ſchiebe man dieſes Breth mit ſeinem Lothe in einiger Entfernung hinter das im Fenſter aufgehängte ſo lange hin und her, bis beyde Fäden den Polarſtern bedecken.

Eine Linie nach der Richtung, in der die beyden Fäden hintereinander hängen, gezogen, wird die Mittagslinie angeben.

§. 237.

Dieſe letztere Methode iſt ſehr zuverläßig und leicht.

Der Polarſtern iſt am Himmel ohne Schwierigkeit zu finden, und es kennt ihn faſt jeder Landmann.

Die Zeit der Nacht, da er culminiret, d. i. durch den Mittagskreis geht, läßt ſich leicht, mittelſt folgender Tafel, finden.

Folgt I.

Jan.

Sie iſt aus der IIten Tafel Herrn **Bodens** Anleitung zur Kenntniß des geſtirnten Himmels (Berlin und Leipzig 1778) gezogen.

Man ſieht aus ihr, zu welcher Zeit der Polarſtern in jedem 10ten Tage des Monats nach jedes Orts Uhr auf der Nordſeite des Horizonts culminiret, und alſo zu dieſer Zeit über dem Pol, folglich in 11 Stunden 58 Minuten unter demſelben iſt.

Auch für jeden gegebenen andern Tag kann man aus dieſer Tafel die Culminationszeit leicht finden, wie aus folgendem Beyſpiele erhellen wird:

Um welche Zeit culminirt der Polarſtern am 10 September?

Nach der Tafel geſchiehet dies am 8ten um 11 Uhr 44′ Abends; aber am 18ten um 11 Uhr 8′: Folglich um 11 Uhr 44′ — 11 Uhr 8′ = 36′ früher. Mithin jeden Tag dieſer 10 Tage um $\frac{36'}{10} = 3', 6$, und alſo in 2 Tagen, bis zum 10ten September, um 2. 3′, 6 = 7′ 2: Folglich iſt die Culminationszeit am 10ten September = 11 Uhr 44′ — 7′, 2 = 11 Uhr 36′, 8 Abends.

Dieſe und jede gefundene Zeit der Culmination anzugeben, iſt in der Markſcheidekunſt eine gute Taſchenuhr ſchon hinlänglich.

§. 238.

Methoden, eine Mittagslinie zu ziehen, findet man eigentlich in aſtronomiſchen Büchern, z. E. in *de la Lande* Aſtron. **Bodens** Anleitung zu den aſtronomiſchen Wiſſenſchaften, 2ten Theile; **Roſts** aſtronomiſchem Handbuche; Caſſini Abhandlung von der Figur der Erde ꝛc.

Da aber die meiſten Markſcheider die Aſtronomie kaum dem Namen nach kennen: So war es wegen 43 nöthig, davon hier einige Vorſchriften mitzutheilen.

Ziehe durch die Mitte H des Zwiſchenraums die gerade Linie CH:

So hat man das verlangte.

De la Lande Sternkunſt, der deutſchen Ueberſetzung 160ſten §.

III. Mittelſt des Polarſterns.

Auflöſung.

In der Mitte eines gegen Norden liegenden Fenſters hänge man ein Loth, wie in II beſchaffen, auf;

Richte auf ein hölzernes Breth ab (Fig. 40) einen hölzernen, etliche Fuß hohen Arm ABC auf,

Und laſſe von C aus ein anderes ſolches Loth bis auf des Brethes Fläche herunter. CD.

Wenn nun der Polarſtern unter oder über dem Pole in der nordlichen Mittagsfläche ſteht: So ſchiebe man dieſes Breth mit ſeinem Lothe in einiger Entfernung hinter das im Fenſter aufgehängte ſo lange hin und her, bis beyde Fäden den Polarſtern bedecken.

Eine Linie nach der Richtung, in der die beyden Fäden hintereinander hängen, gezogen, wird die Mittagslinie angeben.

§. 237.

Dieſe letztere Methode iſt ſehr zuverläßig und leicht.

Der Polarſtern iſt am Himmel ohne Schwierigkeit zu finden, und es kennt ihn faſt jeder Landmann.

Die Zeit der Nacht, da er culminiret, d. i. durch den Mittagskreis geht, läßt ſich leicht, mittelſt folgender Tafel, finden.

Folgt I.

Jan.

Sie iſt aus der IIten Tafel Herrn **Bodens** Anleitung zur Kenntniß des geſtirnten Himmels (Berlin und Leipzig 1778) gezogen.

Man ſieht aus ihr, zu welcher Zeit der Polarſtern in jedem 10ten Tage des Monats nach jedes Orts Uhr auf der Nordſeite des Horizonts culminiret, und alſo zu dieſer Zeit über dem Pol, folglich in 11 Stunden 58 Minuten unter demſelben iſt.

Auch für jeden gegebenen andern Tag kann man aus dieſer Tafel die Culminationszeit leicht finden, wie aus folgendem Beyſpiele erhellen wird:

Um welche Zeit culminirt der Polarſtern am 10 September?

Nach der Tafel geſchiehet dies am 8ten um 11 Uhr 44′ Abends; aber am 18ten um 11 Uhr 8′: Folglich um 11 Uhr 44′ — 11 Uhr 8′ = 36′ früher. Mithin jeden Tag dieſer 10 Tage um $\frac{36'}{10} = 3', 6$, und alſo in 2 Tagen, bis zum 10ten September, um 2. 3′, 6 = 7′ 2: Folglich iſt die Culminationszeit am 10ten September = 11 Uhr 44′ — 7′, 2 = 11 Uhr 36′, 8 Abends.

Dieſe und jede gefundene Zeit der Culmination anzugeben, iſt in der Markſcheidekunſt eine gute Taſchenuhr ſchon hinlänglich.

§. 238.

Methoden, eine Mittagslinie zu ziehen, findet man eigentlich in aſtronomiſchen Büchern, z. E. in *de la Lande* Aſtron. **Bodens** Anleitung zu den aſtronomiſchen Wiſſenſchaften, 2ten Theile; **Roſts** aſtronomiſchem Handbuche; Caſſini Abhandlung von der Figur der Erde ꝛc.

Da aber die meiſten Markſcheider die Aſtronomie kaum dem Namen nach kennen: So war es wegen 43 nöthig, davon hier einige Vorſchriften mitzutheilen.

§. 239.

Eine gezogene Mittagslinie, deren Richtigkeit zum Gebrauche in der Markſcheidekunſt nicht zuverläßig genug wäre, zu prüfen.

Aufloͤſung.

I. Man nehme den Winkelmeſſer und viſire, wenn man daran den Gradbogen gehängt hat, durch die Okulardiopter nach einem Stern:

So wird des Gradbogens Perpendikel, wenn die Ziellinie auf den Stern eintrift, die Grade ꝛc. angeben, die der ſenkrechte Bogen von dieſem Stern auf den Horizont enthält, d. i. des Sterns Höhe.

II. Man beobachte alſo in einer Nacht zwo gleich große Höhen eines Sterns; die erſte, wenn er ſich zwiſchen ſeinem Anfangspunkte und Mittagspunkte; die andre aber, wenn er ſich zwiſchen dieſer Ebne und dem Untergangspunkte befindet.

Man heißt ſolche Höhen übereinſtimmende oder zuſammengehörige.

III. Nun merke man, nach einer guten Taſchenuhr, (welche, wie ſchon gedacht, in der Markſcheidekunſt zu ſolchem Gebrauche hinlänglich iſt,) die Zeit, welche bey jeder dieſer Höhen die Uhr angiebt.

IV. Die Zeit für die erſte Höhe (II) heiſſe t, die für die zweyte t′, die Culmination dieſes Sterns aber T:

So erhält man T, wenn man zu t die Hälfte des Unterſchieds von t′ und t addirt.

V. Man errichte nun über die Mittagslinie eine Vertikalfläche auf, indem man auf dieſe Linie etwa zween Lothrechte Fäden herab hängen lieſſe,

VI. Und gebe Acht, wenn der Stern (II) durch dieſe Fadenfläche (V) geht.

VII. Soll ſie genau die Mittagsfläche ſeyn: So muß die Uhr zu der Zeit, da der Stern eintrift, genau die Zeit T zeigen.

VIII. Iſt

VIII. Iſt dies nicht: So kann man doch ſehen, um wieviel eher oder ſpäter der Eintritt geſchieht, und die gezogene Mittagslinie darnach verbeſſern.

IX. Hat man Tafeln, wo die Culminationszeit der vornehmſten Sterne angegeben ſind, dergleichen die 11te in dem im 237 § angeführten Buche: So braucht man nicht zu thun, was (II) befielt.

VII.

Findung der Magnetabweichung.

§. 240.

Mittelſt der Mittagslinie die Magnetabweichung anzugeben.

Aufloſung.

Man nehme einen in Grade ꝛc. eingetheilten Grubencompaß;

Bringe die Zwölfteſtundenlinie in die Lage der Mittagslinie oder in einer ihr parallelen, dergeſtalt, daß der Punkt SE nach Norden ſieht:

So wird das nördliche Ende in dem öſtlichen Halbkreiſſe d Grade anzeigen, wenn die Abweichung weſtlich; iſt ſie aber öſtlich: ſo giebt es im weſtlichen Halbkreiſſe $= 2R - d$ an.

Beweis.

Es ſey CN der nördliche, und CS der ſüdliche Theil der Mittagslinie, W′O′ die Aequatorslinie, und die Zwölfteſtundenlinie liege in SN, daß SE nach N ſieht:

So iſt NCn weſtliche, und NCn′ öſtliche Magnetabweichung.

Aber jene giebt der Compaß pOCW durch den Bogen pq im öſtlichen Halbkreiſſe an, und dieſen durch den ſWm im weſtlichen.

§. 241.

Erklärungen und Lehnſätze aus der Aſtronomie.

Der Himmel ſtellt ſich unſern Augen als eine hole Kugel dar, die ſich um eine Axe drehet, die durch der Erde Mittelpunkt geht, und die **Weltaxe** heißt.

Die zween Punkte, wo ſie die ſcheinbare Himmelskugel ſchneidet, heiſſen die **Weltpole**, oder ſchlechtweg die Pole; der eine der **nördliche**, der andere der **ſüdliche**. Jener ſteht in der Gegend des kleinen Bärs am Himmel.

Der größte Kreiß, der von den Polen gleich weit abſteht, iſt der **Himmelsäquator**.

Ein größter Kreis durch die Pole ſteht auf dem Aequator ſenkrecht, und heißt ein **Abweichungskreiß, Deklinationskreiß**. Der Bogen eines ſolchen Kreiſſes zwiſchen dem Aequator und einem Weltkörper wird deſſen **Abweichung, Deklination**, genennt.

Dieſe iſt **nördlich** oder **ſüdlich**, nachdem der Weltkörper zwiſchen dem Aequator und dem Nordpol, oder jenem und dem Südpol ſteht.

Nicht jeder Weltkörper geht in dem wahren **Oſt**- oder **Weſtpunkt**, d. i. wo ſich Aequator und Horizont ſchneiden, auf. Der Bogen des Horizonts nun zwiſchen dem Oſt- oder Weſtpunkte, und eines Weltkörpers Auf- oder Untergangspunkte, heißt deſſen **Amplitude**; der zwiſchen dem Oſtpunkte und Aufgangspunkte die **Aufgangsamplitude, Morgenweite**; zwiſchen dem Weſtpunkte und Untergangspunkte, die **Untergangsamplitude, Abendweite**.

Beyde ſind nördlich oder ſüdlich, nachdem es die Abweichung iſt.

§. 242.

§. 242.

Wie die Amplitude berechnet wird, lernt man in der Aſtronomie.

Schon berechnete enthält unter andern die IIte Tafel Herrn Röhls Anleitung zur Steuermannskunſt, wo auch deutliche Anweiſung zu ihrem Gebrauche gegeben wird.

§. 243.

Mittelſt der Amplitude der Sonne oder eines Sterns (242) die Magnetabweichung d und ihre Beſchaffenheit, d. h. ob ſie öſtlich oder weſtlich, zu finden.

Aufloͤſung.

I'. Für die Morgenweite = m.

I.) Man nehme den Winkelweiſer, und hänge daran den Compaß, daß SE nach der Objektivdiopter zuſieht;

Man viſire nach dem Weltkörper deſſen Morgenweite = m, ſobald man ihn aufgehen ſieht:

So wird der Compaß, indem die Viſirlinie auf den Weltkörper trift, β Stunden anzeigen;

II.) Und man hat

$$d^h = (6^h \mp m^h) - \beta^h,$$

wo das obere Zeichen für nördliche Morgenweite, und das untere für ſüdliche, gilt.

III.) Für $\beta^h < (6^h \mp m^h)$ iſt d öſtlich, aber für $\beta^h > (6^h \mp m^h)$ weſtlich.

Beweis.

IV.) Es ſeye (Fig. 42) N, S, O, W, die wahren Nord- Süd- Oſt- und Weſtpunkte;

CN', CN" die nördlichen Theile der durch des Compaſſes n'n[ſ] Mittelpunkt C gehenden Magnetlinien;

Om die nordliche Morgenweite und Om' die ſüdliche des in m oder m' aufgehenden Weltkörpers:

V.) So iſt, für öſtliche Abweichung, NCN', dieſer Winkel

$$= NCm - N'Cm$$

wenn die Morgenweite nördlich, hingegen

$$= NCm' - N'Cm',$$

wenn ſie ſüdlich.

Aber

$$NCm = R - mCO$$
$$NCm' = R + m'CO$$

und

N'Cm ſowohl als N'Cm' was der Compaß angab, und kleiner als NCm oder NCm'.

VI.) Für weſtliche Abweichung N''CN hat man genannten Winkel

$$= NCm - N''Cm$$

wenn die Morgenweite nördlich; hingegen wenn ſie ſüdlich

$$= NCm' - N''Cm'.$$

Aber N''Cm und N''Cm' gab der Compaß an, und iſt größer als NCm oder NCm'.

II'. Für die Abendweite = a.

VII.) Wenn man thut was I) verlangt: ſo erhält man β^h.

VIII.) Man hat alsdann

$$d^h = (6^h \pm a^h) - \beta^h$$

wo das obere Zeichen für nördliche Abendweite, und das untere für ſüdliche, gilt.

IX.) Wenn d negativ herauskommt: So iſt es weſtlich, ſonſt öſtlich.

Beweis.

X.) Es ſey Wa' die nördliche Abendweite, und Wa die ſüdliche.

Nun iſt die weſtliche Abweichung N''CN

$$= NCſ' - N''Cſ'$$

wenn die Abendweite nördlich.

Aber

Aber

$$NC\int' = R + OC\int',$$

und

$$OC\int' = WCa';$$

Ueberdies iſt

$N''C\int' > NC\int'$, und was der Compaß angab, indem SE in n' lag.

Iſt die Abendweite ſüdlich: So iſt

$$\begin{aligned} N''CN &= SCS'' \\ &= SCW - S''CW \\ &= R - (S''Ca + aCW) \\ &= R - S''Ca - aCW \\ &= R - aCW - S''Ca \\ &= (R - aCW) - N''Cn \end{aligned}$$

negativ, und $N''Cn$ was der Compaß angab, da der Punkt SE in $\int$ lag; aber $aCW =$ der Abendweite.

XI.) Für öſtliche Abweichung NCN' hat man genannte Winkel

$$= NC\int' - N'C\int',$$

wenn die Untergangsamplitude nördlich; iſt ſie aber ſüdlich: ſo iſt

$$\begin{aligned} NCN' &= SCS' \\ &= SCW - S'CW \\ &= R - (S'Ca + aCW) \\ &= R - aCW - N'Cn. \end{aligned}$$

§. 244.

Mittelſt zuſammengehörigen Höhen eines Sterns die Magnetabweichung d und deſſen Beſchaffenheit zu finden.

Auflöſung.

I. Wenn der Stern auf der Morgenſeite des Meridians eine gewiſſe Höhe erreicht hat: So beobachte man die obſervirte Streichung der ſeigern Ebne, die durch den Ort des Beobachters und des Sterns geht.

Sie habe β Stunden.

II. Auf gleiche Art verfahre man, wenn der Stern eine eben ſo große Höhe auf der Abendſeite hat.

Was man ſo erhält ſey = bh.

III. So iſt

$$d = 6^h - \frac{b^h + \beta^h}{2}$$

$$= \tfrac{1}{2}(12^h - b^h - \beta^h).$$

IV. Für ein öſtliches d iſt $\beta^h < 12^h - b^h$, für ein weſtliches aber größer.

Beweis.

V. In der 43ſten Figur haben einerley Buchſtaben mit den in der 42ſten einerley Bedeutung; und CA, CA′, ſeyen die Durchſchnitte der Ebnen (I, II) mit dem Horizont:

So iſt

$$A'CS' = b^h$$
$$A'CN' = 12^h - b^h$$
$$N'CA = \beta^h$$
$$NCN' = d:$$

Aber

$$A'CA = A'CN' + N'CA$$
$$= 12^h - b^h + \beta^h:$$

Alſo

$$\tfrac{1}{2} A'CA, = A'CN = NCA,$$
$$= 6^h - \frac{b^h}{2} + \frac{\beta^h}{2},$$
$$= d^h + \beta^h:$$

woraus die angegebene Formel folgt.

Uebrigens ſieht man aus der Figur leicht was IV behauptet.

§. 245.

Eine gleiche Auflöſung giebt auch der Herr Bergmeiſter Scheidhauer in der Anzeige von der Leipziger ökonomiſchen Societät, in der Michaelis-Meſſe 1772, auf der 90ſten u. f. Seite, wobey er eigentlich Rückſicht auf die Sonne nimmt. Man würde die Beobachtungen I, II, mit der Sonne anſtellen, und mittelſt der Formel III die Magnetabweichung finden können, wenn die Sonne nicht in der Zeit zwiſchen den Beobachtungen ihre Abweichung veränderte, und dadurch A″CN ungleich NCA machte. Wie viel dies beträgt, und wie es mit in Anſchlag zubringen, zeigt der Herr Bergmeiſter a. a. O., woraus man ſieht, daß man in den meiſten Fällen durch Sonnenbeobachtungen die Magnetabweichung nach der Formel III genau genug berechnen kann, und nur, wenn die Beobachtungen um die Zeit der Nachtgleiche geſchehen, der nach III gefundene Winkel um etwas verändert werden muß, welches in der Gegend Freyberg durch Verminderung $\frac{1}{96}$ Stunde bewerkſtelliget werden kann.

§. 246.

Auf übereinſtimmende Sonnenhöhen gründet ſich auch ein Werkzeug, die Magnetabweichung zu finden, das Herr Wilke im 25ſten Bande der ſchwediſchen Abhandlungen auf der 154ſten u. f. Seite beſchreibt, und einen Abweichungscompaß nennt.

Die Veränderung der Abweichung der Sonne, in der Zeit zwiſchen den Beobachtungen, wird dabey nicht in Betrachtung gezogen, wiewohl es gut iſt, wenn man dieſen Fehler beym Gebrauche des Inſtruments zu ſchätzen weiß.

§. 247.

Wie aus dem Azimuth die Magnetabweichung zu finden, iſt leicht zu begreifen. Das Verfahren beruht mit dem im § 243 auf einerley Gründen. Man

darf nur die Beobachtung I oder II, § 244, anſtellen, und das dadurch beobachtete Azimuth mit dem berechneten vergleichen.

Die Ausführung des Verfahrens ſelbſt, findet man in Herrn Röhls Anleitung zur Steuermannskunſt 179 u. f. Seite.

VIII.

Findung der reducirten Streichung.

§. 248.

Es iſt die Magnetabweichung $= d$, und einer Linie obſervirte Streichung $= \beta$ bekannt: Man ſoll dieſer Linie reducirte Streichung γ finden.

Auflöſung.

1) Für öſtliche Abweichung.

I.) Wenn β öſtlich, und $< 2R - d$, iſt

$$\gamma = \beta + d$$

und öſtlich.

II.) Iſt $+ \beta > 2R - d$:

So hat man

$$\gamma = d + \beta - 2R$$

nnd weſtlich.

III.) Wenn β weſtlich, und $< 2R - d$, hat man γ wie in I, aber weſtlich.

IV.) Für dieſe Streichung $> 2R - d$ erhält man γ wie in II, aber öſtlich.

Exempel.

V. Es ſey

$$d = 1^h \tfrac{3}{4} = 16° 24' 22'', 5$$

öſtlich, und

β =

$$\beta = 11^h\,2\tfrac{1}{4} = 169^\circ\,13'\,7'',5$$

weſtlich: So iſt

$$\beta > 2R - d,$$

oder

$$\beta^h > 12^h - d^h;$$

und daher wird γ nach IV gefunden: Alſo

$$\gamma = 11^h\,2\tfrac{1}{4} + 1^h\,\tfrac{3}{4} - 12^h$$
$$= 0^h\,3$$

öſtlich. In Graden findet man

$$\gamma = 16^\circ\,24'\,22'',5 + 169^\circ\,13'\,7'',5 - 180^\circ$$
$$= 5^\circ\,37'\,30''.$$

Beweis.

Für I.)

VI.) Es ſey (Fig. 44) NS die Mittagslinie,
ns die Zwölfteſtundenlinie und
CN, cn die nördlichen Theile:

So iſt

$$NCn = d$$

und öſtlich: Folglich

$$nCS = 2R - d$$
$$= 12h - dh;$$

Ferner,

NCB der Linie CB öſtliche reducirte Streichung, und

nCB ihre öſtliche obſervirte (175).

So lange nun

$$nCB < nCS$$

oder

$$nCB < 2R - d;$$

ſo lange iſt

$$NCB = NCn + nCB$$

Für II.)

Wird aber

$$nCB > nCS,$$

daß

daß alſo CB zwiſchen Cſ und CS, in CB′ zu liegen kommt:

So iſt der CB öſtliche obſervirte Streichung

$$= nCB,$$

ihre reducirte hingegen

$$= B'CS,$$ und weſtlich (175).

Aber

$$nCB' + B'Cſ = 2\,R$$
$$= 12^{h},$$

und

$$B'Cſ = SCſ - B'CS$$
$$= NCn - B'CS:$$

Alſo

$$2\,R = nCB' + NCn - B'CS$$

oder

$$2\,R + B'CS = nCB' + NCn:$$

Folglich

$$B'CS = nCB' + NCn - 2\,R.$$

Für III.) IV.)

Erhellet, wenn man mit Cb, CB″ ähnliche Betrachtungen wie mit CB, CB′ anſtellt.

2) Für weſtliche Magnetabweichung.

VII.) Wenn $+\beta < d$

Da iſt

$$\gamma = 2\,R + \beta - d$$

und weſtlich.

VIII.) Iſt es aber $> d$:

So hat man

$$\gamma = \beta - d$$

und öſtlich.

IX.) Für $-\beta < d$, hat man γ wie in VII, aber öſtlich;

X.) Hingegen für $-\beta > d$, kommt γ wie in VIII, aber weſtlich.

Beweis.

Beweis.

Für VII.

In der 45ten Figur haben einerley Buchſtaben einerley Bedeutung mit den in der 44ten.

Es iſt alſo

nCN = d, und weſtlich;

BCS der CB reducirte Streichung und weſtlich, aber

nCB dieſer Linie obſervirte Streichung und öſtlich, und < d.

Nun iſt

$$BCN + BCS = 2R,$$

und

$$BCN = nCN - nCB$$
$$= d - nCB:$$

Alſo

$$2R = d - nCB + BCS;$$

Folglich

$$2R + nCB - d = BCS.$$

Für VIII.)

Hier habe CB die Lage CB': So iſt

NCB' der CB' öſtliche reducirte Streichung

nCB' = = = obſervirte =

und, wie vorhin,

nCN, die weſtliche Magnetabweichung, aber < nCB'.

Nun iſt

$$NCB' = nCB' - nCN:$$

Alſo

$$NCB' = nCB' - d.$$

Für IX.) X.).

Erhellet auf ähnliche Art, wie für VII) und VIII.).

§. 249.

Aus γ und d, β zu finden.

Aufld.

Auflöſung.

1) Für öſtliches d

I. Wenn γ öſtlich und $>$ d: So hat man

$$\beta = \gamma - d$$

und öſtlich.

II. Das öſtliche $\gamma < d$, giebt

$$\beta = 2R - d + \gamma$$

und weſtlich.

III. Iſt γ weſtlich aber $>$ d: So erhält man β wie in I, aber weſtlich.

IV. Für weſtliches $\gamma < d$, kommt β wie in II, aber öſtlich.

Beweis.

Es ſey (Fig. 50, 51, 52, 53) CN der nördliche Theil der Mittagslinie SN;

CN der der Magnetlinie nſ, und

CB die Linie, deren obſervirte Streichung man ſucht:

So iſt (Fig. 50)

$$nCB = NCB - NCn; \text{ (I)}$$

und (Fig. 52)

$$\begin{aligned} ſCB &= SCB - SCſ \\ &= SCB - NCn; \text{ (III)} \end{aligned}$$

Ferner (Fig. 51):

$$\begin{aligned} ſCB &= 2R - BCn \\ &= 2R - (NCn - NCB) \\ &= 2R - NCn + NCB; \text{ (II)}, \end{aligned}$$

und (Fig. 53).

$$\begin{aligned} nCB &= 2R - BCſ \\ &= 2R - NCn + SCB; \text{ (IV)}. \end{aligned}$$

2) Für weſtliches d.

V. Wenn γ öſtlich, und $d < 2R - \gamma$, hat man

$$\beta = \gamma + d$$

und

und öſtlich ſo lange $\gamma < 2R - d$, aber weſtlich, wenn $\gamma > 2R - d$.

VI. Für ein ſolches γ und $d > 2R - \gamma$ kommt

$$\beta = \gamma - (2R - d)$$

und weſtlich ſo lange γ öſtlich und $> 2R - d$, aber öſtlich, wenn γ öſtlich und $< 2R - d$.

VII. Iſt γ weſtlich und $d < 2R - \gamma$: So erhält man β wie in V aber weſtlich, wenn $\gamma < 2R - d$, und öſtlich, ſo bald $\gamma > 2R - d$.

VIII. Für γ weſtlich, und $d > 2R - \gamma$, iſt β wie in VI, aber öſtlich, ſo lange γ weſtlich, und $> 2R - d$, hingegen weſtlich, ſobald das weſtliche $\gamma < 2R - d$.

Beweis.

In den Figuren 54, 55, 56, 57, 58 haben einerley Buchſtaben mit den in der 50... 53, einerley Bedeutung:

So iſt (Figur 54)

$$nCB = nCN + NCB$$

öſtlich, und bleibt es ſo lange CB zwiſchen CN und Cſ liegt, $NCB < 2R - nCN$;

Fällt B (Fig. 55) zwiſchen S und ſ: So hat man

$$ſCB = nCN + NCB$$

weſtlich, und bleibt es bis CB auf CS fällt:

V. bewieſen.

In der 57ſten Figur iſt

$$\begin{aligned} ſCB &= nCN + NCB - 2R \\ &= NCB - 2R + nCN \\ &= NCB - (2R - nCN) \end{aligned}$$

weſtlich, und bleibt es ſo lange NCB öſtlich und $>$ NCſ; aber ſCB wird öſtlich, wenn B zwiſchen N und ſ fällt:

Auch VI. bewieſen.

Für

Für VII hat man in der 56ſten Figur

$$ſCB = BCS + SCſ$$
$$= BCS + nCN$$

weſtlich, und iſt es bis B zwiſchen n und N fällt, da alsdann ſCB öſtlich wird.

VIII, darzuthun, iſt in der 58ſten Figur

$$BCn = BCS - nCS$$
$$= BCS - (2R - nCN)$$

und öſtlich, ſo lange B auf der Morgenſeite zwiſchen n und ſ liegt; iſt es aber zwiſchen n und S, ſo wird β weſtlich.

§. 250.

Wenn man weſtliche Streichung allemal nach dem Winkel nimmt, den eine ſöhlige Linie mit dem nördlichen Theile der durch ihren Anfangspunkt gehenden Mittags- oder Magnetlinie macht, und alſo ebenfalls in Rückſicht der öſtlichen negativ betrachtet:

So läßt ſich β für ein öſtliches d durch die Formeln

$$+\gamma - d;$$
$$-\gamma - d$$

finden.

Wo die erſte für öſtliche γ, und die andere für weſtliche, gilt; iſt in der letztern $-\gamma > 2R - d$: ſo erhält man für β einen erhabenen Winkel, welcher von 4 R abgezogen β öſtlich läßt. Wenn in erſterer $-d > \gamma$: ſo ergiebt ſich β weſtlich.

Für ein weſtliches d hat man β durch

$$+\gamma + d$$
$$-\gamma + d$$

wo die erſtere Formel für öſtliche, und die letztere für weſtliche γ gilt. In dieſer erhält man β öſtlich, wenn $+d > -\gamma$.

IX.

Findung ſöhliger Winkel, oder ſolcher, die zwo ſöhlige Linien einſchlieſſen.

§. 251.

I. Wenn zwo ſöhlige Linien Cb, Ca (Fig. 46, 47) die in einem Punkte C zuſammentreffen, zugleich öſtliche oder weſtliche, entweder beyde reducirte oder obſervirte Streichung haben:

So erhält man den Winkel bCa, den beyde Linien, oder die durch ſie gehenden ſeigern Ebnen einſchlieſſen, wenn man die größere reducirte oder obſervirte Streichung von der kleinern abzieht.

II. Hat hingegen die eine beyder Linien öſtliche, die andere weſtliche, beyde aber entweder zugleich obſervirte oder reducirte Streichung:

So findet man bCa, wenn man zu der kleinern Streichung 12 Stunden oder 180° addirt, und von dieſer Summe die größere Streichung abzieht.

Beweis.

Für I.

In der 46 und 47ſten Figur ſey

SN die Zwölfteſtunden- oder Mittagslinie,
CN ihr nördlicher Theil:

So iſt in der 46ſten Figur der Cb Streichen NCb und der Ca ihres NCa, öſtlich, aber in der 47ſten Figur iſt jener Streichen SCb, und dieſer ihres SCa, und beyde weſtlich (175).

Nun iſt (Fig. 46)
NCb < NCa;

Aber

$$bCa = NCa - NCb.$$

Ferner (Fig. 47) iſt

$$SCb > SCa$$

und

$$aCb = bCS - aCS.$$

Für II.

In der 48ſten Figur haben einerley Buchſtaben einerley Bedeutung mit der in der 46 oder 47ſten; überdies ſey WO die Sechſteſtundenlinie:

So iſt NCb der Cb öſtliches Streichen, und SCa das weſtliche von Ca.

Nun ſey

$$SCa > NCb:$$

So wird

$$aCN + NCb = (12^h - SCa) + NCb$$
$$= 12^h + NCb - SCa.$$

Aber

$$aCN + NCb = aCb:$$

Folglich

$$aCb = 12^h + NCb - SCa.$$

Eben ſo erhellet der Satz, wenn auch Cb weſtliches und Ca öſtliches Streichen hätte, auch $aCS < NCb'$ wäre.

§. 252.

So lange a und b über der Sechſtenſtundenlinie WO, nach N zu liegen, und einer von beyden Punkten a und b auf WO, und der andere über WO liegt: So lange iſt $SCa > NCb$.

So bald aber a und b unter WO nach S zu zu liegen kommt: So bald wird $SCa < NCb$.

Schon iſt $SCa < NCb$, wenn a auf oder unter WO, und b über oder auf WO liegt.

§. 253.

Exempel zu §. 249, I.

Der Cb Streichen ſey

$= 4^h\ 5\frac{1}{2}$ öſtlich;

Der Ca ihres

$= 7^h\ 2\frac{3}{4}$ öſtlich;

So iſt

$$bCa = 7^h\ 2\tfrac{3}{4} - 5^h\ 5\tfrac{1}{2}$$
$$= 2^h\ 5\tfrac{1}{4}.$$

§. 254.

Exempel zu a. O. II.

Wäre der Ca Streichen

$= 7^h\ 2\frac{3}{4}$ weſtlich:

So hätte man

$$bCa = 12^h + 4^h\ 5\tfrac{1}{2} - 7^h\ 2\tfrac{3}{4}$$
$$= 9^h\ 2\tfrac{3}{4}.$$

§. 255.

I. Wenn (Fig. 47.)

$aCS = n$ Stunden

$bCS = m$

(wo $m > n$ und m und n jede Zahlen ſeyn können):

So iſt

$aCb = (m - n)$ Stunden

Aber nach §. 204 iſt der Ca weſtliches Streichen

$= -(12^h - m^h)$,

und Cb ihres

$= -(12^h - n^h)$.

II. Nun ſey

$$-(12^h - m^h) = -\mu^h$$

und

$$-(12^h - n^h) = -\nu^h:$$

So enthält μ weniger Einheiten als ν, und daher iſt

$$-\mu^h > -\nu^h;$$

weil man von einem Paare verneinter Größen die für die größte ſchätzt, der zum Nichts am wenigſten fehlt,

 wie

wie dem Ausdrucke: daß eine verneinte Größe weniger als Nichts, (Ar. I. 95), gemäß iſt.

Alſo iſt auch

$$aCb = -\mu^h - (-\nu^h).$$

III. Ferner iſt in der 48ſten Figur

$$aCb = aCN + NCb;$$

Aber NCb iſt der Cb öſtliches Streichen, und dies ſey

$$= + \varphi^h;$$

überdem iſt

$$NCa = -(12^h - n^h)$$
$$= -\nu^h \text{ (I, und 204)};$$

Alſo:

$$aCb = -\nu^h + \varphi^h$$
$$= +\varphi^h - \nu^h,$$

wo $\varphi > -\nu$, weil man ebenfalls jede negative Größe kleiner als jede poſitive anſehen kann (II).

Man kann aber ſo

$$aCb > 2R \text{ oder } 12 \text{ St.}$$

finden:

Denn wenn Ca unter bb′ in Ca′ liegt: So giebt a′CN + NCb oder $+\varphi^h - \nu^h$, den erhabenen Winkel a′Cb; Will man den Holwinkel haben: So muß man $\varphi^h - \nu^h$ von 4 R oder 24 Stunden abziehen.

Dies erfolgt allemal, wenn

$$12^h - n^h \text{ oder } \nu^h > 12^h - \varphi^h.$$

IV. Wenn alſo beyde Linien Ca, Cb weſtliche, oder die eine weſtliche und die andere öſtliche obſervirte oder reducirte Streichung haben:

So findet man aCb allemal, wenn man die kleinere Anzahl von Stunden von der größern abzieht, vorausgeſetzt, daß man ſich der Bezeichnung des 204. § bediene.

Eben

Eben das gilt auch, wenn beyde Linien öſtlich ſtreichen (255, I).

V. Hiedurch nun laſſen ſich des vorigen § zwo Sätze in folgenden einzigen bringen:

Wenn zwoer ſöhliger Linien Streichen nach des 204ten §s Stundenbezeichnung gegeben ſind: So erhält man den Winkel, den dieſe beyden Linien oder die durch ſie laufenden ſeigern Ebnen mit einander machen, wenn man von der größern Anzahl der gegebenen Stunden die kleinere abzieht.

Käme auf dieſe Art ein Winkel > 12 Stunden: ſo wird man ſich III, erinnern.

VI. Exempel.

Der einen ſöhligen Linie Streichen ſey

$$= - 5^h\ 2$$

und der andern ihres

$$= - 8^h\ 3:$$

So bekommt man den geſuchten Winkel

$$= - 5^h - (- 8^h\ 3)$$
$$= 3^h\ 2,\ (\text{III}).$$

§. 256.

I. Wenn der Winkel bCa (46, 47ſte Figur), den zwo ſöhlige Linien Cb, Ca einſchlieſſen, gegeben, überdies das Streichen und deſſen Beſchaffenheit der einen dieſer Linie Cb, die der andern Ca zur rechten liegt:

So erhält man dieſer andern Linie Ca Streichen, wenn man den gegebenen Winkel zu dem gegebenen Streichen addirt.

Die Summe iſt entweder kleiner oder größer als 2 R oder 12 Stunden.

Im erſten Falle iſt ſie ſelbſt das geſuchte Streichen, und zwar öſtlich oder weſtlich, nachdem

dem es die gegebene iſt. Im zweyten Falle muß man von ihr 2 R = 12 St. abziehen: der Reſt iſt das verlangte Streichen, und zwar öſtlich oder weſtlich, nachdem das gegebene Streichen weſtlich oder öſtlich iſt.

II. Iſt auſſer bCa das Streichen und deſſen Beſchaffenheit derjenigen von den Linien Ca, Cb, die der andern Cb zur linken liegt, gegeben:

So findet ſich das Streichen dieſer andern, wenn man den gegebenen Winkel von dem gegebenen Streichen abzieht.

Die Differenz iſt entweder poſitiv oder negativ, nachdem nämlich der gegebene Winkel kleiner oder größer als das gegebene Streichen.

Im erſten Falle iſt genannter Unterſchied ſelbſt das verlangte Streichen, und zwar öſtlich oder weſtlich, nachdem es das gegebene iſt; Im zweyten Falle muß man ihn von 2 R = 12 St. abziehen: Der Reſt iſt das geſuchte Streichen, und zwar öſtlich oder weſtlich, nachdem das gegebene weſtlich oder öſtlich iſt.

Beweis.

Für I.

NCb (Fig. 46) ſey der Cb öſtliches Streichen: So iſt der Cb zur rechten liegenden Linie Ca öſtliches Streichen

$$NCa = NCb + bCa.$$

So lange nun $bCa' > bCS$, daß alſo Ca auf die weſtliche Seite von SN in Ca' fällt: So giebt NCb + bCa' den erhabenen Winkel $NCa' = 2R + SCa'$, wo SCa' der Ca' weſtliches Streichen iſt: Alſo iſt

$$NCb + bCa' = 2R + SCa';$$

folg=

folglich

$$NCb + bCa' - 2R = SCa'.$$

In der 47ſten Figur iſt der Ca' rechter Hand liegenden Linie Cb weſtliches Streichen

$$bCS = SCa + aCb.$$

Kommt Cb in die Lage Cb': So erhält ſie öſtliches Streichen NCb': Aber

$$2R + NCb' = b'Ca + aCS:$$

Alſo

$$NCb' = b'Ca + aCS - 2R.$$

Für II.)

Der Ca (Fig. 46) öſtliches Streichen NCa ſey > bCa: So iſt der Ca zur Linken liegenden Cb Streichen, oder

$$NCb = NCa - bCa.$$

Kommt nun Cb in die Lage Cα: So erhält ſie weſtliches Streichen βCS, und βCα > NCa. Aber

$$\beta CS = 2R - \beta CN,$$

und

$$\beta CN = \beta Ca - NCa:$$

Alſo

$$\beta CS = 2R - \beta Ca + NCa$$
$$= 2R + NCa - \beta Ca.$$

Iſt (Fig. 47) der Cb weſtliches Streichen SCb und > aCb: So iſt der Cb zur linken liegende Ca weſtliches Streichen, oder

$$SCa = SCb - aCb:$$

Kommt Ca in eine Lage wie Ca': So erhält ſie öſtliches Streichen a'CN, und a'Cb' > SCb.

Nun iſt

$$NCa' = 2R - a'CS;$$

Aber

$$a'CS = a'CB - SCb:$$

Alſo

$$NCa' = 2R + SCb - aCb.$$

§. 257.

Exempel zu I.

$bCa = 9^h 3$,

der Cb Str. $= 7^h 5$ öſtlich:

Alſo der Cb ihres

$= 9^h 3 + 7^h 5 - 12$

$= 7^h - 12^h$

$= 5^h$ und weſtlich.

§. 258.

Was im 256ſten § von ſöhligen Linien geſagt worden, gilt auch von den durch ſie laufenden ſeigern Ebnen, und von jeder in dieſen Ebnen liegenden ſchiefen Linie (41).

§. 259.

Den **Winkel** ACB (Fig. 59) **von gezogenen Schnüren** CB, CA **anzugeben, wenn man Stücken** Ca, Cb **ſeiner Schenkel aus deſſen Spitze** C **meſſen kann.**

Aufflöſung.

I. Man meſſe auf den Schnüren aus des Winkels Spitze Stücken Ca, Cb, desgleichen die Sehne ba ſo genau als möglich.

Auf die Art erhält man die drey Seiten eines Dreyecks aCb, wodurch man nach eb. Tr. 20. S. den Winkel C finden kann.

II. Dieſe Linien genau zu meſſen, könnte man ſich des Lachterſtabes bedienen, auf dem aber die ganzen oder halben Achtellachter in 1000 gleiche Theile getheilt ſeyn müßten.

Braucht man die Lachterkette, ſo muß man auf gutem Holze oder Meſſing ein Achtellachter, oder halbes Achtellachter in 1000 Theile getheilt, bey ſich führen.

III. Da auf des Winkels C Schenkel die Stücken Ca, Cb willkührlich genommen werden können; ſo iſt

es

es vortheilhaft, jedes zehn Achtellachter lang zu machen, die Sehne auch mit Achtellachtern und Tauſendtheilen des Achtellachters zu meſſen.

Darf man nicht ſo lange Stücken nehmen, ſo könnte man jedes fünf Achtellachter machen, und bey Abmeſſung der Sehne ſich der ganzen und der halben Achtellachter in Tauſendtheile getheilt, bedienen.

Dies räth Herr Hofrath **Käſtner** (Markſcheidekunſt 11. Anm.).

IV. Durch jedes dieſer Verfahren (III) erhält man des Dreyecks aCb gleiche Schenkel, jeden 10000, und die Grundlinie ba in Zehntauſendtheilen.

V. Man findet aber ba nur in Tauſendtheilen (II), wenn man jeden des Dreyecks aCb Schenkeln nicht einmal fünf Achtellachter lang nehmen darf, welches dem Markſcheider oft begegnet.

VI. Wenn man Ca = Cb nimmt: ſo iſt ab die Sehne des Winkels für den Halbmeſſer Ca. Alſo $\frac{1}{2}$ ab der Sinus für genannten Halbmeſſer.

Hat man nun dieſen = 10000 (IV); ſo erhält man C,

Wenn man die gemeſſene Sehne ab halbirt;

Dieſe Hälfte als einen Sinus für den Sinustotus = 10000 anſieht;

Das iſt, unter den Sinuſſen, wie ſie in den gewöhnlichen Tafeln für den Halbmeſſer zehn Millionen ſtehen, den aufſucht, deſſen höchſte Ziffern, die drey niedrigſten abgeſchnitten, dieſer Hälfte am nächſten kommen.

Der Winkel, der dieſem Sinus zugehört, verdoppelt, giebt den geſuchten.

VII. Kann man das Verfahren (III) nicht anbringen: So läßt ſich doch allemal Ca = Cb machen.

In dieſem Falle findet ſich der Winkel C nach eb. Tr. 8. S. I.

Es iſt nämlich

$$\sin \tfrac{1}{2} C = \frac{r \,.\, \tfrac{1}{2} ab}{Ca}.$$

VIII. Exempel, für VI. *)

Für

$$Ca = Cb = 10000,$$

ſey

$$ab = 11387;$$

ſo iſt

$$\tfrac{1}{2} ab = 5693,\ 5$$

Aber

$$\sin 34^\circ\ 42' = 5692795$$
$$\sin 34^\circ\ 42' = 5695186.$$

Wenn man von jeden dieſer Sinuſſe die drey niedrigſten Ziffern abſchneidet: ſo fällt die halbe Sehne zwiſchen beyde, und ziemlich nahe an der kleinern.

Man nehme alſo ſeinen Winkel für des geſuchten Hälfte an: ſo iſt der geſuchte

$$C = 69^\circ\ 24'.$$

VIII. So lange man den halben Winkel kleiner als 75° findet, ſo lange hat man ihn innerhalb einer Minute, folglich den ganzen innerhalb zwo Minuten; weil (wie die trigonometriſchen Tafeln zeigen) bis ſo weit die Sinus ſich in Zehntauſendtheilgen des Sinus totus ändern, indem ſich die Bogen um einzelne Minuten ändern.

Ueberdies ſieht man leicht, welcher der beyden Minuten, zwiſchen die er fällt, der halbe Winkel am nächſten liegt, und alſo, welcher ſeiner Gränzen der Ganze am nächſten ſeyn wird.

IX. Fände

*) Aus Kästners Markſcheidekunſt, 11. Anm. 18.

IX. Fände man den halben Winkel > 75°: ſo hätte man ihn in einer Ungewißheit von 2 und mehrere Minuten; folglich den ganzen mit doppelt ſo vieler.

X. Man muß daher ſolche Winkel ſo viel als möglich zu vermeiden ſuchen, oder den ſtumpfen durch eine, genau in ſeiner Ebne gezogene, Schnur theilen, und jeden einzeln finden.

Stumpfe Winkel, beſonders große, hat man auch in alle den Fällen, zu entgehen, wo man auf des Winkels Schenkel nicht ſo große Stücken nehmen darf (V), wie (III) erfodert.

XI. Hätte man das ganze oder halbe Achtellachter (III) nur in Hunderttheile getheilt: ſo erhielte man die Sehne des ganzen Winkels, oder den Sinus des halben, nur in Tauſendtheilen des Sinus totus.

Solche Sinuſſe finden ſich aus den Tafeln, wenn man daſelbſt von jedem die vier niedrigſten Ziffern abſchneidet (eb. Tr. 1. S.).

Man erhält aber dadurch den halben Winkel, wenn er über 10 Grad beträgt, um 2 bis 3 Minuten zu groß oder zu klein, und alſo den ganzen um 4 bis 6 Minuten. Allemal genauer als ſich der Markſcheider ſonſt gefallen läßt. Doch bey ziemlich ſtumpfen Winkeln würde man einen Fehler von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Grade begehen. Dieſe kann man aber vermeiden, oder theilen, oder **verſuchen, ihre Nebenwinkel zu meſſen.**

XII. Wer eine Sehnentafel für den Halbmeſſer zehntauſend hat, darf nur, um den ganzen Winkel gleich ſelbſt zu finden, die gemeſſene Sehne (III) darinne aufſuchen, oder die, die ihr am nächſten kommt. Der dabey ſtehende Winkel iſt der verlangte.

Eine ſolche Tafel lieſſe ſich nach eb. Tr. 9. S. für Sehnen von 2 zu 2 Minuten fertigen.

XIII. Den

XIII. Den Winkel C zu beſtimmen, wenn man nicht aus ſeiner Spitze meſſen kann, lernt man in Herrn Hofrath Käſtners Markſcheidekunſt 11te Anmerkung, wonach auch meiſt das bisherige vorgetragen iſt.

Der Markſcheider zieht mit Vortheil ſeine Schnuren meiſt ſo, daß man aus C meſſen kann. Daher habe ich hier nur dieſen Fall betrachtet.

§. 260.

Aus dem Winkel g, den zwo ſchiefe Linien einſchlieſſen (259), und ihren Neigungen p, q, den ihnen zugehörigen ſöhligen Winkel h zu finden, d. i. der, den die durch dieſe Linien laufenden ſeigere Ebnen mit einander machen, oder in der Markſcheiderſprache, den der Schnuren Sohlen begränzen.

Aufſöſung.

Für den Sinus totus = r hat man

$$\sin \tfrac{1}{2} h = \sqrt{\left(\frac{\sin \tfrac{1}{2}(g + p - q) \sin \tfrac{1}{2}[g - (p - q)] . r^2}{\operatorname{Cos} p, \operatorname{Cos} q}\right)}.$$

Beweis.

JKH (Fig. 60) ſey der gemeſſene Winkel g (259); Durch ſeine Schenkel HK, JK gehen die ſeigern Ebnen HKF, JKA, welche die ſöhlige Ebne durch K in KF, KA ſchneiden:

So iſt

AKF = h;
HKF = p;
JKA = q;

Nun

Nun ſey KE vertikal, und mit KF = KA = KJ = KH = KE = r die Bogen AJE, FHE, JH beſchrieben:

So iſt in dem ſphäriſchen Dreyeck JHE bekannt

$$\left.\begin{array}{l} HE = 90^\circ - p \\ JE = 90^\circ - q \end{array}\right\} \text{(Geom. 50. S. 2. Z.)}$$

$$HJ = g,$$

und der ſphäriſche Winkel JEH = h (Geom. 52. S. 4. Z.) wird geſucht:

Dieſer läßt ſich folglich vermöge ſphär. Trig. 8ten Satzes 33 finden, und es iſt alſo

dort	b	a	p	B
hier	g	$90^\circ - q$	$90^\circ - p$	h

und

$$a - p = p - q;$$

alſo

$$\text{ſin}\,\tfrac{1}{2}h = \sqrt{\left(\frac{\text{ſin}\,\tfrac{1}{2}[g+(p-q)].\ \text{ſin}\,\tfrac{1}{2}(g-(p-q)).\ r^2}{\text{ſin}\,(90^\circ - q)\ \text{ſin}\,(90^\circ - p)}\right)};$$

Aber

$$\text{ſin}\,(90^\circ - q) = \text{Coſ}\ q$$

$$\text{ſin}\,(90^\circ - p) = \text{Coſ}\ p.$$

§. 261.

I. Die in der Auflöſung gegebene Formel ſteht auch in Herrn Hofrath Käſtners Markſcheidekunſt, 12te Anmerk. 42 ꝛc., vorher (41) aber in Worte für den der keine ſphäriſche Trigonometrie weiß, welches man den Markſcheidern wohl nicht nachſagen kann.

II. Das Nöthige, was noch hieher gehört, werde ich aus angeführtem Buche kürzlich beybringen.

III. Exem=

III. Exempel. Es ſey

$$g = 75^\circ\ 30'$$
$$p = 50^\circ\ 30'$$
$$q = 23^\circ\ 30'$$

ſo iſt

$g + (p - q) = 102^\circ\ 30'$, halb, $= 51^\circ\ 15'$

$g - (p - q) = 48^\circ\ 30'$ „ „ $= 24^\circ\ 15'$

$\log \sin \frac{1}{2}(g + p - q) = 9,8920303$

$\log \sin \frac{1}{2}[g - (p - q)] = 9,6135446$

$\log r^2 = 2 \log r = 20,$

Summe $= 39,5055749 = M$

$\log \mathrm{Coſ}\, p = 9,8035105$

$\log \mathrm{Coſ}\, q = 9,9623978$

Summe $19,7659083 = N$

$M - N = 19,7396666.$

Dies halb genommen, iſt

$\log \sin \frac{1}{2} h = 9,8698333$, und

giebt $\frac{1}{2} h = 47^\circ\ 49'\ 8''$

Alſo $h = 95^\circ\ 38'\ 16''$

h erhält man genauer, wenn man bey $\frac{1}{2}$ h noch Sekunden durch Proportionaltheile (eb. Tr. 12te S.) ſucht.

So findet Herr Hofrath Käſtner (Markſcheidek. a. a. O. 43)

$$\tfrac{1}{2} h = 47^\circ\ 49'\ 8'',$$

und daher

$$h = 95^\circ\ 38'\ 16''.$$

IV. Bisher iſt ſtillſchweigend angenommen worden, daß beyde Linien ſteigen (131).

Steigt die eine und fällt die andere: ſo iſt jener Neigung poſitiv, oder ſie bleibt p, dieſer aber negativ (136), oder — q, und — q kann < p geſchätzt werden, wenn auch — q mehr Grade enthalten ſollte (Ar. I, 95).

V. Exem-

V. Exempel. Der ſteigenden Linie Neigung ſey 12 Gr. 30 Minuten, der fallenden 12 Gr. 30 Minuten, und g = 50 Grade:

So iſt

$$p = 12^\circ 30'$$
$$q = -(20^\circ 30')$$
$$p - q = 12^\circ 30' - [-(20^\circ 30')]$$
$$= 12^\circ 30' + 20^\circ 30'$$
$$= 33^\circ$$

Alſo

$$g + p - q = 83^\circ, \text{ halb} = 41^\circ 30'$$
$$g - (p - q) = 17^\circ, \ldots = 8^\circ 30'.$$

Uebrigens führt ſich die Rechnung wie in III, woben man ſich aber erinnern muß, daß eines verneinten Winkels Coſinus, einerley mit des bejahten ſonſt gleichen Winkels ſeinen.

VI. Wenn beyde Linien fallen, ſo ſind ihre Neigungswinkel verneint (136), wo der, — p, am größten geſchätzt wird, der die wenigſten Grade enthält (Ar. I, 95).

VII. Exempel. Fällt alſo die eine Schnur

27 Gr. 30 Min.

und die andere

43 Gr. 15 Min.

ſo hat man in (260)

$$p = -(27^\circ 30')$$
$$= -(27^\circ + 30')$$
$$= -27^\circ - 30'$$

und eben ſo

$$q = -43^\circ - 15'$$

Alſo

$$p - q = +16^\circ - 15' \text{ (Ar. I, 98)}$$
$$= 15^\circ + 60' - 15'$$
$$= 15^\circ + 45'.$$

Iſt nun

$$g = 50^\circ\ 20';$$

ſo hat man

$$g + (p - q) = 66^\circ\ 5',\ \text{halb}\ 33^\circ\ 2'\ 30''$$
$$q - (p - q) = 34^\circ\ 35',\ \text{=}\ \text{=}\ 17^\circ\ 17'\ 30''.$$

Wenn man hier die Sekunden nicht weglaſſen will, iſt es leicht, die Logarithmen der Sinuſſe der halben Winkel durch Proportionaltheile zu finden, weil man nur den Unterſchied der beyden nächſten Logarithmen, zwiſchen die ein ſolcher Logarithme fallen muß, halbiren darf (eb. Tr. 12. S.).

Uebrigens wird die Rechnung, wie in III geführt, nur muß man ſich des 4ten Zuſatzes der eb. Tr. 3te Erklärung erinnern.

VIII. Steigt die eine Linie, und die andere iſt ſöhlig: ſo darf man nur (in 260) dieſer Neigungswinkel, $q = 0$ ſetzen.

IX. Fällt eine Linie z. E. 12°, und die andere iſt ſöhlig: ſo iſt jener Neigung negativ, und dieſer $= 0$; Aber erſtere iſt kleiner als letztere (Ar. I, 95): Alſo darf man nur in (260 §), $p = 0$, und $q = -12^\circ$ ſetzen: daher hat man

$$p - q = 0 - (-12^\circ)$$
$$= +12^\circ$$

Uebrigens führt ſich die Rechnung wie in III, wobey man ſich erinnern muß, daß $\text{Coſ}\ 0 = 1$.

X. Aus den bisherigen (IV..... IX) ſieht man, daß in der Formel (260) fünf Fälle, alle, die bey zwo Linien in Anſehung ihrer Neigung vorkommen, enthalten ſind, wenn man nur die bejahten und verneinten Größen gehörig braucht.

XI. Uebrigens iſt hier noch zu erinnern, daß die Größen p, q und g ſo genau als möglich müſſen gemeſſen werden, weil ſonſt h mit einen nicht unbeträchtlichen Fehler gefunden wird.

X.

X.

Sohlen und Seigerteufen.

§. 262.

Die Seigerteufe einer Linie AB, oder deren Endpunkt B, wollen wir durch

Sg. AB. oder Sg. B

und ihre Sohle durch

S. AB; oder S. B

bezeichnen.

§. 263.

Die Größe der Linie AB = l und ihre Neigung = α iſt gegeben:

Man verlangt ihre Seigerteufe und Sohle.

Aufloͤſung.

Fuͤr den Sinus totus = 1 hat man

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sg. AB} = l. + \sin\alpha \\ \text{S. AB} = l. + \cos\alpha \end{array}\right\} (31)$$

oder

$$\log \text{Sg. AB} = \log l + \log \sin\alpha$$
$$\log \text{S. AB} = \log l + \log \cos\alpha$$

Exempel.

Es ſey (Opp. Markſcheidek. §. 672)

$l = 28\frac{5}{8}$ Lr. $9\frac{1}{2}$ Zoll

$= 229{,}95$ Achtellr. (65)

$\alpha = 69° 25'$.

So hat man

$\log 229{,}95 = 2{,}3616334$

$\log \sin 69° 25' = 0{,}9713509 - 1$ (eb. Tr. 19. S. Vor.)

log Sg AB = 2,3329843.
Giebt Sg. AB = 215, 17 Achtlr.
= 26 Lr. 7, 27 Achtlr.
= $26\frac{7}{8}$ Lr. 2 Zolle 7 Pr.

Ferner:

log 229,95 = 2,3616334
log Coſ 69° 25′ = 0,5460110 — 1

log S. AB = 1,9076444;
Giebt S. AB = 80,843 Achtlr.
= 10 Lr. 843 Achtlr.
= 10 Lr. 8 Zoll 43 Pr.

Kürzer läßt ſich die Rechnung ſo darſtellen:

log 229,95 = 2,3616334

ſin 69° 25′ = 0,9713509 — 1

Coſ 0,5460110 — 1

Sg. = 2,3329843; 215, 17 Achtlr. = 26 Lr. 7, 27 A.

S. = 1,9076444; 80,843 A. = 10 Lr. 0,843 A.

Zu dieſer Rechnung habe ich mich der größern logarithmiſchen Tafeln bedient. Aus den gemeinen findet man die Linien in einer Decimalziffer weniger.

§. 264.

I. Den Markſcheidern hat es beſchwerlich geſchienen, allemal nach vorigem § Sohle und Seigerteufe für jedes gegebene l und α zu berechnen.

Es ſind daher die ſo genannten und den Markſcheidern ſo bekannten Sohlen- und Seigerteufen-tafeln verfertiget worden, deren Berechnung eigentlich auf vorigen § beruhet.

II. Aber da für ein gegebenes α, und $l = p + q + r \ldots$ die

Sg.

$$Sg. = p \sin\alpha + q \sin\alpha + r \sin\alpha + \ldots$$

und

$$S. = p \cos\alpha + q \cos\alpha + r \cos\alpha + \ldots$$

So iſt es nicht nöthig, die Sohle und Seigerteufe jedes l in die Tafeln zu bringen, ſondern es iſt genug, ſolche für Theile, die l ausmachen, darinne zu finden.

Daher kommt es, daß z. E. die Oppeliſchen Tafeln für l von $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3, 4, 5 Lachterzoll; $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, 1, 2, 3, 4, 5, 10 Lachter, die Sohlen und Seigerteufen, und zwar von 5′ zu 5′ durch alle 90 Grade berechnet, enthalten.

III. Da

$\sin(45° - \alpha) = \cos(45° + \alpha)$ (eb. Tr. 3. Erklär.)

$\cos(45° - \alpha) = \sin(45° + \alpha)$ (eb. Tr. 3. Erklär.)

So iſt

$$l. \sin(45° - \alpha) = l. \cos(45° + \alpha)$$
$$l. \cos(45° - \alpha) = l. \sin(45° + \alpha).$$

Daher hat man nur die Sohlen- und Seigerteufen für die erſten 45° zu berechnen gebraucht, und man hat ſie dann alle gehabt.

Dieſem gemäß haben die Tafeln (I) folgende Einrichtung erhalten.

IV. Linker Hand in einer ſchmalen Columne ſtehen die Neigungswinkel, welche bis 90 Grade in den meiſten Tafeln durch alle viertheils, in den Oppeliſchen aber durch alle zwölftheils Grade, wachſen.

V) In einer ſchmalen Columne rechter Hand ſtehen Neigungswinkel, deren jeder mit dem (IIII), welcher ſich mit ihm in einer Zeile befindet, 90° macht.

Dieſe Donlegen rechter Hand, wachſen alſo vom Ende bis an den Anfang der Tafeln.

VI. Zwiſchen dieſen Columnen befinden ſich welche überſchrieben mit Zahlen, die Lachter und deſſen Theile anzeigen.

Z. E. die Oppeliſche Ueberſchrift iſt die in (II); die Weidleriſche: $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 20, wovon die acht letzten Zahlen ganze Lachter, die erſten viere aber Theile des Lachters bedeuten.

VII. In jeder ſolcher Columne nun (VI) ſtehen für die in der Ueberſchrift angezeigten wahren Abſtände (18), Seigerteufen, die, den Donlegen, bey einigen Tafeln in der linken Seitencolumne, bey einigen in der rechten, zugehören; oder Sohlen, die den Neigungen, bey jenen Tafeln in der rechten Seitencolumne, bey dieſen in der linken zu kommen (III).

VIII. Will man alſo Seigerteufen wiſſen, ſo ſucht man die Donlegen linker oder rechter Hand (VII), bey Sohlen aber zur rechten oder linken (VII).

IX. Dieſe Sohlen und Seigerteufen ſind bey einigen nur bis auf Zehntheile, bey andern aber, wie in den Oppeliſchen, auf 100 Theile von Lachterzollen angegeben.

Ueberhaupt ſind in den Oppeliſchen Tafeln die Sohlen und Seigerteufen in Zollen und deren Hundertheilen ausgedruckt, welches bey andern bekannten, nicht geſchehen iſt. Das Oppeliſche Verfahren aber iſt beſſer, wie man leicht überſieht.

X. Dieß iſt die weſentliche Einrichtung der Sohlen- und Seigerteufentafeln. Mehreres von ihnen findet man in Herrn Hofrath Käſtners Markſcheidekunſt 10te Anmerk. u. a.

Unter den bisher bekannten Sohlen- nnd Seigerteufentafeln ſind die Opeliſchen die beſten.

Man

Man findet ſie auch in Böhmens Feldmeßkunſt S. 289 u. f., aber nur von 15′ zu 15′, und die beyden Columnen $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ Zoll (VI) weggelaſſen.

Die Oppeliſchen Tafeln werden von den, die der Herr Bergmeiſter Scheidhauer berechnet hat, weit übertroffen.

Man hat bey dieſen die Sohlen und Seigerteufen für wahre, in 8 und 10 theilichtes Lachtermaaß ausgedruckte Abſtände neben einander beyſammen; ſie ſind für letztere auf fünf Decimalſtellen des Lachters, für erſtere aber auf viere gerechnet.

XI. Den Gebrauch ſolcher Tafeln nach den Oppeliſchen zu zeigen, (oder VIII) zu erweitern) mag das Exempel im 263. § dienen.

XII. Um nach genannten Tafeln alſo die Seigerteufe für 28 $\frac{5}{8}$ Lachter 9 $\frac{1}{2}$ Zoll und 69° 25′ zu finden, ſucht man darinne die gegebenen 69° 25′ in der Columne (IV, V) auf, wo Seigerteufe beygeſchrieben ſteht, und merket, auf welche Zeile ſich dieſe finden.

XIII. Hierauf zerlegt man die gegebenen 28 $\frac{5}{8}$ Lachter 9 $\frac{1}{2}$ Zoll in ſolche Theile, deren Seigerteufen in den Tafeln ſtehen (II); Das iſt in $(10 + 10 + 4 + 4 + \frac{4}{8} + \frac{1}{8})$ Lachter $+ (5 + 4 + \frac{2}{4})$ Zoll.

XIV. Nun nimmt man für dieſe Theile aus der gefundenen Zeile (XII) die einzelne Seigerteufe, und macht ihre Summe.

Die Rechnung iſt folgende.

Lachter	10	geben	748,93	Zolle
	10	=	748,93	=
	4	=	299,57	=
	4	=	299,57	=
	$\frac{4}{8}$	=	37,44	=
	$\frac{1}{8}$	=	9,36	=

Zolle $\begin{cases} 5 \text{ geben } 4,68 \text{ Zolle} \\ 4 \;=\; 3,74 \\ \frac{2}{4} \;=\; 0,47 \end{cases}$

Seigert. 2152,69 Zolle

= 26 $\frac{7}{8}$ Lachter 2,69 Zoll.

Im Exempel des 263ſten §s iſt 26 $\frac{7}{8}$ Lachter 2,7 Zoll gefunden worden.

XV. Man ſieht, daß die Rechnung im 263ſten § eben ſo kurz, wo nicht kürzer, iſt. Dies wird man allemal ſo finden. Zum Beiſpiele mag noch folgendes dienen.

Für 13 $\frac{5}{8}$ Lachter und 34° die Seigerteufe zu ſuchen.

XVI. Nach den Oppeliſchen Tafeln:

Lachter $\begin{cases} 10 \text{ geben } 447,35 \text{ Zoll} \\ 3 \;=\; 134,21 \\ \frac{4}{8} \;=\; 22,37 \\ \frac{1}{8} \;=\; 5,59 \end{cases}$

Sgt. 609,52 Zolle

= 60,952 Achtellr.

XVII. Nach dem 263 §.

log 109 = 2,0374265

= ſin 34° = 0,7475617 — 1

1,7849882

Giebt Sg. = 60,952. Achtellr.

XVIII. Auch die Rechnung in XVII iſt eben ſo kurz, als die in XVI; wiewohl daſelbſt die Seigerteufe nur aus 4 Gliedern zuſammengeſetzt wurde.

XIX. Nach der Rechnung in XVI, XIV, findet man allemal die Seigerteufe gleich ſelbſt, und mittelſt des Herrn Bergmeiſter Scheidhauers Tafeln in zehn- und hunderttauſendtheile des Lachters; Nach der Rechnung, wie in XVII, aber den Logarithmen, den man

erſt

erſt aufſuchen muß. Nach jener Rechnung braucht man zwar nur einmal die Größe aufzuſuchen, die man braucht; Nach dieſer hingegen muß dies durch dreymaliches Aufſuchen geſchehen.

Indeſſen werden doch dieſe Exempel, die ſich auch in Käſtners Markſcheidekunſt a. O. befinden, Anfängern zeigen, daß ſie, wenn ſie z. E. die Schulziſche Sammlung mathematiſcher Tafeln beſitzen, auch bequem und genau Sohlen und Seigerteufen berechnen können, wenn ſie nur mit dieſen Tafeln gehörig umzugehen wiſſen; welches aber nicht von jedem Markſcheider verlangt werden kann.

§. 265.

Einer ſteigenden Linie Seigerteufe heißt ſteigend, einer fallenden aber fallend.

§. 266.

Nach §. 135 und eb. Tr. 3. Erkl. 4. Zuſatze ſind die ſteigenden Seigerteufen bejaht, die fallenden aber verneint.

Jene werden wir daher mit + dieſe mit − bezeichnen.

§. 267.

Wenn der Linie AB Seigerteufe

$$\pm S$$

iſt; ſo iſt der Linie ΛB ihre

$$\mp S$$

(266, 136).

§. 268.

Aus der gegebenen Sohle und Seigerteufe einer Linie AB, ihre Größe l, und Neigung α zu finden.

Aufloſung.

$$1)\ l = \sqrt{[(\text{Sg. AB})^2 + (\text{S. AB})^2]}$$

$$2)\ \text{Tang}\ \alpha = \frac{\text{Sg. AB}}{\text{S. AB}}$$

Beweis.

Für 1)
erhellet die Sache aus dem 29ſten §, und Geometrie, 15te S.; für

2) aber, daß (nach 263)

$$\frac{Sg.\ AB}{Soh.\ AB} = \frac{l\ \sin\alpha}{l\ Cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{Cos\alpha}$$

§. 269.

Die im vorigen § gefundene Tangente iſt, wenn die Seigerteufe fallend, negativ (266) und gehört in ſo ferne einem ſtumpfen Winkel zu (eb. Tr. 4te Erkl. 1ſte Z.); Sein ſpitziger Nebenwinkel iſt aber der, den der Gradbogen für der Linie AB negativen Neigung geben wird.

§. 270.

Wenn von den 4 Größen im 263 § oder 268 § zwo bekannt ſind, ſo kann man daraus die übrigen finden.

Daher hat man noch folgende in der Markſcheidekunſt brauchbare Formeln

1) $S.\ AB = \sqrt{(l^2 - (Sg.\ AB)^2)}$

2) $\sin\alpha = \frac{Sg.\ AB}{l}$

3) $Sg.\ AB = \sqrt{(l^2 - (S.\ AB)^2)}$

4) $Cos.\ \alpha = \frac{S.\ AB}{l}$

5) $l = \frac{Sg.\ AB}{\sin\alpha}$
$= Sg.\ AB\ Cosec\ \alpha$

6. Soh.

$$6)\ \text{Soh. AB} = \frac{\text{Sg. AB}}{Tg\,\alpha}$$
$$= \text{Sg. Ab} \times Cot\,\alpha$$

$$7)\ l = \frac{\text{Soh. AB}}{Coſ\,\alpha}$$
$$= \text{S. AB} \times ſec\,\alpha$$

$$8)\ \text{Sg. AB} = \frac{\text{S. AB}}{Cot\,\alpha}$$
$$= \text{S. AB} \times Tg\,\alpha.$$

§. 271.

Es ſeyen (Fig. 61, 62) AB, BC, zwo Linien, von denen der einen AB Endpunkt B mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden iſt.

Man ziehe den Anfangspunkt A der erſten Linie AB mit dem Endpunkte C der andern BC durch eine gerade Linie AC zuſammen:

So iſt die Summe der Seigerteufen dieſer Linien AB, BC, = der Seigerteufe von AC, und die Summe jener Linien Sohlen, = der Sohle der Linie AC.

Beweis.

Man lege durch A, B, ſöhlige Ebnen, fälle auf ſie von B, C die Lothe BD, CF, CE, und ziehe BF, AE:

So iſt

BD = Seig. AB	AD = S. AB
CF = Sg. BC	BF = S. BC
CE = Sg. AC	AE = S. AC

Nun können die Seigerteufen von AB und BC entweder

1) beyde ſteigend, oder
2) beyde fallend, oder
3) die eine ſteigend, und die andere fallend ſeyn.

 Für

Für 1) iſt (Fig. 61)

CE = CF + FE

aber

FE = BD (S. 12. S. 3. Z.)

alſo

CE = CF + BD.

Ueberdies iſt

AE = AD + DE

= AD + BF (S. a. O.)

Für 2) iſt CF und BD verneint: alſo

CE = (— BD) + (— CF)

und AE bleibt wie für 1).

Für 3) habe AB (62 Fig.) die ſteigende Seigerteufe, und BC die fallende:

So iſt

CE = FE — CF

= BD — CF (S. a. O.)

= BD + (— CF) (Ar. I, 96);

AE bleibt wie vorhin.

§. 272.

Aus der Linien AB, AC Seigerteufen die der Linie BC zu finden.

Auflöſung.

Da

Sg. AB + Sg. BC = Sg. AC (vor. §.)

So iſt

Sg. BC = Sg. AC — Sg. AB.

Oder, weil

Sg. AB = — Sg. BA (114)

alſo

— Sg. AB = + Sg. BA;

ſo iſt auch

Sg. BC = Sg. AC + Sg. BA

wie

wie es auch nach vorigen § ſeyn muß, wenn man die Richtung von B nach A und denn nach C nimmt.

§. 273.

Es ſeyen (Fig. 63) AB, BC, CD .... EF Linien, davon der Endpunkt B der erſten AB mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden, dieſe wieder ſo mit der dritten u. ſ. w.

Zieht man nun den Anfangspunkt A der erſten Linie AB, und den Endpunkt F der letzten Linie EF durch eine gerade Linie AF zuſammen:

So iſt die Summe der Seigerteufen aller dieſer Linien AB, BC ...... EF, = der Seigerteufe von AF, und die Summe ihrer Sohlen = der Sohle von AF; (271).

§. 274.

Bey Summirung der Seigerteufen wird man ſchon das poſitive und negative in Acht zu nehmen wiſſen.

§. 275.

Auſſer den Gradbogen, wie 159[b] erwähnt, hat man noch andre Werkzeuge, durch die man mechaniſch Sohle und Seigerteufe finden kann. Sie ſind aber auch nicht von Gebrauch. Wer Theorie verſteht, kann ſich dergleichen ſelbſt erfinden. Indeſſen ſind welche in Voigtels Markſcheidekunſt, Part. 24, 25; auch in Malers Geometrie, angegeben.

§. 276.

Anmerkung.

I. Nun können wir (mittelſt 263, 273) zu einer andern Auflöſung der Aufgabe in 231, (welche ſich auch ſo ausdrücken läßt: Eine Linie zu beſtimmen, die eine gegebene obſervirte Streichung und Sohle hat), folgendes beybringen:

II. Man

II. Man ſchraube den Winkelweiſer auf, wie §. 223 I, erfodert, und bringe ihn in die Lage, daß der daran gehängte Compaß die gegebene Stunde anzeigt.

III. Nehme einen Pfahl, und mache in ſeinen obern Theil eine kleine Spalte, um ein düünes Bretgen ſenkrecht hinein zu ſtecken.

IV. Hierauf laſſe man dieſen Pfahl einen Gehülfen in einer Weite von ohngefähr 10 Lachter bringen, und ihn ſo lange hin und her rücken, bis die Viſirlinie die ſcharfe Kannte des Bretgens (III) trift:

So liegt dieſes und die Diopternebne in einer ſeigern Ebne, die in der vorgegebenen Stunde ſtreicht.

V. Man nehme nun dieſes Bretgen weg und ſchlage den Pfahl ſeiger ein.

VI. Schraubt man alsdann in dieſe kleine Spalte eine Pfrieme, und zieht von dem gegebenen Punkte bis dahin eine Schnur:

So iſt der ihre obſervirte Streichung gleich der gegebenen.

VII. Man ſuche dieſer Schnur Neigung (128);

VIII. Und daraus, und aus ihrer Länge, ihre Sohle (263).

IX. Iſt dieſe größer als die gegebene: So findet man das, was an der Schnur zurücke gemeſſen werden muß, auf folgende Art:

X. Es ſey AC die gefundene Sohle, AB die gegebene, AF die Schnur VI.

Man ziehe durch B und C ſenkrechte Linien in der durch AF laufenden ſeigern Ebne: So ſchneiden dieſe Linien die AF in D und F;

Nun ziehe man DE mit AC parallel:

So iſt

BC = DE, um wie viel AC zu groß;

DF, was man zurücke meſſen muß, um ein AD zu finden, das der gegebenen Sohle AB zugehört.

Es

Es ſind aber die Dreyecke FCA, FED ähnlich, und daher

$$AC : DE = AF : DF,$$

oder

$$AC : AC - AB = AF : FD$$

folglich

$$FD = \frac{(AC - AB) . AF}{AC}$$

XI. Iſt die gegebene Sohle größer als die gefundene: So ziehe man eine oder mehrere Schnuren, wie VI verlangt, und zwar ſo viele, daß ihre nach IX gefundenen Sohlen zuſammen ohngefähr ſo viel als die gegebene betragen.

XII. Geſetzt, dieſer Sohlen Summe betrüge etwas mehr als die gegebene Sohle:

So mache man beyder Unterſchied, und ſuche zu der Sohle der letzten Schnur, zu genannten Unterſchiede und der Länge dieſer Schnur die vierte geometriſche Proportionalzahl: So erhält man, was man an gleichgenannter Schnur zurückmeſſen muß, um einen Punkt zu finden, der mit dieſer Schnur Anfangspunkt eine Linie begränzt, der eine Sohle zugehört, die die Differenz zwiſchen der Summe der vorhergehenden Schnuren Sohlen und der gegebenen iſt.

XIII. Die Linie durch dieſen Punkt und den gegebenen hat die verlangte obſervirte Streichung und Sohle (XII, 273).

XI.

Streichungſinus und Streichungkoſinus.

---

§. 277.

Den Strichungſinus einer Linie AB wollen wir durch

Strſ. AB, oder Strſ. B.

Den Streichungkoſinus aber durch

Strk. AB, oder durch Strk. B

bezeichnen.

§. 278.

Wer ſich der obſervirten Streichung bediente, müßte Streichungſinus und Streichungkoſinus auf die Magnetebne und Magnetäquatorsebne beziehen, und folglich dieſe Größen als ſöhlige Entfernungen einer Linie AB Endpunkt B von gleich genannten durch A laufenden Ebnen, anſehen.

§. 279.

Der Streichungſinus heißt öſtlich oder weſtlich, der Streichungkoſinus aber nördlich oder ſüdlich, nachdem im erſten Falle der Endpunkt B auf der Oſt= oder Weſtſeite der Mittagsebne liegt, d. i., nachdem AB öſtliche oder weſtliche Streichung hat; im zweyten Falle aber, nachdem der Punkt B auf der Nord= oder Südſeite der Aequatorsebne ſich findet.

§. 280.

Oeſtlichen Streichungſinus und nördlichen Streichungkoſinus wollen wir als poſitiv, weſtlichen Streichungſinus und ſüdlichen Streichungkoſinus aber als negativ betrachten (51, 185).

§. 281.

Wenn alſo einer Linie AB Streichungſinus $\pm L$ und Streichungkoſinus $\pm \lambda$:

So

So iſt

$$\left.\begin{array}{l}\text{Strſ. BA} = \mp L \\ \text{Strk. BA} = + \lambda\end{array}\right\} (280, 184).$$

§. 282.

Einer Linie AB Streichung β und Sohle iſt gegeben:

Man ſucht ihren Streichungſinus und Streichungkoſinus.

Auflöſung.

Für den Sinus totus = 1 iſt

$$\left.\begin{array}{l}\text{Strſ. AB} = \text{S AB} \times \sin \beta \\ \text{Strk. AB} = \text{S AB} \times \text{Coſin } \beta\end{array}\right\} (52)$$

In Logarithmen hat man

$$\log \text{Strſ. AB} = \log \text{S AB} + \log \sin \beta$$
$$\log \text{Strk. AB} = \log \text{S AB} + \log \text{Coſin } \beta.$$

Exempel.

$$\beta = 4^h\ 2$$
$$= 63^\circ\ 45'$$
$$\text{SAB} = 60{,}952 \text{ Achtellr.}$$

Alſo

$$\log \sin 4^h\ 2 = 0{,}6533075 - 1$$
$$\log \sin 60{,}952 = 1{,}7849880$$

$$\log \text{Strſ. AB} = 1{,}4382955$$
Giebt Strſ. AB = 27,434 Achtellr.
= 3 Lr. 3,434 Achtellr.

Dieſer gefundene Streichungſinus iſt nun poſitiv oder negativ, nachdem es β iſt (279, 280).

§. 283.

I. Wenn

$$+\beta < R;$$

ſo iſt Strſ. AB, und Strk. AB poſitiv; iſt aber

$$+\beta > R;$$

ſo iſt Strſ. AB poſitiv und Strk. AB negativ.

Für

$$-\beta < R$$

hat man Strſ AB negativ, und Strk AB poſitiv, aber für

$$-\beta > R,$$

Strſ AB und Strk AB negativ (282, und eb. Tr. 3te Erklärung 4te Z.).

II. $\beta = \pm 0^h$, (§. 204)

giebt

$$\text{Strſ } AB = 0$$
$$\text{Strk } AB = \pm \text{S. } AB;$$
$$\beta = \pm 6^h \text{ (§. 204)}$$
$$\text{Strſ } AB = \pm \text{S. } AB$$
$$\text{Strk } AB = 0$$

(282, und eb. Tr. 2te Erklär. 8te Z., 3te Erklär. 3te Z.).

III. Weil $\sin 45° = \operatorname{Coſ} 45°$; ſo hat man nach dem 52ſten §. und eb. Tr. 3ten Erklär. 4ten Z. noch folgendes:

Wenn

$$\beta = + 3^h = + 45°; \text{ (§. 94):}$$

ſo iſt

$$1 - \text{Strſ } AB = \text{Strk } AB;$$

Aber für

$$\beta = - 3^h = - 45° \text{ (§. 95)}$$

iſt der poſitive Streichungskoſinus ſo groß wie der negative Streichungſinus.

Wäre nun

$$\beta = + 9^h = + (12^h - 3^h)$$
$$= + (180° - 45°);$$

ſo würde der bejahte Streichungſinus ſo groß wie der verneinte Streichungkoſinus ſeyn; hingegen für

$$\beta = - 9^h = - (12^h - 3^h)$$
$$= - (180° - 45°)$$

hat

hat man

Strſ AB = — Strk AB.

IV. Alles dieſes erhellet auch nach §. 280, wenn man in der 65ſten Figur die verſchiedenen Lagen der AB betrachtet. In ihr bedeutet AN der nördliche Theil der Mittagslinie SN, und WO die Linie, die ſie in A rechtwinklicht ſchneidet.

V. Wenn alſo einer Linie AB Streichung öſtlich, und kleiner als 6 Stunden iſt: ſo kommt ihr ein öſtlicher Streichungſinus und nördlicher Streichungkoſinus zu;

Iſt ſie aber größer: ſo hat ſie noch öſtlichen Streichungſinus aber ſüdlichen Streichungkoſinus.

Streicht ſie = SE 12 oder 0^h; ſo gehört ihr nur ein nördlicher Streichungkoſinus, ſo groß wie ihre Sohle;

Wäre ihr Streichen = Oſt 6^h; ſo hat ſie nur einen öſtlichen Streichungſinus, gleich ihrer Sohle.

Iſt aber der AB Streichung weſtlich und kleiner als 6 Stunden; ſo iſt ihr Streichungſinus weſtlich und Streichungkoſinus ſüdlich;

Iſt ſie hingegen größer; ſo kommt ihr ein weſtlicher Streichungſinus und nordlicher Streichungkoſinus zu.

Streicht ſie Weſt 12^h oder Mer 12; ſo hat ſie nur ſüdlichen Streichungkoſinus, ſo groß wie ihre Sohle;

Hingegen bey der Streichung W 6^h nur weſtlichen Streichungſinus, ebenfalls ihrer Sohle gleich.

§. 284.

I. Da die Magnetnadel leicht zu Fehlern geneigt iſt, und ſonſt viele Unbequemlichkeiten mit ihr verbunden ſind: ſo war es nöthig, auf Methoden zu denken, die entweder des Compaſſes Gebrauch ganz oder doch zum Theil entbehrlich machten.

II. Hiezu nun dienen die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe.

Durch dieſe wird man in den Stand geſetzt, nicht nur ohne Compaß Grundriſſe zu fertigen, ſondern auch die meiſten Markſcheideraufgaben blos durch Rechnung aufzulöſen: alſo viel genauer, als in den mehreſten Markſcheidebüchern gelehrt und von den meiſten Markſcheidern noch ausgeübt wird.

III. Der Herr Oberberghauptmann **von Oppel** hat, in dem Anhange zu ſeiner Markſcheidekunſt, auch zu dieſer Abſicht eine Methode angegeben, die mit der hier (II) viel Aehnlichkeit hat, aber nicht ſo bequem iſt.

IV. Dieſe hier (II) haben wir dem Herrn Bergmeiſter **Scheidhauer**, in Freyberg, nebſt vielen andern Verbeſſerungen der Markſcheidekunſt zu verdanken.

Sie ſind zwar durch den Druck noch nicht bekannt, auſſer, ſo viel ich weiß, zwo Abhandlungen, die ſich in der Anzeige von der **Leipziger ökonomiſchen Societät** in der Michaelismeſſe 1772 S. 90 u. f. finden.

Die erſte iſt die im 55. §. erwähnte, die andere aber eine Auflöſung, durch Zeichnung und Rechnung, der Aufgabe: Das Streichen und Fallen eines Ganges aus drey auf demſelben gegebenen Punkten zu beſtimmen. Sie iſt ſehr deutlich vorgetragen, ihr aber kein Beweis beygefügt.

Ueberhaupt hat der Herr Bergmeiſter **Scheidhauer** in einem ſich verfertigten Manuſcripte von den mehreſten Aufgaben, die in der Markſcheidekunſt vorkommen können, vollſtändigere Auflöſungen, durch Rechnungen, aber meiſt ohne Beweis gegeben, dabey oft welche durch Zeichnungen beygefügt.

Dieſes Manuſcript enthält, wie gedacht, ſehr ſchätzbare Beyträge zur Markſcheidekunſt, welche durch den Druck gemeinnütziger werden würden, und jedem

Mark=

Markſcheider, dem es nur um eine richtige Ausübung ſeiner Kunſt zu thun iſt, nicht anders als willkommen ſeyn müſſen.

Zu deſſen Gebrauch wird weiter nichts erfordert, als daß man die nöthigen Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie wiſſe, auſſerdem die Einrichtung der Markſcheiderwerkzeuge und wie man ſich ihrer zu bedienen habe. —

V. Wer nicht allemal nach dem 282. §. Streichungſinus und Streichungkoſinus berechnen will, kann ſich, (nach Art des 264. §.) **Streichungſinus und Streichungkoſinus Tafeln** fertigen.

Wenn nämlich

$$\text{S.}\,AB = P + Q + R \ldots.;$$

ſo iſt

$$\text{Strſ}\,AB = P\,\text{ſin}\,\beta + Q\,\text{ſin}\,\beta + R\,\text{ſin}\,\beta + \ldots$$
$$\text{Strk}\,AB = P\,\text{Coſ}\,\beta + Q\,\text{Coſ}\,\beta + R\,\text{Coſ}\,\beta + \ldots$$

Daher dürfen ebenfalls nur die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe der Theile, aus den ſich die gegebene Sohle jeder Linie AB allemal zuſammen ſetzen läßt, in die Tafeln gebracht werden.

VI. Da nun

$$\text{ſin}\,(3^h - \beta) = \text{Coſ}(3^h + \beta$$
$$\text{Coſ}(3^h - \beta) = \text{ſin}\,(3^h + \beta:$$

So iſt

$$\text{S.}\,AB \times \text{ſin}\,(3^h - \beta) = \text{S.}\,AB \times \text{Coſ}(3^h + \beta)$$
$$\text{S.}\,AB \times \text{Coſ}(3^h - \beta) = \text{S.}\,AB \times \text{ſin}\,(3^h + \beta).$$

Hat man folglich für die erſten drey Stunden die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe berechnet (V); ſo hat man ſie alle berechnet.

VII. **Tafeln für die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe ſind wirklich berechnet**, wiewohl noch keinem Markſcheidebuche bey= oder ſonſt gedruckt, worden.

Dergleichen Berechnung iſt unter andern von dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer geſchehen. Er hat ſie ſehr bequem und für jedem Markſcheider brauchbar, auf ähnliche Art, wie ſeine Sohlen- und Seigerteufentafeln (§. 264, X), eingerichtet*).

Man bedient ſich ihrer ſeit nicht gar zu langer Zeit, vornehmlich in Freyberg, mit gutem Erfolg.

VIII. Der itzige Geſchworne der Bergamtsrefier des Neuſtädtiſchen Kreiſes, Herr **Lindig**, dem ich die erſten Begriffe der Markſcheidekunſt und ſonſt vieles zu verdanken habe, hat auch ſolche Tafeln berechnet, iſt aber dabey der **Oppeliſchen** Methode (III) gefolgt, weil ihm dazumal die des Herrn Bergmeiſter **Scheidhauers** nicht bekannt war.

IX. Uebrigens erſtreckt ſich das, was im 264. §. XIX von Berechnung der Sohlen und Seigerteufen geſagt worden, auch auf die Berechnung der Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe.

§. 285.

Aus dem Streichungſinus und Streichungkoſinus einer Linie AB, ihre Sohle und Streichen (42) zu finden.

Auflöſung.

$$1)\ \mathfrak{S}\,AB = \sqrt{[(\mathrm{Strſ}\,AB)^2 + (\mathrm{Strk}\,AB)^2]}$$

$$2)\ \mathrm{Tang}\,\beta = \frac{\mathrm{Strſ}\,AB}{\mathrm{Strk}\,AB.}$$

Beweis.

Für 1) erhellet die Sache aus Geom. 15te S., und § 57.

Für

*) Da ich dieſe Tafeln nicht bey der Hand habe: So kann ich von ihrer nähern Einrichtung hier nichts beybringen.

Für 2) aber ſo:

$$\frac{\text{Strſ AB}}{\text{Strk AB}} = \frac{\text{S AB} \times \sin \beta}{\text{S AB} \times \text{Coſ} \beta} \quad (282)$$

$$= \frac{\sin \beta}{\text{Coſ} \beta}$$

§. 286.

I. Aus poſitiven Streichungſinus und Streichungkoſinus findet ſich

$+\beta$ und $< R$;

Poſitiven Streichungſinus und negativen Streichungkoſinus

$+\beta$ und $> R$;

Negativen Streichungſinus und Streichungkoſinus

$-\beta$ und $< R$;

Negativen Streichungſinus und poſitiven Streichungkoſinus

$-\beta$, aber $> R$.

(285, 279, und eb. Trig. 4te Erklär. 1. Zuſ.).

II. Wenn alſo öſtlicher Streichungſinus und nördlicher Streichungkoſinus gegeben: So erhält man der Linie AB Streichen öſtlich und < 6 Stunden, aber größer aus öſtlichem Streichungſinus und ſüdlichem Streichungkoſinus.

Iſt ſüdlicher Streichungkoſinus und weſtlicher Streichungſinus gegeben: So erhält man das Streichen weſtlich und kleiner als 6 Stunden, aber größer bey nordlichen Streichungkoſinus und weſtlichen Streichungſinus.

III. Aus Strſ AB = 0, und poſitiven Streichungkoſinus, erhält man

$\beta = 0^h$,

aber

$$\beta = -6^h \ (204)$$

wenn der Streichungkoſinus negativ.

Iſt der Streichungkoſinus = o, und der Streichungſinus poſitiv: So ergiebt ſich

$$\beta = 0^h$$

und

$$\beta = -0^h, \ (204)$$

wenn der Streichungſinus negativ.

Hat man

$$+ \text{Strſ}\,AB = + \text{Strk}\,AB:$$

So findet ſich

$$\beta = +45^\circ$$
$$= +3^h,$$

hingegen

$$\beta = -3^h \ (204)$$

wenn der negative Streichungſinus ſo groß wie der poſitive Streichungkoſinus gegeben.

Aus dem negativen Streichungkoſinus und poſitiven Streichungſinus, beyde gleich groß, ergiebt ſich

$$\beta = 180^\circ - 45^\circ$$
$$= +12^h - 3^h$$
$$= +9^h;$$

Aber aus

$$- \text{Strk}\,AB = - \text{Strſ}\,AB$$

erhält man

$$\beta = -(180^\circ - 45^\circ)$$
$$= -(12^h - 3^h)$$
$$= -9^h,$$

(283, 285).

§. 287.

Wenn von den vier Größen in 285 oder 282, zwo gegeben ſind: So laſſen ſich daraus die übrigen finden.

Man hat daher noch folgende brauchbare Formeln:

1) ſin

1) $\sin\beta = \frac{\text{Strſ AB}}{\text{S. AB}}$

2) $\text{Strk AB} = \sqrt{[(\text{S AB})^2 - (\text{Strſ AB})^2]}$

3) $\text{S. AB} = \frac{\text{Strſ AB}}{\sin\beta}$

$= \text{Strſ AB} \times \text{Coſec}\,\beta$

4) $\text{Strk AB} = \text{Strſ AB. Cot}\,\beta$

5) $\text{Coſ}\,\beta = \frac{\text{Strk AB}}{\text{S. AB}}$

6) $\text{Strſ AB} = \sqrt{[(\text{S AB})^2 - (\text{Strk AB})^2]}$

7) $\text{S. AB} = \frac{\text{Strk AB}}{\text{Coſ}\,\beta}$

$= \text{Strſ AB. ſec}\,\beta$

8) $\text{Strſ AB} = \text{Strk AB. tang}\,\beta.$

§. 288.

Es ſeyen AB, BC, AC (Fig. 66) **Linien wie** §. 271:

So iſt die Summe der Streichungſinuſſe von AB, BC, = dem Streichungſinus von AC, und die Summe der Streichungcoſinuſſe von AB, BC, = dem Streichungkoſinus von AC.

Beweis.

Die Sohlen von AB, BC, AC, ſeyen (Fig. 66, 67) Ab, bc, Ac;

Durch A und b gehe die Mittagslinie NS, und die dieſe rechtwinklicht ſchneidende WO.

Man fälle von b, c auf NS die Lothe bf, cd, ce und von c auf WO die Perpendikel cp, cg:

So hat man

bf = Strſ AB	bq = Strk AB
cd = Strſ BC	cp = Strk BC
ce = Strſ AC	cg = Strk AC.

 Nun

Nun iſt, (Fig. 66)

$$ce = cd + de,$$

aber

$$cd = bf,$$ (Geom. 12ten S. 3te Z.):

Folglich

$$ce = cd + bf.$$

Ferner:

$$cg = cp + pg$$

und

$$pg = bq:$$

Folglich

$$cg = bq + cp.$$

Die 66ſte Figur iſt nur für den Fall gezeichnet, wenn alles poſitiv iſt. Es können aber der Linien AB, BC Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe alle negativ, oder theils verneint und theils bejaht ſeyn. Für alle Fälle aber läßt ſich der Beweis auf ähnliche Art führen.

Z. B. ſey (Fig. 67) der Linie BC Streichungſinus negativ, ihr Streichungkoſinus aber poſitiv, und der Streichungſinus und Streichungkoſinus von AB ſey, wie vorhin: So iſt

$$\begin{aligned} ce &= de - cd \\ &= bf - cd \\ &= bf + (-cd) \end{aligned}$$

und

$$cg = cp + bq.$$

§. 289.

Aus der Linien AB, AC Streichungſinus und Streichungkoſinus genannte Größen von BC zu finden.

Auflöſung.

Da

Strſ. AB + Strſ BC = Strſ AC:

So

So iſt

Strſ BC = Strſ AC -- Strſ AB.

Oder, weil

Strſ AB = — Strſ BA

alſo

— Strſ AB = Strſ BA:

ſo iſt auch

Strſ BC = Strſ AC + Strſ BA

dem vorigen § gemäß, wenn man von B nach A, und dann nach C geht.

Ferner:

Strk AB + Strk BC = Strk AC:

Alſo:

Strk BC = Strk AC — Strk AB

= Strk AC + Strk BA

(288, 281).

§. 290.

Es ſeyen (Fig. 63) AB, BC, CD .... EF, und AF Linien, wie § 273:

So giebt die Summe der Streichungſinuſſe dieſer Linien AB, BC ..... EF, den Streichungſinus von AF, und die Summe jener Linien Streichungkoſinuſſe, dieſer Linie Streichungkoſinus, (288).

XII.

Einige allgemeine Kenntniſſe zu Anwendung der Geometrie auf Klüfte und Gänge.

§. 291.

Die Neigung einer Ebne A iſt der Winkel, den ſie mit einer ſöhligen Ebne macht.

Gewöhnlich nennt man ihn ihr Fallen.

Dieſe Donlegen rechter Hand, wachſen alſo vom Ende bis an den Anfang der Tafeln.

VI. Zwiſchen dieſen Columnen befinden ſich welche überſchrieben mit Zahlen, die Lachter und deſſen Theile anzeigen.

Z. E. die Oppeliſche Ueberſchrift iſt die in (II); die Weidleriſche: $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 20, wovon die acht letzten Zahlen ganze Lachter, die erſten viere aber Theile des Lachters bedeuten.

VII. In jeder ſolcher Columne nun (VI) ſtehen für die in der Ueberſchrift angezeigten wahren Abſtände (18), Seigerteufen, die, den Donlegen, bey einigen Tafeln in der linken Seitencolumne, bey einigen in der rechten, zugehören; oder Sohlen, die den Neigungen, bey jenen Tafeln in der rechten Seitencolumne, bey dieſen in der linken zu kommen (III).

VIII. Will man alſo Seigerteufen wiſſen, ſo ſucht man die Donlegen linker oder rechter Hand (VII), bey Sohlen aber zur rechten oder linken (VII).

IX. Dieſe Sohlen und Seigerteufen ſind bey einigen nur bis auf Zehntheile, bey andern aber, wie in den Oppeliſchen, auf 100 Theile von Lachterzollen angegeben.

Ueberhaupt ſind in den Oppeliſchen Tafeln die Sohlen und Seigerteufen in Zollen und deren Hundertheilen ausgedruckt, welches bey andern bekannten nicht geſchehen iſt. Das Oppeliſche Verfahren aber iſt beſſer, wie man leicht überſieht.

X. Dieß iſt die weſentliche Einrichtung der Sohlen- und Seigerteufentafeln. Mehreres von ihnen findet man in Herrn Hofrath Kaͤſtners Markſcheidekunſt 10te Anmerk. u. a.

Unter den bisher bekannten Sohlen- und Seigerteufentafeln ſind die Opeliſchen die beſten.

Man findet ſie auch in Böhmens Feldmeßkunſt S. 289 u. f., aber nur von 15′ zu 15′, und die beyden Columnen $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ Zoll (VI) weggelaſſen.

Die Oppeliſchen Tafeln werden von den, die der Herr Bergmeiſter Scheidhauer berechnet hat, weit übertroffen.

Man hat bey dieſen die Sohlen und Seigerteufen für wahre, in 8 und 10 theilichtes Lachtermaaß ausgedruckte Abſtände neben einander beyſammen; ſie ſind für letztere auf fünf Decimalſtellen des Lachters, für erſtere aber auf viere gerechnet.

XI. Den Gebrauch ſolcher Tafeln nach den Oppeliſchen zu zeigen, (oder VIII) zu erweitern) mag das Exempel im 263. § dienen.

XII. Um nach genannten Tafeln alſo die Seigerteufe für 28 $\frac{5}{8}$ Lachter 9 $\frac{1}{2}$ Zoll und 69° 25′ zu finden, ſucht man darinne die gegebenen 69° 25′ in der Columne (IV, V) auf, wo Seigerteufe beygeſchrieben ſteht, und merket, auf welche Zeile ſich dieſe finden.

XIII. Hierauf zerlegt man die gegebenen 28 $\frac{5}{8}$ Lachter 9 $\frac{1}{2}$ Zoll in ſolche Theile, deren Seigerteufen in den Tafeln ſtehen (II); Das iſt in $(10 + 10 + 4 + 4 + \frac{4}{8} + \frac{1}{8})$ Lachter $+ (5 + 4 + \frac{2}{4})$ Zoll.

XIV. Nun nimmt man für dieſe Theile aus der gefundenen Zeile (XII) die einzelne Seigerteufe, und macht ihre Summe.

Die Rechnung iſt folgende.

Lachter	10	geben	748,93	Zolle
	10	=	748,93	=
	4	=	299,57	=
	4	=	299,57	=
	$\frac{4}{8}$	=	37,44	=
	$\frac{1}{8}$	=	9,36	=

$$\text{Zolle}\begin{cases}5 \text{ geben } 4,68 \text{ Zolle}\\ 4 \quad = \quad 3,74\\ \frac{2}{4} \quad = \quad 0,47\end{cases}$$

Seigert. 2152,69 Zolle
= $26\frac{7}{8}$ Lachter 2, 69 Zoll.

Im Exempel des 263ſten §s iſt $26\frac{7}{8}$ Lachter 2, 7 Zoll gefunden worden.

XV. Man ſieht, daß die Rechnung im 263ſten § eben ſo kurz, wo nicht kürzer, iſt. Dies wird man allemal ſo finden. Zum Beiſpiele mag noch folgendes dienen.

Für $13\frac{5}{8}$ Lachter und 34° die Seigerteufe zu ſuchen.

XVI. Nach den Oppeliſchen Tafeln:

$$\text{Lachter}\begin{cases}10 \text{ geben } 447,35 \text{ Zoll}\\ 3 \quad = \quad 134,21\\ \frac{4}{8} \quad = \quad 22,37\\ \frac{1}{8} \quad = \quad 5,59\end{cases}$$

Sgt. 609,52 Zolle
= 60,952 Achtellr.

XVII. Nach dem 263 §.

$$\begin{aligned}\log 109 &= 2,0374265\\ \text{ſin } 34^\circ &= 0,7475617 - 1\\ \hline &\ \ 1,7849882\end{aligned}$$

Giebt Sg. = 60, 952. Achtellr.

XVIII. Auch die Rechnung in XVII iſt eben ſo kurz, als die in XVI; wiewohl daſelbſt die Seigerteufe nur aus 4 Gliedern zuſammengeſetzt wurde.

XIX. Nach der Rechnung in XVI, XIV, findet man allemal die Seigerteufe gleich ſelbſt, und mittelſt des Herrn Bergmeiſter Scheidhauers Tafeln in zehn- und hunderttauſendtheile des Lachters; Nach der Rechnung, wie in XVII, aber den Logarithmen, den man

erſt

erſt aufſuchen muß. Nach jener Rechnung braucht man zwar nur einmal die Größe aufzuſuchen, die man braucht; Nach dieſer hingegen muß dies durch dreymaliches Aufſuchen geſchehen.

Indeſſen werden doch dieſe Exempel, die ſich auch in Kåſtners Markſcheidekunſt a. O. befinden, Anfångern zeigen, daß ſie, wenn ſie z. E. die Schulziſche Sammlung mathematiſcher Tafeln beſitzen, auch bequem und genau Sohlen und Seigerteufen berechnen können, wenn ſie nur mit dieſen Tafeln gehörig umzugehen wiſſen; welches aber nicht von jedem Markſcheider verlangt werden kann.

§. 265.

Einer ſteigenden Linie Seigerteufe heißt ſteigend, einer fallenden aber fallend.

§. 266.

Nach §. 135 und eb. Tr. 3. Erkl. 4. Zuſatze ſind die ſteigenden Seigerteufen bejaht, die fallenden aber verneint.

Jene werden wir daher mit + dieſe mit − bezeichnen.

§. 267.

Wenn der Linie AB Seigerteufe

$$\pm S$$

iſt; ſo iſt der Linie AB ihre

$$\mp S$$

(266, 136).

§. 268.

Aus der gegebenen Sohle und Seigerteufe einer Linie AB, ihre Größe l, und Neigung α zu finden.

Auflöſung.

$$1)\ l = \sqrt{[(\text{Sg. AB})^2 + (\text{S. AB})^2]}$$

$$2)\ \text{Tang}\ \alpha = \frac{\text{Sg. AB}}{\text{S. AB}}$$

Beweis.

Für 1)

erhellet die Sache aus dem 29ſten §, und Geometrie, 15te S.; für

2) aber, daß (nach 263)

$$\frac{Sg.\ AB}{Soh.\ AB} = \frac{l\ \sin\alpha}{l\ Cos\alpha}$$

$$= \frac{\sin\alpha}{Cos\alpha}$$

§. 269.

Die im vorigen § gefundene Tangente iſt, wenn die Seigerteufe fallend, negativ (266) und gehört in ſo ferne einem ſtumpfen Winkel zu (eb. Tr. 4te Erkl. 1ſte Z.); Sein ſpitziger Nebenwinkel iſt aber der, den der Gradbogen für der Linie AB negativen Neigung geben wird.

§. 270.

Wenn von den 4 Größen im 263 § oder 268 § zwo bekannt ſind, ſo kann man daraus die übrigen finden.

Daher hat man noch folgende in der Markſcheidekunſt brauchbare Formeln

1) $S.\ AB = \sqrt{(l^2 - (Sg.\ AB)^2)}$

2) $\sin\alpha = \frac{Sg.\ AB}{l}$

3) $Sg.\ AB = \sqrt{(l^2 - (S.\ AB)^2)}$

4) $Cos.\ \alpha = \frac{S.\ AB}{l}$

5) $l = \frac{Sg.\ AB}{\sin\alpha}$

$= Sg.\ AB\ Cosec\ \alpha$

6. Soh.

$$6)\ \text{Soh. AB} = \frac{\text{Sg. AB}}{\text{Tg}\ \alpha}$$
$$= \text{Sg. Ab} \times \text{Cot}\ \alpha$$

$$7)\ l = \frac{\text{Soh. AB}}{\text{Coſ}\cdot\alpha}$$
$$= \text{S. AB} \times \text{ſec}\ \alpha$$

$$8)\ \text{Sg. AB} = \frac{\text{S. AB}}{\text{Cot}\ \alpha}$$
$$= \text{S. AB} \times \text{Tg}\ \alpha.$$

§. 371.

Es ſeyen (Fig. 61, 62) AB, BC, zwo Linien, von denen der einen AB Endpunkt B mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden iſt.

Man ziehe den Anfangspunkt A der erſten Linie AB mit dem Endpunkte C der andern BC durch eine gerade Linie AC zuſammen:

So iſt die Summe der Seigerteufen dieſer Linien AB, BC, = der Seigerteufe von AC, und die Summe jener Linien Sohlen, = der Sohle der Linie AC.

Beweis.

Man lege durch A, B, ſöhlige Ebnen, fälle auf ſie von B, C die Lothe BD, CF, CE, und ziehe BF, AE:

So iſt

BD = Seig. AB	AD = S. AB
CF = Sg. BC	BF = S. BC
CE = Sg. AC	AE = S. AC

Nun können die Seigerteufen von AB und BC entweder

1) beyde ſteigend, oder
2) beyde fallend, oder
3) die eine ſteigend, und die andere fallend ſeyn.

dem es die gegebene iſt. Im zweyten Falle muß man von ihr 2 R = 12 St. abziehen: der Reſt iſt das verlangte Streichen, und zwar öſtlich oder weſtlich, nachdem das gegebene Streichen weſtlich oder öſtlich iſt.

II. Iſt auſſer bCa das Streichen und deſſen Beſchaffenheit derjenigen von den Linien Ca, Cb, die der andern Cb zur linken liegt, gegeben:

So findet ſich das Streichen dieſer andern, wenn man den gegebenen Winkel von dem gegebenen Streichen abzieht.

Die Differenz iſt entweder poſitiv oder negativ, nachdem nämlich der gegebene Winkel kleiner oder größer als das gegebene Streichen.

Im erſten Falle iſt genannter Unterſchied ſelbſt das verlangte Streichen, und zwar öſtlich oder weſtlich, nachdem es das gegebene iſt; Im zweyten Falle muß man ihn von 2 R = 12 St. abziehen: Der Reſt iſt das geſuchte Streichen, und zwar öſtlich oder weſtlich, nachdem das gegebene weſtlich oder öſtlich iſt.

Beweis.

Für I.

NCb (Fig. 46) ſey der Cb öſtliches Streichen: So iſt der Cb zur rechten liegenden Linie Ca öſtliches Streichen

$$NCa = NCb + bCa.$$

So lange nun bCa′ > bCS, daß alſo Ca auf die weſtliche Seite von SN in Ca′ fällt: So giebt NCb + bCa′ den erhabenen Winkel NCa′ = 2 R + SCa′, wo SCa′ der Ca′ weſtliches Streichen iſt: Alſo iſt

$$NCb + bCa' = 2R + SCa';$$

folg-

folglich

$$NCb + bCa' - 2R = SCa'.$$

In der 47ſten Figur iſt der Ca' rechter Hand liegenden Linie Cb weſtliches Streichen

$$bCS = SCa + aCb.$$

Kommt Cb in die Lage Cb': So erhält ſie öſtliches Streichen NCb': Aber

$$2R + NCb' = b'Ca + aCS:$$

Alſo

$$NCb' = b'Ca + aCS - 2R.$$

Für II.)

Der Ca (Fig. 46) öſtliches Streichen NCa ſey > bCa: So iſt der Ca zur Linken liegenden Cb Streichen, oder

$$NCb = NCa - bCa.$$

Kommt nun Cb in die Lage Cα: So erhält ſie weſtliches Streichen βCS, und βCa > NCa. Aber

$$\beta CS = 2R - \beta CN,$$

und

$$\beta CN = \beta Ca - NCa:$$

Alſo

$$\beta CS = 2R - \beta Ca + NCa$$
$$= 2R + NCa - \beta Ca.$$

Iſt (Fig. 47) der Cb weſtliches Streichen SCb und > aCb: So iſt der Cb zur linken liegende Ca weſtliches Streichen, oder

$$SCa = SCb - aCb:$$

Kommt Ca in eine Lage wie Ca': So erhält ſie öſtliches Streichen a'CN, und a'Cb' > SCb.

Nun iſt

$$NCa' = 2R - a'CS;$$

Aber

$$a'CS = a'CB - SCb:$$

Alſo

$$NCa' = 2R + SCb - aCb.$$

§. 257.

Exempel zu I.

$bCa = 9^h\,3,$

der Cb Str. $= 7^h\,5$ öſtlich:

Alſo der Cb ihres

$= 9^h\,3 + 7^h\,5 - 12$

$= 7^h - 12^h$

$= 5^h$ und weſtlich.

§. 258.

Was im 256ſten § von ſöhligen Linien geſagt worden, gilt auch von den durch ſie laufenden ſeigern Ebnen, und von jeder in dieſen Ebnen liegenden ſchiefen Linie (41).

§. 259.

Den Winkel ACB (Fig. 59) von gezogenen Schnüren CB, CA anzugeben, wenn man Stücken Ca, Cb ſeiner Schenkel aus deſſen Spitze C meſſen kann.

Aufloſung.

I. Man meſſe auf den Schnüren aus des Winkels Spitze Stücken Ca, Cb, desgleichen die Sehne ba ſo genau als möglich.

Auf die Art erhält man die drey Seiten eines Dreyecks aCb, wodurch man nach eb. Tr. 20. S. den Winkel C finden kann.

II. Dieſe Linien genau zu meſſen, könnte man ſich des Lachterſtabes bedienen, auf dem aber die ganzen oder halben Achtellachter in 1000 gleiche Theile getheilt ſeyn müßten.

Braucht man die Lachterkette, ſo muß man auf gutem Holze oder Meſſing ein Achtellachter, oder halbes Achtellachter in 1000 Theile getheilt, bey ſich führen.

III. Da auf des Winkels C Schenkel die Stücken Ca, Cb willkührlich genommen werden können; ſo iſt

es

es vortheilhaft, jedes zehn Achtellachter lang zu machen, die Sehne auch mit Achtellachtern und Tauſendtheilen des Achtellachters zu meſſen.

Darf man nicht ſo lange Stücken nehmen, ſo könnte man jedes fünf Achtellachter machen, und bey Abmeſſung der Sehne ſich der ganzen und der halben Achtellachter in Tauſendtheile getheilt, bedienen.

Dies räth Herr Hofrath Kästner (Markſcheidekunſt 11. Anm.).

IV. Durch jedes dieſer Verfahren (III) erhält man des Dreyecks aCb gleiche Schenkel, jeden 10000, und die Grundlinie ba in Zehntauſendtheilen.

V. Man findet aber ba nur in Tauſendtheilen (II), wenn man jeden des Dreyecks aCb Schenkeln nicht einmal fünf Achtellachter lang nehmen darf, welches dem Markſcheider oft begegnet.

VI. Wenn man Ca = Cb nimmt: ſo iſt ab die Sehne des Winkels für den Halbmeſſer Ca. Alſo ½ ab der Sinus für genannten Halbmeſſer.

Hat man nun dieſen = 10000 (IV); ſo erhält man C,

Wenn man die gemeſſene Sehne ab halbirt;

Dieſe Hälfte als einen Sinus für den Sinustotus = 10000 anſieht;

Das iſt, unter den Sinuſſen, wie ſie in den gewöhnlichen Tafeln für den Halbmeſſer zehn Millionen ſtehen, den aufſucht, deſſen höchſte Ziffern, die drey niedrigſten abgeſchnitten, dieſer Hälfte am nächſten kommen.

Der Winkel, der dieſem Sinus zugehört, verdoppelt, giebt den geſuchten.

VII. Kann man das Verfahren (III) nicht anbringen: So läßt ſich doch allemal Ca = Cb machen.

In dieſem Falle findet ſich der Winkel C nach eb. Tr. 8. S. I.

Es iſt nämlich

$$\sin \tfrac{1}{2} C = \frac{r \cdot \tfrac{1}{2} ab}{Ca}.$$

VIII. Exempel, für VI. *)

Für

$$Ca = Cb = 10000,$$

ſey

$$ab = 11387;$$

ſo iſt

$$\tfrac{1}{2} ab = 5693,5$$

Aber

$$\sin 34^\circ 42' = 5692795$$
$$\sin 34^\circ 42' = 5695186.$$

Wenn man von jeden dieſer Sinuſſe die drey niedrigſten Ziffern abſchneidet: ſo fällt die halbe Sehne zwiſchen beyde, und ziemlich nahe an der kleinern.

Man nehme alſo ſeinen Winkel für des geſuchten Hälfte an: ſo iſt der geſuchte

$$C = 69^\circ 24'.$$

VIII. So lange man den halben Winkel kleiner als 75° findet, ſo lange hat man ihn innerhalb einer Minute, folglich den ganzen innerhalb zwo Minuten; weil (wie die trigonometriſchen Tafeln zeigen) bis ſo weit die Sinus ſich in Zehntauſendtheilgen des Sinus totus ändern, indem ſich die Bogen um einzelne Minuten ändern.

Ueberdies ſieht man leicht, welcher der beyden Minuten, zwiſchen die er fällt, der halbe Winkel am nächſten liegt, und alſo, welcher ſeiner Gränzen der Ganze am nächſten ſeyn wird.

IX. Fände

*) Aus Käſtners Markſcheidekunſt, 11. Anm. 18.

IX. Fände man den halben Winkel > 75°: ſo hätte man ihn in einer Ungewißheit von 2 und mehrere Minuten; folglich den ganzen mit doppelt ſo vieler.

X. Man muß daher ſolche Winkel ſo viel als möglich zu vermeiden ſuchen, oder den ſtumpfen durch eine, genau in ſeiner Ebne gezogene, Schnur theilen, und jeden einzeln finden.

Stumpfe Winkel, beſonders große, hat man auch in alle den Fällen, zu entgehen, wo man auf des Winkels Schenkel nicht ſo große Stücken nehmen darf (V), wie (III) erfodert.

XI. Hätte man das ganze oder halbe Achtellachter (III) nur in Hunderttheile getheilt: ſo erhielte man die Sehne des ganzen Winkels, oder den Sinus des halben, nur in Tauſendtheilen des Sinus totus.

Solche Sinuſſe finden ſich aus den Tafeln, wenn man daſelbſt von jedem die vier niedrigſten Ziffern abſchneidet (eb. Tr. 1. S.).

Man erhält aber dadurch den halben Winkel, wenn er über 10 Grad beträgt, um 2 bis 3 Minuten zu groß oder zu klein, und alſo den ganzen um 4 bis 6 Minuten. Allemal genauer als ſich der Markſcheider ſonſt gefallen läßt. Doch bey ziemlich ſtumpfen Winkeln würde man einen Fehler von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Grade begehen. Dieſe kann man aber vermeiden, oder theilen, oder verſuchen, ihre Nebenwinkel zu meſſen.

XII. Wer eine Sehnentafel für den Halbmeſſer zehntauſend hat, darf nur, um den ganzen Winkel gleich ſelbſt zu finden, die gemeſſene Sehne (III) darinne aufſuchen, oder die, die ihr am nächſten kommt. Der dabey ſtehende Winkel iſt der verlangte.

Eine ſolche Tafel lieſſe ſich nach eb. Tr. 9. S. für Sehnen von 2 zu 2 Minuten fertigen.

XIII. Den

XIII. Den Winkel C zu beſtimmen, wenn man nicht aus ſeiner Spitze meſſen kann, lernt man in Herrn Hofrath Käſtners Markſcheidekunſt 11te Anmerkung, wonach auch meiſt das bisherige vorgetragen iſt.

Der Markſcheider zieht mit Vortheil ſeine Schnuren meiſt ſo, daß man aus C meſſen kann. Daher habe ich hier nur dieſen Fall betrachtet.

§. 260.

Aus dem Winkel g, den zwo ſchiefe Linien einſchlieſſen (259), und ihren Neigungen p, q, den ihnen zugehörigen ſöhligen Winkel h zu finden, d. i. der, den die durch dieſe Linien laufenden ſeigere Ebnen mit einander machen, oder in der Markſcheiderſprache, den der Schnuren Sohlen begränzen.

Auflöſung.

Für den Sinus totus = r hat man

$$\sin \tfrac{1}{2} h = \sqrt{\left(\frac{\sin \frac{1}{2}(g+p-q)\ \sin \frac{1}{2}[g-(p-q)].\ r^2}{\operatorname{Cos} p,\ \operatorname{Cos} q}\right)}.$$

Beweis.

JKH (Fig. 60) ſey der gemeſſene Winkel g (259); Durch ſeine Schenkel HK, JK gehen die ſeigern Ebnen HKF, JKA, welche die ſöhlige Ebne durch K in KF, KA ſchneiden:

So iſt

AKF = h;
HKF = p;
JKA = q;

Nun

Nun ſey KE vertikal, und mit KF = KA = KJ = KH = KE = r die Bogen AJE, FHE, JH beſchrieben:

So iſt in dem ſphäriſchen Dreyeck JHE bekannt

$$\left.\begin{array}{l} HE = 90^\circ - p \\ JE = 90^\circ - q \end{array}\right\} \text{(Geom. 50. S. 2. Z.)}$$
$$HJ = g,$$

und der ſphäriſche Winkel JEH = h (Geom. 52. S. 4. Z.) wird geſucht:

Dieſer läßt ſich folglich vermöge ſphär. Trig. 8ten Satzes 33 finden, und es iſt alſo

dort	b	a	p	B
hier	g	$90^\circ - q$	$90^\circ - p$	h

und

$$a - p = p - q;$$

alſo

$$\sin \tfrac{1}{2} h =$$
$$\sqrt{\left(\frac{\sin \frac{1}{2}[g + (p - q)] . \sin \frac{1}{2}(g - (p - q)) . r^2}{\sin (90^\circ - q) \sin (90^\circ - p)}\right)};$$

Aber

$$\sin (90^\circ - q) = \operatorname{Coſ} q$$
$$\sin (90^\circ - p) = \operatorname{Coſ} p.$$

§. 261.

I. Die in der Aufloſung gegebene Formel ſteht auch in Herrn Hofrath Käſtners Markſcheidekunſt, 12te Anmerk. 42 ꝛc., vorher (41) aber in Worte für den der keine ſphäriſche Trigonometrie weiß, welches man den Markſcheidern wohl nicht nachſagen kann.

II. Das Nöthige, was noch hieher gehört, werde ich aus angeführtem Buche kürzlich beybringen.

III. Exem-

III. Exempel. Es ſey

$$g = 75^\circ\ 30'$$
$$p = 50^\circ\ 30'$$
$$q = 23^\circ\ 30'$$

ſo iſt

$$g + (p - q) = 102^\circ\ 30',\ \text{halb}, = 51^\circ\ 15'$$
$$g - (p - q) = 48^\circ\ 30' \ldots = 24^\circ\ 15'$$
$$\log \sin \tfrac{1}{2}(g + p - q) = 9,8920303$$
$$\log \sin \tfrac{1}{2}[g - (p - q)] = 9,6135446$$
$$\log r^2 = 2 \log r = 20,$$

$$\text{Summe} = 39,5055749 = M$$
$$\log \operatorname{Coſ} p = 9,8035105$$
$$\log \operatorname{Coſ} q = 9,9623978$$

$$\text{Summe } 19,7659083 = N$$
$$M - N = 19,7396666.$$

Dies halb genommen, iſt

$$\log \sin \tfrac{1}{2} h = 9,8698333, \text{ und}$$
$$\text{giebt } \tfrac{1}{2} h = 47^\circ\ 49'\ 8''$$
$$\text{Alſo } h = 95^\circ\ 38'\ 16''$$

h erhält man genauer, wenn man bey $\frac{1}{2}$ h noch Sekunden durch Proportionaltheile (eb. Tr. 12te S.) ſucht.

So findet Herr Hofrath Käſtner (Markſcheidek. a. a. O. 43)

$$\tfrac{1}{2} h = 47^\circ\ 49'\ 8'',$$

und daher

$$h = 95^\circ\ 38'\ 16''.$$

IV. Bisher iſt ſtillſchweigend angenommen worden, daß beyde Linien ſteigen (131).

Steigt die eine und fällt die andere: ſo iſt jener Neigung poſitiv, oder ſie bleibt p, dieſer aber negativ (136), oder $-q$, und $-q$ kann $< p$ geſchätzt werden, wenn auch $-q$ mehr Grade enthalten ſollte (Ar. I, 95).

V. Exem-

V. Exempel. Der ſteigenden Linie Neigung ſey 12 Gr. 30 Minuten, der fallenden 12 Gr. 30 Minuten, und g = 50 Grade:

So iſt

$$p = 12^\circ 30'$$
$$q = -(20^\circ 30')$$
$$p - q = 12^\circ 30' - [-(20^\circ 30')]$$
$$= 12^\circ 30' + 20^\circ 30'$$
$$= 33^\circ$$

Alſo

$$g + p - q = 83^\circ,\ \text{halb} = 41^\circ 30'$$
$$g - (p - q) = 17^\circ,\ \text{„ „} = 8^\circ 30'.$$

Uebrigens führt ſich die Rechnung wie in III, woben man ſich aber erinnern muß, daß eines verneinten Winkels Coſinus, einerley mit des bejahten ſonſt gleichen Winkels ſeinen.

VI. Wenn beyde Linien fallen, ſo ſind ihre Neigungswinkel verneint (136), wo der, $-p$, am größten geſchätzt wird, der die wenigſten Grade enthält (Ar. I, 95).

VII. Exempel. Fällt alſo die eine Schnur

27 Gr. 30 Min.

und die andere

43 Gr. 15 Min.

ſo hat man in (260)

$$p = -(27^\circ 30')$$
$$= -(27^\circ + 30')$$
$$= -27^\circ - 30'$$

und eben ſo

$$q = -43^\circ - 15'$$

Alſo

$$p - q = +16^\circ - 15' \text{ (Ar. I, 98)}$$
$$= 15^\circ + 60' - 15'$$
$$= 15^\circ + 45'.$$

Iſt

Iſt nun

$$g = 50^\circ\, 20';$$

ſo hat man

$$g + (p - q) = 66^\circ\, 5',\ \text{halb}\ 33^\circ\, 2'\, 30''$$

$$q - (p - q) = 34^\circ\, 35',\ =\ =\ 17^\circ\, 17'\, 30''.$$

Wenn man hier die Sekunden nicht weglaſſen will, iſt es leicht, die Logarithmen der Sinuſſe der halben Winkel durch Proportionaltheile zu finden, weil man nur den Unterſchied der beyden nächſten Logarithmen, zwiſchen die ein ſolcher Logarithme fallen muß, halbiren darf (eb. Tr. 12. S.).

Uebrigens wird die Rechnung, wie in III geführt, nur muß man ſich des 4ten Zuſatzes der eb. Tr. 3te Erklärung erinnern.

VIII. Steigt die eine Linie, und die andere iſt ſöhlig: ſo darf man nur (in 260) dieſer Neigungswinkel, $q = 0$ ſetzen.

IX. Fällt eine Linie z. E. 12°, und die andere iſt ſöhlig: ſo iſt jener Neigung negativ, und dieſer $= 0$; Aber erſtere iſt kleiner als letztere (Ar. I, 95): Alſo darf man nur in (260 §), $p = 0$, und $q = -12^\circ$ ſetzen: daher hat man

$$p - q = 0 - (-12^\circ)$$
$$= + 12^\circ$$

Uebrigens führt ſich die Rechnung wie in III, wobey man ſich erinnern muß, daß $\mathrm{Cos}\, 0 = 1$.

X. Aus den bisherigen (IV . . . . . IX) ſieht man, daß in der Formel (260) fünf Fälle, alle, die bey zwo Linien in Anſehung ihrer Neigung vorkommen, enthalten ſind, wenn man nur die bejahten und verneinten Größen gehörig braucht.

XI. Uebrigens iſt hier noch zu erinnern, daß die Größen p, q und g ſo genau als möglich müſſen gemeſſen werden, weil ſonſt h mit einen nicht unbeträchtlichen Fehler gefunden wird.

X.

X.

Sohlen und Seigerteufen.

---

§. 262.

Die Seigerteufe einer Linie AB, oder deren Endpunkt B, wollen wir durch

Sg. AB. oder Sg. B

und ihre Sohle durch

S. AB; oder S. B

bezeichnen.

§. 263.

Die Größe der Linie AB = l und ihre Neigung = α iſt gegeben:

Man verlangt ihre Seigerteufe und Sohle.

Auflöſung.

Für den Sinus totus = 1 hat man

$$\left.\begin{array}{l} \text{Sg. AB} = l. + \text{ſin}\ \alpha \\ \text{S. AB} = l. + \text{Coſ}\ \alpha \end{array}\right\} (31)$$

oder

$$\log \text{Sg. AB} = \log l + \log \text{ſin}\ \alpha$$
$$\log \text{S. AB} = \log l + \log \text{Coſ}\ \alpha$$

Exempel.

Es ſey (Opp. Markſcheidek. §. 672)

$l = 28\frac{5}{8}$ Lr. $9\frac{1}{2}$ Zoll
$= 229,95$ Achtellr. (65)
$\alpha = 69^\circ\ 25'$.

So hat man

$\log 229,95 = 2,3616334$
$\log \text{ſin}\ 69^\circ\ 25' = 0,9713509 - 1$ (eb. Tr. 19. S. Vor.)

log Sg AB = 2,3329843.
Giebt Sg. AB = 215, 17 Achtlr.
= 26 Lr. 7, 27 Achtlr.
= $26\frac{7}{8}$ Lr. 2 Zolle 7 Pr.

Ferner:

log 229,95 = 2,3616334
log Coſ 69° 25′ = 0,5460110 — 1

log S. AB = 1,9076444;
Giebt S. AB = 80, 843 Achtlr.
= 10 Lr. 843 Achtlr.
= 10 Lr. 8 Zoll 43 Pr.

Kürzer läßt ſich die Rechnung ſo darſtellen:

log 229, 95 = 2, 3616334
ſin 69° 25′ = 0, 9713509 — 1
Coſ 0, 5460110 — 1

Sg. = 2, 3329843; 215, 17 Achtlr. = 26 Lr. 7, 27 A.

S. = 1, 9076444; 80, 843 A. = 10 Lr. 0, 843 A.

Zu dieſer Rechnung habe ich mich der größern logarithmiſchen Tafeln bedient. Aus den gemeinen findet man die Linien in einer Decimalziffer weniger.

§. 264.

I. Den Markſcheidern hat es beſchwerlich geſchienen, allemal nach vorigem § Sohle und Seigerteufe für jedes gegebene l und α zu berechnen.

Es ſind daher die ſo genannten und den Markſcheidern ſo bekannten Sohlen- und Seigerteufentafeln verfertiget worden, deren Berechnung eigentlich auf vorigen § beruhet.

II. Aber da für ein gegebenes α, und l = p + q + r.... die

$$Sg. = p \sin \alpha + q \sin \alpha + r \sin \alpha + \ldots$$

und

$$S. = p \cos \alpha + q \cos \alpha + r \cos \alpha + \ldots$$

So iſt es nicht nöthig, die Sohle und Seigerteufe jedes l in die Tafeln zu bringen, ſondern es iſt genug, ſolche für Theile, die l ausmachen, darinne zu finden.

Daher kommt es, daß z. E. die Oppeliſchen Tafeln für l von $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3, 4, 5 Lachterzoll; $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, 1, 2, 3, 4, 5, 10 Lachter, die Sohlen und Seigerteufen, und zwar von 5′ zu 5′ durch alle 90 Grade berechnet, enthalten.

III. Da

$$\sin (45^\circ - \alpha) = \cos (45^\circ + \alpha)$$ (eb. Tr. 3. Erklär.)

$$\cos (45^\circ - \alpha) = \sin (45^\circ + \alpha)$$ (eb. Tr. 3. Erklär.)

So iſt

$$l. \sin (45^\circ - \alpha) = l. \cos (45^\circ + \alpha)$$

$$l. \cos (45^\circ - \alpha) = l. \sin (45^\circ + \alpha).$$

Daher hat man nur die Sohlen- und Seigerteufen für die erſten 45° zu berechnen gebraucht, und man hat ſie dann alle gehabt.

Dieſem gemäß haben die Tafeln (I) folgende Einrichtung erhalten.

IV. Linker Hand in einer ſchmalen Columne ſtehen die Neigungswinkel, welche bis 90 Grade in den meiſten Tafeln durch alle viertheils, in den Oppeliſchen aber durch alle zwölftheils Grade, wachſen.

V) In einer ſchmalen Columne rechter Hand ſtehen Neigungswinkel, deren jeder mit dem (IIII), welcher ſich mit ihm in einer Zeile befindet, 90° macht.

Dieſe Donlegen rechter Hand, wachſen alſo vom Ende bis an den Anfang der Tafeln.

VI. Zwiſchen dieſen Columnen befinden ſich welche überſchrieben mit Zahlen, die Lachter und deſſen Theile anzeigen.

Z. E. die Oppeliſche Ueberſchrift iſt die in (II); die Weidleriſche: $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 20, wovon die acht letzten Zahlen ganze Lachter, die erſten viere aber Theile des Lachters bedeuten.

VII. In jeder ſolcher Columne nun (VI) ſtehen für die in der Ueberſchrift angezeigten wahren Abſtände (18), Seigerteufen, die, den Donlegen, bey einigen Tafeln in der linken Seitencolumne, bey einigen in der rechten, zugehören; oder Sohlen, die den Neigungen, bey jenen Tafeln in der rechten Seitencolumne, bey dieſen in der linken zu kommen (III).

VIII. Will man alſo Seigerteufen wiſſen, ſo ſucht man die Donlegen linker oder rechter Hand (VII), bey Sohlen aber zur rechten oder linken (VII).

IX. Dieſe Sohlen und Seigerteufen ſind bey einigen nur bis auf Zehntheile, bey andern aber, wie in den Oppeliſchen, auf 100 Theile von Lachterzollen angegeben.

Ueberhaupt ſind in den Oppeliſchen Tafeln die Sohlen und Seigerteufen in Zollen und deren Hunderttheilen ausgedruckt, welches bey andern bekannten nicht geſchehen iſt. Das Oppeliſche Verfahren aber iſt beſſer, wie man leicht überſieht.

X. Dieß iſt die weſentliche Einrichtung der Sohlen- und Seigerteufentafeln. Mehreres von ihnen findet man in Herrn Hofrath Käſtners Markſcheidekunſt 10te Anmerk. u. a.

Unter den bisher bekannten Sohlen- nnd Seigerteufentafeln ſind die Opeliſchen die beſten.

Man findet ſie auch in Böhmens Feldmeßkunſt S. 289 u. f., aber nur von 15′ zu 15′, und die beyden Columnen $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ Zoll (VI) weggelaſſen.

Die Oppeliſchen Tafeln werden von den, die der Herr Bergmeiſter Scheidhauer berechnet hat, weit übertroffen.

Man hat bey dieſen die Sohlen und Seigerteufen für wahre, in 8 und 10 theilichtes Lachtermaaß ausgedruckte Abſtände neben einander beyſammen; ſie ſind für letztere auf fünf Decimalſtellen des Lachters, für erſtere aber auf viere gerechnet.

XI. Den Gebrauch ſolcher Tafeln nach den Oppeliſchen zu zeigen, (oder VIII) zu erweitern) mag das Exempel im 263. § dienen.

XII. Um nach genannten Tafeln alſo die Seigerteufe für 28 $\frac{5}{8}$ Lachter 9 $\frac{1}{2}$ Zoll und 69° 25′ zu finden, ſucht man darinne die gegebenen 69° 25′ in der Columne (IV, V) auf, wo Seigerteufe beygeſchrieben ſteht, und merket, auf welche Zeile ſich dieſe finden.

XIII. Hierauf zerlegt man die gegebenen 28 $\frac{5}{8}$ Lachter 9 $\frac{1}{2}$ Zoll in ſolche Theile, deren Seigerteufen in den Tafeln ſtehen (II); Das iſt in (10 + 10 + 4 + 4 + $\frac{4}{8}$ + $\frac{1}{8}$) Lachter + (5 + 4 + $\frac{3}{4}$) Zoll.

XIV. Nun nimmt man für dieſe Theile aus der gefundenen Zeile (XII) die einzelne Seigerteufe, und macht ihre Summe.

Die Rechnung iſt folgende:

Lachter	10	geben	748,93	Zolle
	10	=	748,93	=
	4	=	299,57	=
	4	=	299,57	=
	$\frac{4}{8}$	=	37,44	=
	$\frac{1}{8}$	=	9,36	=

$$\text{Zolle}\begin{cases}5 \text{ geben } 4,68 \text{ Zolle}\\ 4 \quad = \quad 3,74\\ \frac{2}{4} \quad = \quad 0,47\end{cases}$$

Seigert. 2152,69 Zolle
= $26\frac{7}{8}$ Lachter 2, 69 Zoll.

Im Exempel des 263ſten §s iſt $26\frac{7}{8}$ Lachter 2, 7 Zoll gefunden worden.

XV. Man ſieht, daß die Rechnung im 263ſten § eben ſo kurz, wo nicht kürzer, iſt. Dies wird man allemal ſo finden. Zum Beiſpiele mag noch folgendes dienen.

Für $13\frac{5}{8}$ Lachter und 34° die Seigerteufe zu ſuchen.

XVI. Nach den Oppeliſchen Tafeln:

$$\text{Lachter}\begin{cases}10 \text{ geben } 447,35 \text{ Zoll}\\ 3 \quad = \quad 134,21\\ \frac{4}{8} \quad = \quad 22,37\\ \frac{1}{8} \quad = \quad 5,59\end{cases}$$

Sgt. 609,52 Zolle
= 60,952 Achtellr.

XVII. Nach dem 263 §.

$\log 109 = 2,0374265$
$\sin 34° = 0,7475617 - 1$

1,7849882

Giebt Sg. = 60,952. Achtellr.

XVIII. Auch die Rechnung in XVII iſt eben ſo kurz, als die in XVI; wiewohl daſelbſt die Seigerteufe nur aus 4 Gliedern zuſammengeſetzt wurde.

XIX. Nach der Rechnung in XVI, XIV, findet man allemal die Seigerteufe gleich ſelbſt, und mittelſt des Herrn Bergmeiſter Scheidhauers Tafeln in zehn- und hunderttauſendtheile des Lachters; Nach der Rechnung, wie in XVII, aber den Logarithmen, den man

erſt

erſt aufſuchen muß. Nach jener Rechnung braucht man zwar nur einmal die Größe aufzuſuchen, die man braucht; Nach dieſer hingegen muß dies durch dreymaliches Aufſuchen geſchehen.

Indeſſen werden doch dieſe Exempel, die ſich auch in Käſtners Markſcheidekunſt a. O. befinden, Anfängern zeigen, daß ſie, wenn ſie z. E. die Schulziſche Sammlung mathematiſcher Tafeln beſitzen, auch bequem und genau Sohlen und Seigerteufen berechnen können, wenn ſie nur mit dieſen Tafeln gehörig umzugehen wiſſen; welches aber nicht von jedem Markſcheider verlangt werden kann.

§. 265.

Einer ſteigenden Linie Seigerteufe heißt **ſteigend**, einer fallenden aber **fallend**.

§. 266.

Nach §. 135 und eb. Tr. 3. Erkl. 4. Zuſatze ſind die ſteigenden Seigerteufen bejaht, die fallenden aber verneint.

Jene werden wir daher mit + dieſe mit — bezeichnen.

§. 267.

Wenn der Linie AB Seigerteufe

$$\pm S$$

iſt; ſo iſt der Linie AB ihre

$$\mp S$$

(266, 136).

§. 268.

Aus der gegebenen Sohle und Seigerteufe einer Linie AB, ihre Größe l, und Neigung α zu finden.

Auflöſung.

1) $l = \sqrt{[(\text{Sg. AB})^2 + (\text{S. AB})^2]}$

2) $\text{Tang}\ \alpha = \frac{\text{Sg. AB}}{\text{S. AB}}$

Beweis.

Für 1)
erhellet die Sache aus dem 29ſten §, und Geometrie, 15te S.; für

2) aber, daß (nach 263)

$$\frac{Sg.\ AB}{Soh.\ AB} = \frac{l\ \sin\alpha}{l\ Cos\alpha}$$

$$= \frac{\sin\alpha}{Cos\alpha}$$

§. 269.

Die im vorigen § gefundene Tangente iſt, wenn die Seigerteufe fallend, negativ (266) und gehört in ſo ferne einem ſtumpfen Winkel zu (eb. Tr. 4te Erkl. 1ſte Z.); Sein ſpitziger Nebenwinkel iſt aber der, den der Gradbogen für der Linie AB negativen Neigung geben wird.

§. 270.

Wenn von den 4 Größen im 263 § oder 268 § zwo bekannt ſind, ſo kann man daraus die übrigen finden.

Daher hat man noch folgende in der Markſcheidekunſt brauchbare Formeln

1) $S.\ AB = \sqrt{(l^2 - (Sg.\ AB)^2)}$

2) $\sin\alpha = \frac{Sg.\ AB}{l}$

3) $Sg.\ AB = \sqrt{(l^2 - (S.\ AB)^2)}$

4) $Cos.\ \alpha = \frac{S.\ AB}{l}$

5) $l = \frac{Sg.\ AB}{\sin\alpha}$

$= Sg.\ AB\ Cosec\ \alpha$

6. Soh.

$$6)\ \text{Soh. AB} = \frac{\text{Sg. AB}}{\text{Tg}\,\alpha}$$
$$= \text{Sg. Ab} \times \text{Cot}\,\alpha$$
$$7)\ 1 = \frac{\text{Soh. AB}}{\text{Cos}\,\alpha}$$
$$= \text{S. AB} \times \text{sec}\,\alpha$$
$$8)\ \text{Sg. AB} = \frac{\text{S. AB}}{\text{Cot}\,\alpha}$$
$$= \text{S. AB} \times \text{Tg}\,\alpha.$$

§. 371.

Es ſeyen (Fig. 61, 62) AB, BC, zwo Linien, von denen der einen AB Endpunkt B mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden iſt.

Man ziehe den Anfangspunkt A der erſten Linie AB mit dem Endpunkte C der andern BC durch eine gerade Linie AC zuſammen:

So iſt die Summe der Seigerteufen dieſer Linien AB, BC, = der Seigerteufe von AC, und die Summe jener Linien Sohlen, = der Sohle der Linie AC.

Beweis.

Man lege durch A, B, ſöhlige Ebnen, fälle auf ſie von B, C die Lothe BD, CF, CE, und ziehe BF, AE:

So iſt

BD = Seig. AB	AD = S. AB
CF = Sg. BC	BF = S. BC
CE = Sg. AC	AE = S. AC

Nun können die Seigerteufen von AB und BC entweder

1) beyde ſteigend, oder
2) beyde fallend, oder
3) die eine ſteigend, und die andere fallend ſeyn.

Für 1) iſt (Fig. 61)

$$CE = CF + FE$$

aber

$$FE = BD \text{ (G. 12. S. 3. Z.)}$$

alſo

$$CE = CF + BD.$$

Ueberdies iſt

$$AE = AD + DE$$
$$= AD + BF \text{ (G. a. O.)}$$

Für 2) iſt CF und BD verneint: alſo

$$CE = (-BD) + (-CF)$$

und AE bleibt wie für 1).

Für 3) habe AB (62 Fig.) die ſteigende Seigerteufe, und BC die fallende:

So iſt

$$CE = FE - CF$$
$$= BD - CF \text{ (G. a. O.)}$$
$$= BD + (-CF) \text{ (Ar. I, 96)};$$

AE bleibt wie vorhin.

§. 272.

Aus der Linien AB, AC Seigerteufen die der Linie BC zu finden.

Aufloͤſung.

Da

$$Sg.\,AB + Sg.\,BC = Sg.\,AC \text{ (vor. §.)}$$

So iſt

$$Sg.\,BC = Sg.\,AC - Sg.\,AB.$$

Oder, weil

$$Sg.\,AB = - Sg.\,BA \text{ (114)}$$

alſo

$$- Sg.\,AB = + Sg.\,BA;$$

ſo iſt auch

$$Sg.\,BC = Sg.\,AC + Sg.\,BA$$

wie

wie es auch nach vorigen § ſeyn muß, wenn man die Richtung von B nach A und denn nach C nimmt.

§. 273.

Es ſeyen (Fig. 63) AB, BC, CD .... EF Linien, davon der Endpunkt B der erſten AB mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden, dieſe wieder ſo mit der dritten u. ſ. w.

Zieht man nun den Anfangspunkt A der erſten Linie AB, und den Endpunkt F der letzten Linie EF durch eine gerade Linie AF zuſammen:

So iſt die Summe der Seigerteufen aller dieſer Linien AB, BC ...... EF, = der Seigerteufe von AF, und die Summe ihrer Sohlen = der Sohle von AF; (271).

§. 274.

Bey Summirung der Seigerteufen wird man ſchon das poſitive und negative in Acht zu nehmen wiſſen.

§. 275.

Auſſer den Gradbogen, wie 159ᵇ erwähnt, hat man noch andre Werkzeuge, durch die man mechaniſch Sohle und Seigerteufe finden kann. Sie ſind aber auch nicht von Gebrauch. Wer Theorie verſteht, kann ſich dergleichen ſelbſt erfinden. Indeſſen ſind welche in **Voigtels** Markſcheidekunſt, Part. 24, 25; auch in **Malers** Geometrie, angegeben.

§. 276.

Anmerkung.

I. Nun können wir (mittelſt 263, 273) zu einer andern Auflöſung der Aufgabe in 231, (welche ſich auch ſo ausdrücken läßt: Eine Linie zu beſtimmen, die eine gegebene obſervirte Streichung und Sohle hat), folgendes beybringen:

II. Man

II. Man ſchraube den Winkelweiſer auf, wie §. 223 I, erfodert, und bringe ihn in die Lage, daß der daran gehängte Compaß die gegebene Stunde anzeigt.

III. Nehme einen Pfahl, und mache in ſeinen obern Theil eine kleine Spalte, um ein dünnes Bretgen ſenkrecht hinein zu ſtecken.

IV. Hierauf laſſe man dieſen Pfahl einen Gehülfen in einer Weite von ohngefähr 10 Lachter bringen, und ihn ſo lange hin und her rücken, bis die Viſirlinie die ſcharfe Kannte des Bretgens (III) trift:

So liegt dieſes und die Diopterebne in einer ſeigern Ebne, die in der vorgegebenen Stunde ſtreicht.

V. Man nehme nun dieſes Bretgen weg und ſchlage den Pfahl ſeiger ein.

VI. Schraubt man alsdann in dieſe kleine Spalte eine Pfrieme, und zieht von dem gegebenen Punkte bis dahin eine Schnur:

So iſt der ihre obſervirte Streichung gleich der gegebenen.

VII. Man ſuche dieſer Schnur Neigung (128);

VIII. Und daraus, und aus ihrer Länge, ihre Sohle (263).

IX. Iſt dieſe größer als die gegebene: So findet man das, was an der Schnur zurücke gemeſſen werden muß, auf folgende Art:

X. Es ſey AC die gefundene Sohle, AB die gegebene, AF die Schnur VI.

Man ziehe durch B und C ſenkrechte Linien in der durch AF laufenden ſeigern Ebne: So ſchneiden dieſe Linien die AF in D und F;

Nun ziehe man DE mit AC parallel:

So iſt

BC = DE, um wie viel AC zu groß;

DF, was man zurücke meſſen muß, um ein AD zu finden, das der gegebenen Sohle AB zugehört.

Es

Es ſind aber die Dreyecke FCA, FED ähnlich, und daher

$$AC : DE = AF : DF,$$

oder

$$AC : AC - AB = AF : FD$$

folglich

$$FD = \frac{(AC - AB) . AF}{AC}$$

XI. Iſt die gegebene Sohle größer als die gefundene: So ziehe man eine oder mehrere Schnuren, wie VI verlangt, und zwar ſo viele, daß ihre nach IX gefundenen Sohlen zuſammen ohngefähr ſo viel als die gegebene betragen.

XII. Geſetzt, dieſer Sohlen Summe betrüge etwas mehr als die gegebene Sohle:

So mache man beyder Unterſchied, und ſuche zu der Sohle der letzten Schnur, zu genannten Unterſchiede und der Länge dieſer Schnur die vierte geometriſche Proportionalzahl: So erhält man, was man an gleichgenannter Schnur zurückmeſſen muß, um einen Punkt zu finden, der mit dieſer Schnur Anfangspunkt eine Linie begränzt, der eine Sohle zugehört, die die Differenz zwiſchen der Summe der vorhergehenden Schnuren Sohlen und der gegebenen iſt.

XIII. Die Linie durch dieſen Punkt und den gegebenen hat die verlangte obſervirte Streichung und Sohle (XII, 273).

XI.

Streichungſinus und Streichungkoſinus.

§. 277.

Den Strichungſinus einer Linie AB wollen wir durch

Strſ. AB, oder Strſ. B.

Den Streichungkoſinus aber durch

Strk. AB, oder durch Strk. B

bezeichnen.

§. 278.

Wer ſich der obſervirten Streichung bediente, müßte Streichungſinus und Streichungkoſinus auf die Magnetebne und Magnetäquatorsebne beziehen, und folglich dieſe Größen als ſöhlige Entfernungen einer Linie AB Endpunkt B von gleich genannten durch A laufenden Ebnen, anſehen.

§. 279.

Der Streichungſinus heißt öſtlich oder weſtlich, der Streichungkoſinus aber nördlich oder ſüdlich, nachdem im erſten Falle der Endpunkt B auf der Oſt- oder Weſtſeite der Mittagsebne liegt, d. i., nachdem AB öſtliche oder weſtliche Streichung hat; im zweyten Falle aber, nachdem der Punkt B auf der Nord- oder Südſeite der Aequatorsebne ſich findet.

§. 280.

Oeſtlichen Streichungſinus und nördlichen Streichungkoſinus wollen wir als poſitiv, weſtlichen Streichungſinus und ſüdlichen Streichungkoſinus aber als negativ betrachten (51, 185).

§. 281.

Wenn alſo einer Linie AB Streichungſinus $\pm$ L und Streichungkoſinus $\pm \lambda$:

So

So iſt

$$\left.\begin{array}{l}\text{Strſ. BA} = \mp L \\ \text{Strk. BA} = \mp \lambda\end{array}\right\} (280, 184).$$

§. 282.

Einer Linie AB Streichung β und Sohle iſt gegeben:

Man ſucht ihren Streichungſinus und Streichungkoſinus.

Aufloͤſung.

Fuͤr den Sinus totus = 1 iſt

$$\left.\begin{array}{l}\text{Strſ. AB} = \text{S AB} \times \sin\beta \\ \text{Strk. AB} = \text{S AB} \times \text{Coſin}\,\beta\end{array}\right\} (52)$$

In Logarithmen hat man

$$\log \text{Strſ. AB} = \log \text{S AB} + \log \sin\beta$$
$$\log \text{Strk. AB} = \log \text{S AB} + \log \text{Coſin}\,\beta.$$

Exempel.

$$\beta = 4^h\ 2$$
$$= 63^\circ\ 45'$$
$$\text{SAB} = 60,952 \text{ Achtellr.}$$

Alſo

$$\log \sin 4^h\ 2 \quad = 0,6533075 - 1$$
$$\log \sin 60,952 = 1,7849880$$

$$\log \text{Strſ. AB} \quad = 1,4382955$$

Giebt Strſ. AB = 27,434 Achtellr.

= 3 Lr. 3,434 Achtellr.

Dieſer gefundene Streichungſinus iſt nun poſitiv oder negativ, nachdem es β iſt (279, 280).

§. 283.

I. Wenn

$$+\beta < R;$$

ſo iſt Strſ. AB, und Strk. AB poſitiv; iſt aber

$$+\beta > R;$$

ſo iſt Strſ. AB poſitiv und Strk. AB negativ.

Für

$$-\beta < R$$

hat man Strſ AB negativ, und Strk AB poſitiv, aber für

$$-\beta > R,$$

Strſ AB und Strk AB negativ (282, und eb. Tr. 3te Erklärung 4te Z.).

II. $\beta = \pm 0^h$, (§. 204)

giebt

$$\text{Strſ AB} = 0$$
$$\text{Strk AB} = \pm \text{S. AB};$$
$$\beta = \pm 6^h \text{ (§. 204)}$$
$$\text{Strſ AB} = \pm \text{S. AB}$$
$$\text{Strk AB} = 0$$

(282, und eb. Tr. 2te Erklär. 8te Z., 3te Erklär. 3te Z.).

III. Weil ſin 45° = Coſ 45°; ſo hat man nach dem 52ſten § und eb. Tr. 3ten Erklär. 4ten Z. noch folgendes:

Wenn

$$\beta = + 3^h = + 45^\circ; \text{ (§. 94)}:$$

ſo iſt

$$\text{Strſ AB} = \text{Strk AB};$$

Aber für

$$\beta = - 3^h = - 45^\circ \text{ (§. 95)}$$

iſt der poſitive Streichungskoſinus ſo groß wie der negative Streichungſinus.

Wäre nun

$$\beta = + 9^h = + (12^h - 3^h)$$
$$= + (180^\circ - 45^\circ);$$

ſo würde der bejahte Streichungſinus ſo groß wie der verneinte Streichungkoſinus seyn; hingegen für

$$\beta = - 9^h = - (12^h - 3^h)$$
$$= - (180^\circ - 45^\circ)$$

hat

hat man

$$Strſ AB = - Strk AB.$$

IV. Alles dieſes erhellet auch nach §. 280, wenn man in der 65ſten Figur die verſchiedenen Lagen der AB betrachtet. In ihr bedeutet AN der nördliche Theil der Mittagslinie SN, und WO die Linie, die ſie in A rechtwinklicht ſchneidet.

V. Wenn alſo einer Linie AB Streichung öſtlich, und kleiner als 6 Stunden iſt: ſo kommt ihr ein öſtlicher Streichungſinus und nördlicher Streichungkoſinus zu;

Iſt ſie aber größer: ſo hat ſie noch öſtlichen Streichungſinus aber ſüdlichen Streichungkoſinus.

Streicht ſie = SE 12 oder 0^h; ſo gehört ihr nur ein nördlicher Streichungkoſinus, ſo groß wie ihre Sohle;

Wäre ihr Streichen = Oſt 6^h; ſo hat ſie nur einen öſtlichen Streichungſinus, gleich ihrer Sohle.

Iſt aber der AB Streichung weſtlich und kleiner als 6 Stunden; ſo iſt ihr Streichungſinus weſtlich und Streichungkoſinus ſüdlich;

Iſt ſie hingegen größer; ſo kommt ihr ein weſtlicher Streichungſinus und nordlicher Streichungkoſinus zu.

Streicht ſie Weſt 12^h oder Mer 12; ſo hat ſie nur ſüdlichen Streichungkoſinus, ſo groß wie ihre Sohle;

Hingegen bey der Streichung W 6^h nur weſtlichen Streichungſinus, ebenfalls ihrer Sohle gleich.

§. 284.

I. Da die Magnetnadel leicht zu Fehlern geneigt iſt, und ſonſt viele Unbequemlichkeiten mit ihr verbunden ſind: ſo war es nöthig, auf Methoden zu denken, die entweder des Compaſſes Gebrauch ganz oder doch zum Theil entbehrlich machten.

II. Hiezu nun dienen die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe.

Durch dieſe wird man in den Stand geſetzt, nicht nur ohne Compaß Grundriſſe zu fertigen, ſondern auch die meiſten Markſcheideraufgaben blos durch Rechnung aufzulöſen: alſo viel genauer, als in den mehreſten Markſcheidebüchern gelehrt und von den meiſten Markſcheidern noch ausgeübt wird.

III. Der Herr Oberberghauptmann **von Oppel** hat, in dem Anhange zu ſeiner Markſcheidekunſt, auch zu dieſer Abſicht eine Methode angegeben, die mit der hier (II) viel Aehnlichkeit hat, aber nicht ſo bequem iſt.

IV. Dieſe hier (II) haben wir dem Herrn Bergmeiſter **Scheidhauer**, in Freyberg, nebſt vielen andern Verbeſſerungen der Markſcheidekunſt zu verdanken.

Sie ſind zwar durch den Druck noch nicht bekannt, auſſer, ſo viel ich weiß, zwo Abhandlungen, die ſich in der Anzeige von der **Leipziger ökonomiſchen Societät** in der Michaelismeſſe 1772 S. 90 u. f. finden.

Die erſte iſt die im 55. §. erwähnte, die andere aber eine Auflöſung, durch Zeichnung und Rechnung, der Aufgabe: Das Streichen und Fallen eines Ganges aus drey auf demſelben gegebenen Punkten zu beſtimmen. Sie iſt ſehr deutlich vorgetragen, ihr aber kein Beweis beygefügt.

Ueberhaupt hat der Herr Bergmeiſter **Scheidhauer** in einem ſich verfertigten Manuſcripte von den mehreſten Aufgaben, die in der Markſcheidekunſt vorkommen können, vollſtändigere Auflöſungen, durch Rechnungen, aber meiſt ohne Beweis gegeben, dabey oft welche durch Zeichnungen beygefügt.

Dieſes Manuſcript enthält, wie gedacht, ſehr ſchätzbare Beyträge zur Markſcheidekunſt, welche durch den Druck gemeinnütziger werden würden, und jedem

Mark-

Markſcheider, dem es nur um eine richtige Ausübung ſeiner Kunſt zu thun iſt, nicht anders als willkommen ſeyn müſſen.

Zu deſſen Gebrauch wird weiter nichts erfordert, als daß man die nöthigen Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie wiſſe, auſſerdem die Einrichtung der Markſcheiderwerkzeuge und wie man ſich ihrer zu bedienen habe. —

V. Wer nicht allemal nach dem 282. §. Streichungſinus und Streichungkoſinus berechnen will, kann ſich, (nach Art des 264. §.) **Streichungſinus und Streichungkoſinus Tafeln** fertigen.

Wenn nämlich

$$\text{S. AB} = P + Q + R \ldots ;$$

ſo iſt

$$\text{Strſ AB} = P \sin \beta + Q \sin \beta + R \sin \beta + \ldots$$
$$\text{Strk AB} = P \operatorname{Cof} \beta + Q \operatorname{Cof} \beta + R \operatorname{Cof} \beta + \ldots$$

Daher dürfen ebenfalls nur die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe der Theile, aus den ſich die gegebene Sohle jeder Linie AB allemal zuſammen ſetzen läßt, in die Tafeln gebracht werden.

VI. Da nun

$$\sin (3^h - \beta) = \operatorname{Cof}(3^h + \beta$$
$$\operatorname{Cof}(3^h - \beta) = \sin (3^h + \beta :$$

So iſt

$$\text{S. AB} \times \sin (3^h - \beta) = \text{S. AB} \times \operatorname{Cof}(3^h + \beta)$$
$$\text{S. AB} \times \operatorname{Cof}(3^h - \beta) = \text{S. AB} \times \sin (3^h + \beta).$$

Hat man folglich für die erſten drey Stunden die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe berechnet (V); ſo hat man ſie alle berechnet.

VII. Tafeln für die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe ſind wirklich berechnet, wiewohl noch keinem Markſcheidebuche bey = oder ſonſt gedruckt, worden.

Dergleichen Berechnung iſt unter andern von dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer geſchehen. Er hat ſie ſehr bequem und für jedem Markſcheider brauchbar, auf ähnliche Art, wie ſeine Sohlen- und Seigerteufentafeln (§. 264, X), eingerichtet*).

Man bedient ſich ihrer ſeit nicht gar zu langer Zeit, vornehmlich in Freyberg, mit gutem Erfolg.

VIII. Der itzige Geſchworne der Bergamtsrefier des Neuſtädtiſchen Kreiſes, Herr Lindig, dem ich die erſten Begriffe der Markſcheidekunſt und ſonſt vieles zu verdanken habe, hat auch ſolche Tafeln berechnet, iſt aber dabey der Oppeliſchen Methode (III) gefolgt, weil ihm dazumal die des Herrn Bergmeiſter Scheidhauers nicht bekannt war.

IX. Uebrigens erſtreckt ſich das, was im 264. §. XIX von Berechnung der Sohlen und Seigerteufen geſagt worden, auch auf die Berechnung der Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe.

§. 285.

Aus dem Streichungſinus und Streichungkoſinus einer Linie AB, ihre Sohle und Streichen (42) zu finden.

Aufloͤſung.

1) $S\ AB = \sqrt{[(Strſ\ AB)^2 + (Strk\ AB)^2]}$

2) $Tang\ \beta = \frac{Strſ\ AB}{Strk\ AB}$.

Beweis.

Für 1) erhellet die Sache aus Geom. 15te S., und § 57.

Für

*) Da ich dieſe Tafeln nicht bey der Hand habe: So kann ich von ihrer nähern Einrichtung hier nichts beybringen.

Für 2) aber ſo:

$$\frac{\text{Strſ AB}}{\text{Strk AB}} = \frac{\text{S AB} \times \text{ſin } \beta}{\text{S AB} \times \text{Coſ } \beta} \quad (282)$$
$$= \frac{\text{ſin } \beta}{\text{Coſ } \beta}$$

§. 286.

I. Aus poſitiven Streichungſinus und Streichungkoſinus findet ſich

$+\beta$ und $< R$;

Poſitiven Streichungſinus und negativen Streichungkoſinus

$+\beta$ und $> R$;

Negativen Streichungſinus und Streichungkoſinus

$-\beta$ und $< R$;

Negativen Streichungſinus und poſitiven Streichungkoſinus

$-\beta$, aber $> R$.

(285, 279, und eb. Trig. 4te Erklär. 1. Zuſ.).

II. Wenn alſo öſtlicher Streichungſinus und nördlicher Streichungkoſinus gegeben: So erhält man der Linie AB Streichen öſtlich und < 6 Stunden, aber größer aus öſtlichem Streichungſinus und ſüdlichem Streichungkoſinus.

Iſt ſüdlicher Streichungkoſinus und weſtlicher Streichungſinus gegeben: So erhält man das Streichen weſtlich und kleiner als 6 Stunden, aber größer bey nordlichen Streichungkoſinus und weſtlichen Streichungſinus.

III. Aus Strſ AB = 0, und poſitiven Streichungkoſinus, erhält man

$\beta = 0^h$,

aber

$$\beta = -6^h \ (204)$$

wenn der Streichungkoſinus negativ.

Iſt der Streichungkoſinus $= 0$, und der Streichungſinus poſitiv: So ergiebt ſich

$$\beta = 0^h$$

und

$$\beta = -0^h, \ (204)$$

wenn der Streichungſinus negativ.

Hat man

$$+ \text{Strſ AB} = + \text{Strk AB}:$$

So findet ſich

$$\beta = +45^\circ$$
$$= +3^h,$$

hingegen

$$\beta = -3^h \ (204)$$

wenn der negative Streichungſinus ſo groß wie der poſitive Streichungkoſinus gegeben.

Aus dem negativen Streichungkoſinus und poſitiven Streichungſinus, beyde gleich groß, ergiebt ſich

$$\beta = 180^\circ - 45^\circ$$
$$= +12^h - 3^h$$
$$= +9^h;$$

Aber aus

$$- \text{Strk AB} = - \text{Strſ AB}$$

erhält man

$$\beta = -(180^\circ - 45^\circ)$$
$$= -(12^h - 3^h)$$
$$= -9^h,$$

(283, 285).

§. 287.

Wenn von den vier Größen in 285 oder 282, zwo gegeben ſind: So laſſen ſich daraus die übrigen finden.

Man hat daher noch folgende brauchbare Formeln:

1) $\sin \beta = \frac{\text{Strſ AB}}{\text{S. AB}}$

2) $\text{Strk AB} = \sqrt{[(\text{S AB})^2 - (\text{Strſ AB})^2]}$

3) $\text{S. AB} = \frac{\text{Strſ AB}}{\sin \beta}$

$= \text{Strſ AB} \times \text{Coſec } \beta$

4) $\text{Strk AB} = \text{Strſ AB. Cot } \beta$

5) $\text{Coſ } \beta = \frac{\text{Strk AB}}{\text{S. AB}}$

6) $\text{Strſ AB} = \sqrt{[(\text{S AB})^2 - (\text{Strk AB})^2]}$

7) $\text{S. AB} = \frac{\text{Strk AB}}{\text{Coſ } \beta}$

$= \text{Strſ AB. ſec } \beta$

8) $\text{Strſ AB} = \text{Strk AB. tang } \beta.$

§. 288.

Es ſeyen AB, BC, AC (Fig. 66) **Linien wie** §. 271:

So iſt die Summe der Streichungſinuſſe von AB, BC, **= dem Streichungſinus von** AC, **und die Summe der Streichungcoſinuſſe von** AB, BC, **= dem Streichungkoſinus von** AC.

Beweis.

Die Sohlen von AB, BC, AC, ſeyen (Fig. 66, 67) Ab, bc, Ac;

Durch A und b gehe die Mittagslinie NS, und die dieſe rechtwinklicht ſchneidende WO.

Man fälle von b, c auf NS die Lothe bf, cd, ce und von c auf WO die Perpendikel cp, cg:

So hat man

bf = Strſ AB	bq = Strk AB
cd = Strſ BC	cp = Strk BC
ce = Strſ AC	cg = Strk AC.

Nun iſt, (Fig. 66)

$$ce = cd + de,$$

aber

$$cd = bf,$$ (Geom. 12ten S. 3te Z.):

Folglich

$$ce = cd + bf.$$

Ferner:

$$cg = cp + pg$$

und

$$pg = bq:$$

Folglich

$$cg = bq + cp.$$

Die 66ſte Figur iſt nur für den Fall gezeichnet, wenn alles poſitiv iſt. Es können aber der Linien AB, BC Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe alle negativ, oder theils verneint und theils bejaht ſeyn. Für alle Fälle aber läßt ſich der Beweis auf ähnliche Art führen.

Z. B. ſey (Fig. 67) der Linie BC Streichungſinus negativ, ihr Streichungkoſinus aber poſitiv, und der Streichungſinus und Streichungkoſinus von AB ſey, wie vorhin: So iſt

$$ce = de - cd$$
$$= bf - cd$$
$$= bf + (-cd)$$

und

$$cg = cp + bq.$$

§. 289.

Aus der Linien AB, AC Streichungſinus und Streichungkoſinus genannte Größen von BC zu finden.

Aufloſung.

Da

Strſ. AB + Strſ BC = Strſ AC:

So

So iſt

$$\text{Strſ } BC = \text{Strſ } AC - \text{Strſ } AB.$$

Oder, weil

$$\text{Strſ } AB = - \text{Strſ } BA$$

alſo

$$- \text{Strſ } AB = \text{Strſ } BA:$$

ſo iſt auch

$$\text{Strſ } BC = \text{Strſ } AC + \text{Strſ } BA$$

dem vorigen § gemäß, wenn man von B nach A, und dann nach C geht.

Ferner:

$$\text{Strk } AB + \text{Strk } BC = \text{Strk } AC:$$

Alſo:

$$\text{Strk } BC = \text{Strk } AC - \text{Strk } AB$$
$$= \text{Strk } AC + \text{Strk } BA$$

(288, 281).

§. 290.

Es ſeyen (Fig. 63) AB, BC, CD .... EF, und AF Linien, wie § 273:

So giebt die Summe der Streichungſinuſſe dieſer Linien AB, BC ...... EF, den Streichungſinus von AF, und die Summe jener Linien Streichungkoſinuſſe, dieſer Linie Streichungkoſinus, (288).

XII.

Einige allgemeine Kenntniſſe zu Anwendung der Geometrie auf Klüfte und Gänge.

§. 291.

Die Neigung einer Ebne A iſt der Winkel, den ſie mit einer ſöhligen Ebne macht.

Gewöhnlich nennt man ihn ihr Fallen.

§. 292.

Der Winkel, den beyder Ebnen (291) Durchſchnitt mit der Mittagslinie macht, heißt der Ebne A **Streichung**, auch **reducirte Streichung**.

Sie iſt gleich dem Winkel, den eine ſeigere Ebne durch dieſen Durchſchnitt mit der Mittagsfläche begränzt.

§. 293.

Schätzt man der Ebne A Streichen nach dem Winkel den dieſer Durchſchnitt (292) mit der Magnetlinie einſchließt: So nimmt man auf ihre **obſervierte Streichung** Rückſicht.

§. 294.

Streichen und Fallen beſtimmen einer Ebne Lage.

§. 295.

Was von der reducirten und obſervirten Streichung einer Linie oder der durch ſie gehenden ſeigern Ebne geſagt worden, gilt auch von jeder andern Ebne.

§. 296.

Der Durchſchnitt der Ebne A mit einer ſeigern heißt die **Linie des Fallens**; kürzer, die **Fallinie**; die ſeigere Ebne ſelbſt die **Ebne des Fallens**, die **Fallebne**.

§. 297.

Genannte Linie hat alſo mit der ihr zugehörigen Ebne A einerley Neigung (291 und Geom. 2 Th. 1, 2te Erklärung); Aber eine obſervirte und reducirte Streichung, die von der der Ebne um 6 Stunden unterſchieden iſt.

Ein ſolches Streichen hat auch die Fallebne (45).

§. 298.

Nimmt man auf einer Linie einen Punkt an, und alle Punkte liegen über dem angenommenen gegen Morgen, unter ihm aber gegen Abend:

So

So heißt ſie rechtfallend, ſonſt widerſinnig⸗fallend.

§. 299.

Einer rechtfallenden Linie Neigung wollen wir mit dem Herrn Bergm. Scheidhauer durch den ſpitzigen Winkel, den ſie mit der durch ihren Anfangspunkt gehenden ſöhligen Ebne macht, ausdrücken, durch den ſtumpfen und jenen zu 180° ergänzenden aber, wenn ſie widerſinnig fällt.

§. 300.

Eine Ebne heißt recht⸗ oder widerſinnigfallend, nachdem es ihre Fallinie iſt.

§. 301.

Der 299 §. findet auch beym vorigen ſeine Anwendung.

§. 302.

Unter allen geraden Linien, die in einer ſchieſen oder ſeigern Ebne gezogen werden, macht keine mit einer ſöhligen Ebne einen gröſſern Winkel, als ihre Fallinie.

Beweis.

In der Ebne AB, welche die ſöhlige CB in GB ſchneidet, ſey nach Gefallen die Linie DG gezogen und bis an den Durchſchnitt GB verlängert; aus einem beliebigen Punkte D der DG aber das Loth DF auf GB gefällt: Fig. 60.

So iſt DF der AB Fallinie (296).

Nun fälle man von D auf CB das Loth DE;

Ziehe GE, FE:

So iſt DFE der Winkel den DF, und DGE der den DG mit der ſöhligen Ebne CB macht.

Weil EG > EF (Geom. 9ten S. 10te Z.): So nehme man auf EG das Stück EH = EF, und ziehe DH:

So

So ſind die bey E rechtwinklichten Dreyecke DEF, DEH, gleich, (Geom. 2te S.):

Alſo

W DHE = W DFE;

Aber

DHE > DGE, (Geom. 9te S.):

Folglich

DGE < DFE.

§. 303.

Ebnen ſtreichen parallel, wenn ſie einerley obſervirte oder reducirte Streichung haben; oder ihre Durchſchnitte mit einer ſöhligen Ebne parallel ſind.

§. 304.

Zwoer ſolcher Ebnen Fallinien liegen in einer und derſelben Fallebne, oder in parallelen (296, 303).

§. 305.

Die Durchſchnitte zwoer nicht parallel ſtreichenden Ebnen mit einer ſöhligen, machen eben den Winkel, den dieſer Fallebnen begränzen.

Beweis.

Dieſe Durchſchnitte ſeyen BC, BD (Fig. 69) und CA, DA die der Fallebnen:

So ſind BCA, BDA rechte Winkel;

Und da a = b:

So iſt CBD = CAD = dem Winkel der Fallebne.

§. 306.

Dieſen kann man alſo allemal aus den Streichen der Ebnen nach dem 252. § finden.

§. 307.

Wenn zwo Ebnen parallel ſtreichen, dabey aber verſchiedene Neigungen haben:

So ſchneiden ſie einander in einer ſöhligen Linie.

Beweis.

Beweis.

Geſchähe es nicht: So denke man ſich durch einen Punkt dieſes Durchſchnittes eine ſöhlige Ebne.

Die Durchſchnitte mit dieſer müſſen parallel ſeyn (Bed. und 303).

Alſo ſchnitten parallel Linien einander. Dies kann nicht ſeyn, (Geom. 9te Erklärung).

§. 308.

Man ſtelle ſich durch das Gebürge, oder einen Theil deſſelben, zwo parallele Ebnen geſetzt vor, die die über einander liegenden Schichten der Gebürgsmaſſe, die **Gebürgslager**, durchſchneiden.

Wenn man ſich nun den Raum zwiſchen dieſen Ebnen entweder leer, oder mit einer Maſſe, die von der der Gebürgslager unterſchieden iſt, ausgefüllt, denket: So hat man im erſten Falle eine **Kluft**, im zweyten einen **Gang**, wie der Berggeometer ſich dieſe Dinge, um ihre Lage zu beſtimmen, vorſtellen muß.

§. 309.

Haben dieſe Ebnen einerley Lage mit den Gebürgslagern, und ihr Raum iſt gleichfalls mit einer von der Gebürgsmaſſe unterſchiedenen Materie ausgefüllt: So ſtellen ſie ein **Flötz**, den Begriffen der Markſcheidekunſt gemäß, dar.

§. 310.

Genannte Ebnen aber ſieht man als die äuſſerſten Flächen an, die einen Gang oder ein Flötz begränzen und ſeine Dicke oder **Mächtigkeit** beſtimmen.

Sie heiſſen bey Gängen **Saalbänder**; und zwar die eine, die mit dem zwiſchen ihr und der andern Ebne enthaltenen Theile einer ſöhligen Ebne einen ſpitzigen Winkel macht, das **Hangende**, auch das **hangende Saalband**, die andere Ebne aber, die mit dieſem Theile

einen ſtumpfen Winkel einſchließt, das liegende, auch das liegende Saalband.

Bey Flötzen nennt man die obere Ebne das **Dach** (Tectum), die untere die **Sohle** (Fundamentum).

§. 311.

Wenn man die Lage einer von den parallelen Ebnen (308, 309) beſtimmt hat (294):

So iſt dadurch auch zugleich die Lage des Ganges (308) oder Flötzes (309) beſtimmt, (Geometrie, 47. S. 6. Z.).

§. 312.

Dieſe Ebne (311) wollen wir, für Gänge des **Gangesebne**, für Flötze aber, des **Flötzesebne**, nennen.

§. 313.

Was in dieſem Abſchnitte von Ebnen geſagt worden, gilt auch von Klüften, Gängen und Flötzen.

§. 314.

I. Ein Gang iſt oft, auſſer andern Veränderungen, auch welchen in ſeiner Lage unterworfen: daher findet die einfachſte geometriſche Vorſtellung (308) nicht allemal in der Natur ſtatt.

Doch kommt es hiebey nur darauf an, ob die verſchiedenen Lagen eines Ganges beträchtlich von einander abweichen oder nicht.

Im letztern Falle findet allemal der 308 § ſeine Anwendung; im erſtern hingegen nur bey Theilen eines Ganges, wovon jeder eine und dieſelbe Lage hat, oder gleichfalls auch verſchiedene aber nicht beträchtlich von einander abweichende Lagen.

II. Wenn man alſo die verſchiedenen Lagen eines Ganges, ſeine ſpecial **Lagen**, in Anſchlag zu bringen hat:

So

So muß man die Lage der Ebne jedes Theils ſuchen.

§. 315.

Der vorige § iſt auch bey Flötzen anwendbar.

XIII.

Findung der obſervirten Streichung der im vorigen Abſchnitte erwähnten Lagerſtätte; auch deren Neigung mittelſt Gradbogen und dergleichen.

---

§. 316.

Wenn man die obſervirte Streichung eines Ganges oder Flötzes mißt: So heißt dies das Streichen abnehmen;

Beym Meſſen der Neigung dieſer Lagerſtätte, das Fallen abnehmen.

§. 317.

Eines Ganges Streichen abzunehmen.

Aufløſung.

1.) Wenn der Gang aufgefahren.

I. In dieſem Falle kann man die Richtung ſeiner Saalbänder wahrnehmen.

II. Man halte daher den Grubencompaß ſöhlig an das Hangende oder Liegende, daß die Zwölfteſtundenlinie mit jeder auf dem Saalbande gezogenen ſöhligen Linie parallel läuft:

So zeigt das nördliche Ende, des Ganges obſervirte Streichung.

III. Hier braucht man mit Vortheil Grubencompaſſe, die auf einer Platte befeſtiget ſind, welche die Geſtalt

Geſtalt eines Rechtecks hat, woran das eine Paar gegenüber ſtehender Seiten genau mit der Zwölftenſtundenlinie parallel läuft.

Einen ſolchen Compaß darf man nur mit einer genannter Seiten an das Saalband bringen, dergeſtalt, daß die Enden der Magnetnadel in der Ebne des Stundenringes liegen.

IV. Will man ſich des Hängecompaſſes bedienen:

So muß man eine ſöhlige Schnur parallel mit ſöhligen Linien auf den Saalbändern, ziehen.

Dies genau zu bewerkſtelligen iſt vielen Schwierigkeiten unterworfen: daher das Verfahren III dieſem vorzuziehen.

2.) Wenn der Gang überfahren.

V. Da kann man ſich vorſtellen, als wenn der Gang mit zwo Ebnen AC, EG, (Fig. 70) ſenkrecht oder ſchief durchſchnitten worden.

Wäre dieſer Ebnen Durchſchnitte mit des Ganges Hangenden, BC, FG, und mit ſeinem Liegenden, AD, EH:

So ziehe man von einem Punkte in BC oder FG bis in einen in FG oder BC; oder von einem in AD oder EH bis in einen in EH oder AD, eine Schnur:

An dieſer läßt ſich mit dem Hängecompaſſe das verlangte Streichen abnehmen.

§. 318.

Wenn man in beyden Fällen den Compaß nicht brauchen darf: So wird man ſich ſchon mit den Eiſenſcheiben zu helfen wiſſen.

Doch kann man es auch ohne dieſe mittelſt des 256 und 260ſten §s.

§. 319.

Eines Ganges Fallen abzunehmen.

1) Wenn

1.) Wenn man nicht ſein Streichen weiß.

Aufloͤſung.

Erſter Fall: Da das Hangende entbloͤßt iſt.

I. Wenn man daran den Gradbogen bringt, daß ſeine Haken dieſes Saalband beruͤhren und der Perpendikel am Rande ſanfte hin und her ſchwingen kann: So wird dieſer, wenn er in Ruhe kommt, der Neigung Grade anzeigen.

II. Man befeſtige an einem Punkte des Hangenden eine Schnur, daß ſie ſich um denſelben in dieſer Ebne als eines Kreiſſes Halbmeſſer drehen laͤßt;

Haͤnge daran den Gradbogen,

Und fuͤhre die Schnur ſo lange herum, bis des Gradbogens Perpendikel die mehrſten Grade abſchneidet:

Dieſe geben die zu ſuchende Neigung (302).

III. Die Lage der Schnur kann von der, in welcher ſie die groͤßte Neigung hat, betraͤchtlich abweichen, wenn gleich ſie in jener Lage eine Neigung hat, die von der groͤßten nur ſehr wenig unterſchieden iſt; wie aus den Geſetzen, nach welchen ſich eine veraͤnderliche Groͤße um ihre groͤßten oder kleinſten Werthe herum aͤndert, folgt.

Man kann alſo des Ganges Fallen nach II ohne großen Irthum finden: aber nicht ſo ſicher der Schnur Lage, welche mit der der Falllinie uͤbereinkoͤmmt.

Zweiter Fall: Wenn man nur an des Ganges Liegende kommen kann.

IV. Gewoͤhnlich treibt man da ſenkrecht ein paar Spreitzen an; nimmt darauf gleich große Stuͤcke und zieht durch deren Endpunkte eine Schnur, welche mit der Fallinie parallel ſeyn wird.

Bey dieſem Verfahren hat man nicht viel Genauigkeit zu erwarten.

V. Herr Hofr. **Käſtner** ſchlägt (Markſcheidekunſt, 177. Seite) eine Setzwage vor, die aber genauer eingetheilt und größere Winkel anzugeben vorgerichtet ſeyn müßte, als man gewöhnlich findet. Dieſe würde allemal die Lage einer ſchiefen Ebne bequem angeben, auf der man ſie ſetzte.

VI. Man könnte auch (nach Herrn Hofr. **Käſtner**) an einen Faden eine ſchwere Kugel binden;

Dieſen an einen Punkt des Liegenden anhalten, und ſich auf dieſer Ebne ſo ſtellen laſſen, wie ihn der Kugel Gewicht ſtellt.

Sie bringt ihn in die Lage der Fallinie (296 und Statik 95).

Dieſer Neigung findet man, wenn man eine Setzwage (V) an ſie bringt;

Oder, auf ſie ein Loth herabhängen läßt. Der Winkel, den es mit ihr macht, iſt die Ergänzung ihrer Neigung, welche man unter andern nach § 259 finden kann.

VII. Bey dieſem Verfahren wird vorausgeſetzt, daß man das Liegende eben annehmen darf. Dies kann man nicht allemal.

2.) Wenn des Ganges Streichen bekannt.

VIII. Da befeſtige man in ſein Hangendes oder Liegendes eine Schnur, und führe ſie ſo lange herum, bis der daran gehängte Compaß ein Streichen zeigt, das von des Ganges ſeinem um 6 Stunden verſchieden iſt:

Die Schnur iſt alsdann in der Lage der Fallinie (297).

IX. Gegründete Erinnerungen wider dieſes Verfahren, macht Herr Hofr. **Käſtner**, Markſcheidekunſt, 26. Anmerk. 5. §.

§. 320.

§. 320.

Die Lage eines Ganges ſo genau als möglich zu finden, ſind die bisherigen Verfahren nicht hinreichend.

Wir werden unten ein weit beſſeres lehren.

§. 321.

Da ein Gang ſeine Lage oft ändert: So muß man ſelbige an mehreren Stellen zu erforſchen ſuchen.

§. 322.

Was bisher (317... 321) von Gängen geſagt worden, iſt auch auf Klüfte und Flötze, mit einiger Aenderung, die leicht in die Augen fällt, anwendbar.

XIV.

Abziehen (demetatio).

---

§. 323.

Einer jeden vorgegebenen geraden Linie AB Größe und Lage; oder, welches eben das, den wahren Abſtand des Punktes B von A, und ſeine Lage gegen A, zu finden.

Aufloͤſung.

1.) Wenn des Compaſſes Gebrauch verſtattet.

I. Man meſſe die vorgegebene Linie mit der Lachterkette oder dem Lachterſtabe;

II. Suche die Grade ihrer Neigung, und bemerke dabey, ob ſie ſteige oder falle;

III. Ferner ihre obſervirte Streichung,

Und daraus, und der Magnetabweichung dieſer Linie reducirte Streichung:

So iſt geſchehen, was man verlangt, (54).

2.) Wenn 1) nicht ſtatt findet.

IV. Da nehmen die Markſcheider die Eiſenſcheiben zu Hülfe, und verfahren nach § 215.

V. Statt ihrer kann man ſich folgender Methode mit weit mehrerer Zuverläßigkeit bedienen:

1.) Man ziehe (Fig. 70) eine Linie BC ſo, daß man mit dem Compaſſe ihre obſervirte Streichung und deren Beſchaffenheit, und daraus und der Magnetabweichung ihre reducirte Streichung, erfahren kann;

2) Merke, ob ſie von B aus, der AB zur rechten oder linken liege;

3) Meſſe auf BA, BC, gleich große Stücken, wie § 259 III erfodert; überdies noch die Sehne AC;

4) Suche hierauf der Linien BA, BC Neigungen;

5) Dann den Winkel ABC, (259).

6) Und aus dieſem und den in 4) gefundenen Größen, den AB, BC zugehörigen ſöhligen Winkel, (nach 260).

7) Aus dieſem endlich und dem in 1) gefundenen Streichen (175 III) der Linie BC auch der in 2) gemachten Bemerkung, das Streichen der BA, (256).

8) Iſt nun dieſes $\pm\beta$: So iſt der AB ihres $\mp\beta$, (204).

9) Hätte man der BC obſervirte Streichung nicht durch den Compaß finden können: So hätte man von C oder B aus, eine oder mehrere andere Schnuren ziehen müſſen, bis der letztern ihre obſervirte Streichung mit dem Compaſſe geſucht werden konnte; daraus hätte man (nach V) der nächſten Linie CB oder BC ihr Streichen, und aus dem der AB ihres (nach 256) zu finden gehabt.

§. 324.

§. 324.

Einer Linie Größe und Lage finden, heißt ſie abziehen, und die abgezogene Linie ſelbſt, ein **Markſcheiderwinkel.**

§. 325.

Letzterer Benennung werden wir uns nicht bedienen, weil ſie zu Irrungen leicht Anlaß geben kann, und der Sache gar nicht angemeſſen iſt.

§. 326.

Mehrere abgezogene Linien machen einen **Markſcheiderzug**, kurz: einen **Zug** aus.

§. 327.

Man verrichtet daher einen **Markſcheiderzug**, wenn man die Lage und Größe mehrere gleichſam in einer Reihe nach einander folgende Linien ſucht: Alſo die Lage und wahren Abſtände der Punkte, zwiſchen den dieſe Linien gezogen ſind, oder ſich ziehen laſſen.

§. 328.

Die Punkte A, B, C, D, E, ... F (Fig 63) abzuziehen, d. h. ihre Lage zu beſtimmen, oder von A bis F einen Zug zu verrichten, (327).

Auflöſung.

I. Man nehme einen von dieſen Punkten, A, zum **Anfangs= oder Anhaltepunkt** an;

Ziehe von dieſem auf einem andern B, mittelſt der Schnur die gerade Linie A B;

Und beſtimme ihre Größe und Lage, (nach 323).

II.) Nun ziehe man von B auf einen dritten Punkt C, eine gerade Linie BC;

Und beſtimme gleichfalls ihre Größe und Lage.

III. So verfahre man mit allen übrigen Linien, die ſich von C nach D; dann nach E, u. ſ. w. ziehen laſſen.

IV. Kann man nicht, (welches ſich faſt allemal zuträgt), von einem **Hauptpunkte**, B, zum andern C un=

C unmittelbar mit der Schnur eine gerade Linie ziehen:

So erwähle man ſchickliche Zwiſchenpunkte, und beſtimme deren Lage, wie vorhin; wodurch denn auch die Lage der Hauptpunkte C, B, beſtimmt wird, (54).

§. 329.

Vorſtehende Aufgabe ſetzt voraus:

I. Daß an alle den Punkten, die man nach einander in einer gewiſſen Zeit abzieht, einerley Magnetabweichung iſt; welche ſo, wie die Erfahrung lehrt, bey nicht gar weit von einander entlegenen Oertern, z. E. 10 und mehrere Meilen, ohne merklichen Irthum angenommen werden kann.

II. Den Parallelismus der Richtungen der Mittagslinien in dieſen Punkten. Genau genommen, ſind ſie nicht gleichlaufend; doch werden ſie unter folgenden Umſtänden der parallelen Lage ſehr nahe kommen.

1) Wenn die Punkte nahe am Aequator liegen;

2) Und nicht weit von einander entfernt ſind.

Dieſer zweyte Umſtand reicht ſchon in den meiſten Fällen zu.

III. Die parallele Lage aller Vertikallinien; welche man ohne merklichen Irthum nur bey nicht weit von einander entlegenen Oertern annehmen kann.

§. 330.

I. Aus vor. §. I, II. folgt, daß man bey Oertern die ziemlich nahe an einander liegen, ihre Mittagslinien und Magnetlinien als parallel anſehen kann.

Aber die Abweichung der Mittagslinien von der parallelen Lage wird ſchon merklich, wenn ihr Abſtand einige Meilen beträgt.

Iſt nun an zween Oertern A, D, (Fig. 71) die Magnetabweichung einerley: So weichen die dadurch gehenden Magnetlinien von der parallelen Lage um

einen

einen ſo großen Winkel ab, als dieſer Oerter Mittagslinien.

Dieſer Winkel giebt den Fehler, den man wegen der Annahme der parallelen Lage (vorigen §, II) begeht.

Ihn alſo ſchätzen zu lernen, dient folgendes:

II. Auf die durch A gehende Mittagslinie δa ziehe man eine rechtwinklichte Linie $D\delta$, und durch A parallel AL mit $D\delta$: So ſind $D\delta$, AL Stücken von Parallelkreiſſen, in den A, D liegen, und $A\delta$ iſt der Abſtand dieſer Parallelkreiſſe, mithin der Unterſchied der Breiten von A, D.

Es ſey $A\delta = b$, $D\delta = a$.

Dieſe Größen laſſen ſich finden, wenn man A, D in Grundriß verzeichnet, und durch A eine Magnetlinie zieht; Hierauf aus der Magnetabweichung mAa die Mittagslinie δa durch A beſtimmt, und auf dieſe von D ein Loth $D\delta$ fällt; da man alsdann $D\delta$, $A\delta$ mit dem gebrauchten verjüngten Maaßſtabe finden kann.

Heißt nun des Orts A Breite λ: So iſt des Orts D ſeine $= \lambda - b$; wo man b in einen Bogen verwandeln muß, indem man ſchließt, 57107,5 par. Toiſen: b in Toiſen = 60 Minuten: der geſuchten Anzahl von Minuten die auf b gehen.

Nennt man ferner den zu ſuchenden Winkel φ: So hat man

$$\text{tang}\,\varphi = \frac{a}{b} \cdot \left(1 - \frac{\text{Cof}\,\lambda}{\text{Cof}\,(\lambda - b)}\right).$$

III. Hier iſt noch zu erinnern, daß, wenn die Breite des Orts A nicht ſonſt woher bekannt iſt, man ſelbige aus einer guten Landkarte nehmen muß.

Wäre auf dieſer auch D: So wüßte man auch daher dieſes Orts Breite, und folglich hätte man ſo

Aδ in Bogen, ohne es zu berechnen; auch lieſſe ſich daſelbſt Aδ, Dδ in Längenmaaſe finden.

§. 331.

(Fig. 72.) Sind A und D zween Punkte des Zugs, C der Mittelpunkt der Erdkugel: So kann man AC für die Lage des Gradbogens Perpendikel im Punkte A, nnd DC für die im Punkte D, annehmen.

Iſt nun DE mit AC parallel; So zeigt der Gradbogen im Punkte D eine Neigung, die um EDC = DCA fehlerhaft, (330, III).

Für AD = 1 geographiſche Meile beträgt DCA = 4 Minuten.

§. 332.

I. Der Markſcheider hat die Lage von Punkten, die ihm zu ſeinen Angaben nöthig ſind, ſowohl über Tage als in der Grube zu beſtimmen.

Jene Beſtimmung geſchieht durch den **Tagezug**, dieſe durch den **Grubenzug**.

II. Bey jedem Zuge aber pflegt man in dem Anhaltepunkte ein Merkmal, entweder in das feſte Geſtein einzuhauen, oder in ein befeſtigtes Grubenzimmer einzuſchneiden, oder auch über Tage durch einen Pfahl anzugeben.

Ein ſolches Merkmal heißt ein **Markſcheiderzeichen**.

III. Dergleichen in den Hauptpunkten anzugeben, darf nicht auſſer Acht gelaſſen werden; weil dadurch bey Wiederholung eines Zugs, die erſte Schnur allemal in einerley Punkt, wie gehörig, angehalten werden kann.

IV. Solche Zeichen auch bey Zwiſchenpunkten anzubringen, iſt nicht nur zu gleicher Abſicht dienlich, ſondern, es können dadurch auch die Fehler, die beym

Abziehen

Abziehen etwa vorgefallen ſind, durch des Zugs Wiederholung, deſto eher entdeckt werden.

V. Ueberdies iſt die Bemerkung ſolcher Zeichen nothwendig, wenn ein Zug nicht auf einmal beendiget werden kann, ſondern zu verſchiedenen Zeiten nach zu bringen hat; oder wenn von einem Punkte aus, nach verſchiedenen Gegenden gezogen werden muß.

VI. Bey allen Zügen muß man ſich die Linien nach ihrer Größe und Lage in der Ordnung aufſchreiben, oder einſchreiben, in der ſie abgezogen worden.

Zu dieſer Abſicht macht man ſich in die Schreibtafel folgende Columnen:

Wahrer Abſtand							Weltgegend		
Lachter	Achtel	Zolle	Steig.	Fall	Grade	Minuten	Stunden	Achtelſt.	Anmerkungen.

Die an einer Linie gemeſſenen Größen nun werden allmal in eine Zeile nach der Ordnung, wie der Columnen Ueberſchriften zeigen, geſchrieben.

In der letzten Columne, wird alles das gebracht, was zu der Beſtimmung des Orts Gegend gehört, wo man zieht. Es ſind alſo daſelbſt die angebrachten Markſcheiderzeichen genau anzumerken, überdies noch viele andere Umſtände, die die Abſicht eines Zugs erfodert. So kann z. B. darinne angezeigt werden: wo ganz Ort anſteht; wo Schächte und Geſenke vorhanden; die Lage und Entfernung von Tageſchächten u. ſ. w.

VII. Bey jedesmaligen Abziehen muß man die Magnetabweichung zu erforſchen ſuchen und ſich dieſelbe nebſt der Zeit der Beobachtung und des Abziehens anmerken, um allemal bey Fertigung des Grundriſſes und dergleichen ſich der reducirten Streichung bedienen zu können, welches beſonders bey Zügen nöthig, deren Theile zu verſchiedenen Zeiten verrichtet worden.

VIII. Uebrigens iſt über das Abziehen das dritte Hauptſtück des Herrn von Oppels Markſcheidekunſt nachzuleſen; Auch Herrn Cancrinus Markſcheidekunſt 1027 ... 1038 §; Voigtels und Bayers Markſcheidebücher.

§. 333.

A und F (Fig. 63) ſeyen zween Punkte, von den man von einem zum andern unmittelbar durch die Schnur keine gerade Linie ziehen kann:

Man ſoll ihren ſöhligen und ſeigern, auch wahren Abſtand, und ihre Lage; oder, der Linie AF Größe, Sohle und Seigerteufe, Neigung und Streichen, finden.

Aufloͤſung.

1) Zwiſchen A und F nehme man Zwiſchenpunkte B, C, D, E, an, um von A bis F abziehen zu koͤnnen.

2) Man verrichte dieſen Zug (328):

3) So findet man dadurch der AB, BC, CD, DE, EF, Groͤße, Neigungswinkel und Streichen.

Aus dieſen laͤßt ſich deren Sohlen und Seigerteuſen, und dann deren Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe berechnen, (263, 264; 282, 284).

4) Die Summe der Seigerteufen und Sohlen, giebt der AF Sg. und Sohle, (273).

5) Aus $\sqrt{[(\text{Sg. AF})^2 + (\text{S. AF})^2]}$ erhaͤlt man AF, (268).

6) Der Seigerteufen Summe dividirt durch der Sohlen Summe, giebt der Linie AF Neigung, und ob ſie ſteigt oder faͤllt, (268, 269).

7) Auch erhaͤlt man durch die Diviſion der Summe der berechneten Streichungkoſinuſſe in die Summe der gefundenen Streichungſinuſſe, dieſer Linie AF Streichen und deſſen Beſchaffenheit (285, 286). Dieſes aber iſt obſervirte oder reducirte Streichung, nachdem es der abgezogenen Linien iſt.

8) Haͤtte man von einem andern Punkte C nach A und F gezogen: So nehme man das entgegengeſetzte der Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe der Linien entweder zwiſchen C und A, oder C und F; und verfahre wie vorhin.

§. 334.

I. Wenn nach 4) vor. §, Sgt AF = 0 kommt: So erhaͤlt man AF = S AF;

II. Kommt aber S AF = 0: So wird AF = Sg AF.

III. In 7) giebt Steichungkoſinus AF = 0, das Streichen von AF = 6^h, aber = 0^h oder 12^h, wenn Streichungſinus AF = 0.

§. 335.

§. 335.

Folgende Paragraphen werden die beſondern Fälle enthalten, worauf der 333 § anzuwenden iſt; wiewohl einige nicht die völlige Auflöſung erfodern.

§. 336.

Wenn von F bis A ein Schacht ſeiger abzuſinken: So giebt § 334 I ſeine Tiefe.

§. 337.

Darnach findet man auch, wie viel von einem gegebenen Punkte F aufn Gebürge bis zu einem andern nicht weit entlegenen, Waſſerfälle eingebracht wird.

§. 338.

I. Wenn von A auf dem Gebürge bis gerade unter oder über F ein Ort zu treiben:

So giebt § 334 II, ſeine ſöhlige Länge; und dieſer Streichen § 333, 7).

II. Man giebt der Sohle eines Orts wegen dem freyen Abzuge der Waſſer auf 100 Lachter Länge $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ Lachter Röſche, d. h. man giebt der unterſten Fläche eines Orts eine Neigung, die eine Linie von 100 Lachter Länge haben muß, wenn ihre Seigerteufe $= \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ Lachter ſeyn ſoll.

Wenn man daher nach I des Orts Länge = l gefunden hat, und p die auf 100 Lachter zugebende Röſche bedeutet: So giebt $\frac{p.\,l}{100}$ die der l zugehörige Röſche.

§. 339.

Von F aufn Gebürge ſoll ein Schacht ſeiger abgeſunken werden: Man verlangt ſeine Tiefe bis auf die Sohle eines gerade nach ihm getriebenen Ortes.

Da nimmt man auf der Sohle einen Punkt A an, und zieht bis F ab. Dadurch kann man nach § 333, 4) der Punkte A und F ſeigere Entfernung

= p

$= P$, und ihre ſöhlige Länge $= l$ finden; daraus aber die verlangte Tiefe $= P - \frac{p.\,l}{100}$, (338, II).

§. 340.

I. Die völlige Auflöſung des 333. § erfodert die Angebung eines **Durchſchlages**, wenn man, um friſche Wetter zu bringen oder Waſſer abzuzapfen von einem gegebenen Punkte aus anſitzen, und bis in einen andern gegebenen erſchlagen will; es mag nun dies durch Ueberhauen, Abſinken, oder Oertertreiben geſchehen.

II. Unter dieſen Fall iſt auch der: Gegenörter anzugeben, die, um einen ofnen Durchſchlag zu beſchleunigen, gegen einander getrieben werden, wenn die Punkte, wo damit anzuſitzen, gegeben ſind:

§. 341.

Von dem bisherigen (334 ... 340) iſt nachzuleſen, von Oppel § 792 bis 806.

XV.

Analytiſche Lehnſätze.

---

§. 342.

Unter den Größen findet man welche, die beſtändig wachſen oder abnehmen, mittlerweile andere eben dieſelben bleiben.

Jene heiſen **veränderliche**, dieſe **beſtändige**.

§. 343.

I. Verändert ſich eine Größe x indem ſie um eine andere e wächſt oder abnimmt; So wird aus x nun $x \pm e$.

II. Iſt

II. Iſt dieſes e ſo klein, daß e^2, e^3, u. ſ. w. in Vergleichung x als verſchwindend anzuſehen, und alſo genannte Potenzen ohne merklichen Irthum in der Rechnung weggelaſſen werden können: So heißt hier o das Differentiale von x.

III. Dies zu bezeichnen ſetzt man vor x das d, daß alſo $dx = e$, wo man d nicht als ein in x multiplicirten Faktor anſehen muß; ſondern als ein ähnliches Zeichen, mit l, und $\sqrt{}$, wovon bekannlich jenes den Logarithmen einer Größe und dieſes die Quadratwurzel aus einer Größe bezeichnet.

IV. Mit den Differentialien hat es zwar in der höhern **Mathematik** eine andere Bewandniß; allein hier werden ſie nur in angeführten Sinne genommen.

§. 344.

I. Wenn a eine beſtändige Größe:
So iſt

$$da = o \ (342,\ 343,\ I.).$$

II. Alſo

$$d\,(x \pm a) = dx.$$

§. 345.

Iſt y auch eine veränderliche Größe:
So iſt

$$d\,(y + x) = dy + dx$$
$$d\,(y - x) = dy - dx.$$

§. 346.

I. $d\,(x.\ y) = xdy + ydx.$

II. $d\,(a\ y) = ady.$

III. $d\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{ydx - xdy}{y^2}.$

IV. $d\left(\frac{a}{y}\right) = \frac{-\ a\,dy}{y^2}.$

$$\text{V. } d\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{adx}{a^2} = \frac{dx}{a}.$$

§. 347.

Da negatives Wachsthum, Abnehmen bedeutet: So wird, wenn man in x y oder $\frac{x}{y}$ die dx, dy negativ nimmt, alſo die Größen x, y um dx, dy abnehmen läßt.

$$d(xy) = -xdy - ydx$$

$$d\left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{ydx + xdy}{y^2}.$$

§. 348.

$$\text{I. } d \sin x = \text{Coſ}\, x.\, dx.$$

$$\text{II. } d\, \text{Coſ}\, x = - \sin x.\, dx.$$

$$\text{III. } d \tan x = \frac{dx}{\text{Coſ}\, x^2}.$$

$$\text{IV. } d\, \text{Cot}\, x = \frac{-dx}{\sin x^2}.$$

$$\text{V. } d \sec x = \frac{\tan x.\, dx}{\text{Coſ}\, x}.$$

$$\text{VI. } d\, \text{Coſ}\, x = -\frac{\text{Coſec}\, x.\, dx}{\tan x}.$$

Hiebey iſt zu merken, daß man unter dx die Veränderung eines Bogens in Decimaltheilen des Halbmeſſers 1 verſtehen muß. Wenn daher dx in Sekunden gegeben wäre: So müßte man in dieſe Formeln $\frac{dx}{206264}$, (211, IIII) ſtatt dx ſetzen.

§. 349.

I. Die natürlichen Logarithmen gehören zu einem Syſtem, deſſen Baſis = 2,718281 ....

Ihre

Ihre Berechnung lernt man in der höhern Mathematik, und in Schulzens Sammlung mathematiſcher Tafeln findet man ſie von Herrn Wolfram berechnet.

II. Es ſey nun b die Baſis eines Logarithmen Syſtems: So giebt $\frac{1}{\log \text{nat } b}$ eine Zahl, die dieſes Syſtems Modulus heißt.

Er ſey M: So iſt M = 1 bey den natürlichen Logarithmen, und = 0,43429... bey den briggiſchen.

§. 350.

$$d \log x = M\frac{dx}{x}.$$

$$d \log \text{nat } x = \frac{dx}{x} \ (349, \text{II}).$$

§. 351.

$$\text{I. } d \log \sin x = M \operatorname{Cot} x.\ dx$$

$$\text{II. } d \log \operatorname{Cosin} x = - M \operatorname{tang} x.\ dx.$$

$$\text{III. } d \log \operatorname{tang} x = \frac{2M.\ dx}{\sin 2x}.$$

$$\text{IV. } d \log \operatorname{Cot} x = - \frac{2M.\ dx}{\sin 2x}.$$

$$\text{V. } d \log \sec x = M \operatorname{tang} x.\ dx.$$

$$\text{VI. } d \log \operatorname{Cosec} x = - M \operatorname{Cot} x.\ dx.$$

§. 352.

Die bisher vorgetragenen Formeln werden in der Differentialrechnung abgehandelt, wo man ſie aus der Lehre von den Gränzen der Verhältniſſe herleitet.

Dieſer Formeln Urſprung einzuſehen muß man mit genannter Rechnung bekannt ſeyn; welches man aber von dem Markſcheider nicht verlangen kann.

XVI.

Von den Folgen der Fehler in den Meſſungen.

§. 353.

Viele Umſtände tragen bey, daß der Markſcheider die ihm nöthigen Data (55) nicht vollkommen genau ausmeſſen kann.

Die meiſten können zwar vermieden werden; aber wenn man auch bey dem Verfahren alle mögliche Sorgfalt anwendet: So ſind doch wegen der Werkzeuge Beſchaffenheit (V) und des Geſichtes Unvollkommenheit immer Fehler in den Meſſungen zu befürchten, deren Beträchtlichkeit von der Güte der Inſtrumente und der Augen abhängen.

§. 354.

Falſch gemeſſene Data verändern, was man daraus ſucht, oder machen es unrichtig. Dieſe Veränderung heißt die Folge der in den gemeſſenen Dingen vorgefallenen Fehler in Rückſicht der zu ſuchenden Größe.

§. 355.

Die Fehler (353) können verurſachen, daß das Gemeſſene zu groß oder zu klein ausfalle.

Welches von beyden geſchieht, läßt ſich in dieſem oder jenem Falle nicht ausmachen.

Man muß beydes annehmen und die Folge (354) davon berechnen.

§. 356.

Ob dieſe Fehler merklich, läßt ſich ausmachen, wenn man mehrere Stücke mißt, als die Theorie erfodert.

Trift alles: So kann man doch nicht ſagen, daß man in keinem Stücke gefehlt habe. Denn die Fehler

können bald poſitiv, bald negativ ſeyn und alſo einander aufheben.

Deshalb kann man dadurch auch nicht die eigentliche Größe der Fehler beſtimmen.

§. 357.

Man thut wohl, wenn man die zu meſſenden Größen etlichemal mißt, und daraus das Mittel nimmt.

Aber das würde eine große Verzögerung der Arbeit ſeyn; daher mißt man die Dinge, wenn nicht eine auſſerordentliche Schärfe der Arbeit erfodert wird, einmal und berechnet nun die Folge.

§. 358.

Dazu muß man die Größe der Fehler (353) wiſſen. Dieſe aber läßt ſich ſehr ſchwer ausmeſſen (355): Man muß daher etwas beſtimmtes feſtſetzen, und hiezu den **größten unvermeidlichen Fehler** nehmen, der ſich von der Beſchaffenheit des Werkzeugs erwarten läßt; weil dadurch die **möglichſte Zuverläßigkeit** entſchieden werden, und dieſer Fehler wirklich vorhanden ſeyn kann.

§. 359.

Wenn man die Data (55) zu verſchiedenen Zeiten an einer ſcharf ausgeſpannten Schnur mit der größten Sorgfalt mißt [323 §, 1)]: So kann man durch die Erfahrung beſtimmen, wie viel ſich für den größten unvermeidlichen Fehler jedes Werkzeuges anſetzen läßt.

§. 360.

Die Data (55) liegen in einem rechtwinklichten Dreyecke (21, 51), und daraus berechnet man Sohle und Seigerteufe, Streichſinus und Streichcoſinus (51, 52), alles Dinge, die die Markſcheiderangaben erfodern (54).

Dieſe

S. 221 = 224

Wahrer Abſtand		Neigung			Seiger=teufen		Obſervirte Streichung			R… te chu…
Lr.	Achtllr.		Gr.	Min.	Lr.	Achtllr.	WG.	St.	Achtſt.	St.
5	0,00	St.	30	15	2	4,151	Oſt	3	2	2
10	0,00	F	40	20	—6	3,778	W.	7	6	6
					—4	1,627				
7	5,90	F	30	10	—2	5,000	W.	11	0	10
					--6	0,627				
3	3,70	St.	30	30	2	0,600	Oſt	1	0	0^{b}
					—4	6,027				
3	3,70	F	30	30	—2	0,600	W.	1	0	12^{b}
					—6	6,627				
6	2,13	St.	70	25	6	7,230	Oſt	5	$6\frac{1}{2}$	4
					0	0,603				

Dieſe Dinge aber kann man nicht vollkommen richtig erhalten, weil man die Data (55) nicht vollkommen genau meſſen kann (353).

Man muß daher durch Berechnung der Folge der Fehler die möglichſte Zuverläßigkeit genannter Dinge zu erhalten ſuchen.

§. 361.

Es ſey H die Hypothenuſe, P ein Cathede, und p deſſen gegenüberſtehender Winkel: So druckt die Formel.

$$P = H. \sin p$$

allgemein die Verhältniſſe zwiſchen den bekannten und geſuchten Größen (360) aus.

Nun iſt klar, daß man aus ihr auch allgemein beſtimmen kann, um wie viel ſich die geſuchten Größen ändern, wenn die bekannten etwas falſch gemeſſen, und daher etwas anders angenommen worden, als ſie in der That ſind.

Dieſe Beſtimmung geſchieht mittelſt den im vorigen Abſchnitte gegeben Formeln, wenn man die Fehler als ſolche Veränderungen der bekannten Größen anſehen kann, wie ſie § 343 II, heiſchet.

§. 362.

Zu finden, um wie viel ſich P ändert, wenn H und p falſch gemeſſen worden.

Aufloͤſung.

I. $dP = H \operatorname{Cos} p \; dp + \sin p \; dH$, (361, 346, 348).

II. $\frac{dP}{P} = \frac{1}{H} dH + \operatorname{Cot} p. \; dp$ (361, 345, 350, 351).

$$= \frac{dH}{H} + \frac{dp}{\operatorname{tang} p}.$$

 Durch

Durch letztere Gleichung erhält man die Verhältniſſe der Fehler zu den zugehörigen Catheden; und man kann alſo aus ihr allemal finden, bis auf den wievielſten Theil des Catheden man ſicher iſt.

§. 363.

Wenn p die Neigung der Linie H: So iſt

I.) $d\,\text{Sg}\,H = \sin p\,dH + H \cos p\,dp$

$d\,\text{Soh}\,H = \cos p\,dH - H \sin p\,dp.$

II.) $$\frac{d\,\text{Sg}\,H}{\text{Sg}\,H} = \frac{1}{H}dH + \text{Cot}\,p\,dp$$

$$= \frac{dH}{H} + \frac{dp}{\text{tg}\,p}$$

$$\frac{d\,\text{SH}}{\text{SH}} = \frac{1}{H}dH - \text{tg}\,p\,dp$$

$$= \frac{dH}{H} - \frac{dp}{\text{Cot}\,p}.$$

§. 364.

Wenn p die Streichung, und H als die richtig gefundene Sohle der Linie H′, folglich dH = o angenommen wird: So hat man

I) $d\,\text{Strſ}\,H' = H \cos p\,dp$

$d\,\text{Strk}\,H' = -H \sin p\,dp;$

II) $$\frac{d\,\text{Strſ}\,H'}{\text{Strſ}\,H'} = \text{Cot}\,p\,dp$$

$$= \frac{dp}{\text{tg}p}$$

$$\frac{d\,\text{Strk}\,H'}{\text{Strk}\,H'} = -\text{tg}\,p\,dp$$

$$= -\frac{dp}{\text{Cot}\,p}.$$

§. 365.

Die vorhergehenden Formeln (362, 363, 364) ſetzen voraus, daß die wahren Größen H, p, etwas zu groß gemeſſen worden, mithin die Fehler poſitiv ſind.

Wäre H, p etwas zu klein gemeſſen, ſo müßte man in genannte Formeln dH, dp negativ ſetzen.

Wegen 355, 358, muß man aber das Poſitive und Negative ſo nehmen, daß man das größte dP oder $\frac{dP}{P}$ erhält.

§. 366.

Exempel zu §. 363, I.

I. Es ſey

H = 10 Lr 5 Zoll

p = 40° 25 Min.

wirklich gemeſſen, und zwar H um 5 Zoll, und p um 5'. zu groß: So ſind die wahren Größen für

H = 10 Lr = 800 Zoll

p = 40° 20'.

Ferner hat man

dH = 5 Zoll

$$dp = \frac{5}{206264}$$

$$= 0{,}000024.$$

II. Alſo

d Sg 10 Lr 5 Z, = 3,251 Zoll

d S = 3,809.

Zu angeführten §. II.

III. Bey den angenommenen Größen

$$\frac{d\,Sg\,H}{H} = 0{,}00625 + 0{,}00003 = 0{,}00628$$

$$\frac{d \mathfrak{S} H}{\mathfrak{S} H} = 0,00625 - 0,00002 = 0,00623;$$

woraus erhellet, daß die angenommenen Fehler von H, p einen ſolchen Einfluß haben, daß man bey der Seigerteufe nur bis auf 0,00628 ihrer Größe, und bey der Sohle auf 0,00623 ihrer Größe ſicher iſt.

IV. Wäre H um 5 Zoll zu klein gemeſſen: So wär $dH = - 5$ Zoll: alſo $\frac{dH}{H} = - \frac{5}{800} = -$ 0,00625, wodurch man erhält

$$\frac{d \mathfrak{Sg} H}{\mathfrak{Sg} H} = - 0,00622$$

$$\frac{d \mathfrak{S}. H}{\mathfrak{S}. H} = - 0,00627.$$

V. Aus III und IV zuſammen, läßt ſich ſchlieſſen: daß für das negative dH, die Zuverläßigkeit bey der Seigerteufe bis auf $\frac{62}{1000}$ und bey der Sohle bis auf $\frac{63}{1000}$ deren Größe, reichet, aber für das poſitive dH umgekehrt iſt.

§. 367.

I. Wenn in 363, $dp = 0$: So iſt

$$d \mathfrak{Sg} H : d \mathfrak{S} H = \sin p : \cos p \ (I)$$

$$d \mathfrak{Sg} H : d \mathfrak{S} H = \mathfrak{Sg} H : \mathfrak{S} H. \ (II).$$

Auch hat man aus a. O. II

$$d \mathfrak{Sg} H : \mathfrak{Sg} H = dH : H = d \mathfrak{S} H : \mathfrak{S} H.$$

Hieraus folgt:

$$\mathfrak{Sg} H \pm d \mathfrak{Sg} H : H \pm dH = d \mathfrak{Sg} H : dH;$$

$$\mathfrak{S} H \pm d \mathfrak{S} H : H \pm dH = d \mathfrak{S} H : dH.$$

Iſt

Iſt dH = o: So iſt (aus a. D. I)

$$\frac{d\,SgH}{d\,SH} = -\frac{\mathrm{Coſ}\,p}{\mathrm{ſin}\,p} = -\mathrm{Cot}\,p$$

$$= \mathrm{Cot}\,(180^\circ - p) : 1$$

Alſo

$$d\,SgH : d\,SH = \mathrm{Cot}\,(180^\circ - p) : 1.$$

III. Aus 364 hat man

$$d\,StrſH' : d\,StrkH' = \mathrm{Cot}\,(180^\circ - p) : 1;$$

Alſo

$$d\,SgH : d\,SH = d\,StrſH : d\,StrkH.$$

§. 368.

In der Formel VII § 259 ſey r = 1; ab = a, Ca = b; und a und b etwas falſch gemeſſen: **Man verlangt die Aendrung vom Winkel C.**

Aufloͤſung.

$$dC = 2\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}C\left(\frac{da}{a} - \frac{db}{b}\right).$$

Beweis.

$$\mathrm{ſin}\,\tfrac{1}{2}C = \frac{a}{2b},\ (\text{a. D.})$$

$$d\log\mathrm{ſin}\,\tfrac{1}{2}C = d\log a - d\log b,$$

$$M\,\mathrm{Cot}\,\tfrac{1}{2}C\,d\,\tfrac{1}{2}C = M\frac{da}{a} - M\frac{db}{b},\ (351, \text{I.});$$

woraus angegebene Formel folgt.

§. 369.

Oft kann man db = o nehmen, in dieſem Falle iſt

$$dC = 2\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}C\,\frac{da}{a}.$$

Auch hat man alsdann

$$dC = \frac{da}{b \operatorname{Coſ} \frac{1}{2} C}$$

wie ſich leicht, mittelſt 346 V und 348 I, aus ſin $\frac{1}{2}$ C $= \frac{a}{2b}$ finden läßt.

§. 370.

In der letzten Formel für dC wird Coſ $\frac{1}{2}$ C immer kleiner, je näher C an 180° kommt, alſo $\frac{da}{b \operatorname{Coſ} \frac{1}{2} C}$ immer größer.

Folglich gehören gleichen Aenderungen von a immer größeren von C zu, je näher C an 180° rückt.

§. 371.

Exempel zu §. 369.

Es ſey

$$b = 5 \text{ Achtellr.}$$

Hätte man nun a auch ſo groß gefunden: So würde man

$$C = 60°, \text{ folglich}$$
$$\tfrac{1}{2}C = 30°$$

nehmen.

Geſetzt aber, es wäre bey Meſſung des a der Fehler von

$$0{,}001 \text{ Achtellachter} = d\,a$$

begangen worden: So würde

$$d\,60° = \frac{0{,}001}{5 \cdot \operatorname{Coſ} 30°}$$
$$= \frac{0{,}0002}{\operatorname{Coſ} 30°}$$

in

in Decimaltheilen des Halbmeſſers, und folglich in Sekunden

$$= \frac{0,0002}{\mathrm{Cof}\ 30^\circ} \cdot 206264$$

ſeyn.

Die Berechnung läßt ſich bequem durch Logarithmen bewerkſtelligen. Man hat

$$\log d\,60^\circ = \log 0,0002 - \log \mathrm{Cof}\ 30^\circ + \log 206264.$$

Aber

$$\log 0,0002 = 0,3010300 - 4$$
$$\log \mathrm{Cof}\ 30^\circ = -9,9375306 + 10$$

$$\log 0,0002 - \log \mathrm{Cof}\ 30^\circ = 0,3634994 - 4.$$
$$\log 206264 = 5,3144251$$

$$\log d\ 60^\circ = 1,6879245$$
$$d\ 60^\circ = 48'', 74.$$

So viel betrüge C über oder unter 60°, nachdem a um 0,001 kürzer oder länger wäre als 5.

Wäre

$$da = 0,01:$$

So wäre

$$d\,60^\circ = 487'', 4$$
$$= 8'\ 7'', 4.$$

Man ſieht, daß man a mit aller möglichſten Genauigkeit zu meſſen habe. Auch iſt klar, daß, wenn man b = 10 Achtellachter genommen hätte, ein Fehler in a nur einen halb ſo großen im Winkel C gegeben hätte.

§. 372.

Wenn in § 260 die Größen p, q etwas falſch gemeſſen:

Zu finden, um wieviel ſich h ändert.

Auflöſung.

$$dh = 2\,tg\,\tfrac{1}{2}h\,[(2\,tg\,p + Cot[g+p-q] - Cot[g-p+q])\,dp + (2\,tg\,q - [Cot(g+p-q) - Cot(g-p+q)]\,dq].$$

Beweis.

Für den Sinus totus = 1 iſt (260)

$$\log\sin\tfrac{1}{2}h = 2(\log\sin\tfrac{1}{2}(g+p-q) + \log\sin\tfrac{1}{2}(g-(p-q)) - \log Coſ p - \log Coſ q).$$

Alſo:

$$d\log\sin\tfrac{1}{2}h = 2(d\log\sin\tfrac{1}{2}(g+p-q) + d\log\sin\tfrac{1}{2}(g-(p-q)) - d\log Coſ p - d\log Coſ q);$$

woraus ſich nach §. 351 mit gehöriger Aenderung angegebene Formel findet.

§. 373.

Wegen §. 358 wird man $dp = dq$ nehmen können. Alsdann aber hat man

$$dh = 4\,tang\,\tfrac{1}{2}h\,(tg\,p + tg\,q)\,dp.$$

Exempel.

Nach § 260 III iſt

$$\tfrac{1}{2}h = 47^\circ\,49'$$
$$p = 50^\circ\,30'$$
$$q = 23^\circ\,30'.$$

Nun ſey

$$dp = \frac{5}{206264} = 0{,}000024.$$

Man

§ 376.

ir= ei= ſt.	Sohlen Lr.	Achtellr.	Strſinuſſe. Lr.	Achtellr.	Strkſinuſſe. Lr.	Achtellr.	Anmerkungen. Die Magnetabweichung war 1^{h} = 15° weſtlich.
							Von Anfangspt. A
2	4	2,553	2	3,191	3	4,720	bis B
6	7	4,983	—7	5,552	1	5,362	bis C
			—5	2,361	5	2,082	AC (§. 119; 132)
0	7	2,110	—3	6,550	6	4,920	bis D
			—9	0,911	11	7,002	AD
0	2	7,920	0	0,000	2	7,920	bis E
			—9	0,911	14	6,922	AE
0	—2	7,920	0	0,000	—2	7,920	zurück bis D
			—9	0,911	11	7,002	AD
½	2	0,800	1	2,100	0	5,140	Von da bis F
			—7	6,811	12	4,142	AF

Die

Man hat aber

$$\begin{array}{rcl} tg\,p & = & 1,2130970 \\ tg\,q & = & 0,4348124. \\ \hline & & 1,6479094 \\ \log \text{davon} & = & 0,2169309 \\ \log\ 4 & = & 0,6020600 \\ \log tg\,\tfrac{1}{2}h & = & 10,0427689 - 10 \\ \log dp & = & 0,3002112 - 5 \\ \hline & & 0,2419710, -4 \\ \log 206264 & = & 5,3144251 \\ \hline & & 1,5563961 \\ dh & = & 36'', 008. \end{array}$$

Woraus man ſieht, daß man nach §. 260 den ſöhligen Winkel zwoer Schnuren genauer, als mittelſt des Compaſſes finden kann, wenn man auch allemal beym Meſſen der p, q, um 5′ fehlen ſollte, woferne nur g richtig gefunden.

XVII.

Berechnung der Züge.

§. 374.

Aus den gefundenen Größen (323) der abgezogenen Linien die ihnen zu kommenden Sohlen und Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe, auch reducirte Streichung finden, heißt den Zug berechnen.

§. 375.

Dies kann nun für die Sohlen und Seigerteufen nach 263 oder 264, für die Streichungſinuſſe und Strei-

Streichungkoſinuſſe nach 282 oder 284, und für die reducirte Streichung nach 248 geſchehen.

§. 376.

Um aber alle Punkte des Zuges, und die jeder abgezogenen Linie zukommenden Größen leicht zu überſehen, auch allem Irthume, der ſich etwa durch Verwechslung dieſer Größen ereignen könnte, vorzubeugen, hat man den berechneten Zug in eine tabellariſche Form, nach der Ordnung wie die abgezogenen Linien auf einander folgen, zu bringen, und darein aus der Schreibtafel die gefundenen Größen, und dann die berechneten, wie ſie zuſammen gehören, zu ſchreiben.

Die ganze Sache wird ſich aus folgendem Beyſpiele ſehr leicht begreifen laſſen. Folgt II.

§. 377.

Die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe ſind in dieſer Tabelle nach der reducirten Streichung berechnet.

Die negativen Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe, werden in der Ausübung gemeiniglich mit ſchwarzer Dinte, die poſitiven aber, mit rother, geſchrieben; wenigſtens iſt es ſo in Freyberg im Gebrauch. Man kann auch dieſe negativen Größen, wie gewöhnlich (Ar. I. 92) andeuten, und vor die poſitiven nichts ſetzen; welches auch in vorſtehender Tafel geſchehen, wo die fallenden Seigerteufen, weſtlichen Streichungſinuſſen, und ſüdlichen Streichungkoſinuſſen, die ſind, vor den das Zeichen: —, ſteht.

§. 378.

Bey einem Markſcheiderzuge ſind oft viele Zwiſchenpunkte nur angenommen worden, um den Zuſammenhang des Zugs zu erhalten, haben aber in den Angaben ſonſt keinen Einfluß. Man thut daher oft ſehr wohl, aus einem berechneten weitläuftigen Markſcheiderzuge nur der bey den Angaben nöthigen Punkte Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe zu nehmen, und dadurch den berechneten Zug gleichſam in die Kürze zu ziehen. Wie dies geſchehen kann, iſt leicht aus 272, 289 zu erſehen.

XVIII.

Verjüngter Lachtermaaßſtab.

---

a) Einrichtung und Gebrauch deſſelben.

§. 379.

Einen zu fertigen.

Auflöſung.

I. Auf BF (Fig. 73) trage man eine gewiſſe Anzahl gleicher Theile BC = CD = DE ꝛc., und laſſe jeden 10 Lachter bedeuten.

II. Man theile den äuſſerſten, BC, in zehn gleiche Theile, B 1, = 1 2 = 2 3 ꝛc.:

So ſtellt jeder ſolcher Theil 1 Lachter vor (I, II).

III. Aus B richte man ein Loth BA auf:

IV. Theile ſelbiges in 8 gleiche Theile A 1 = 1 2 = 2 3 ꝛc.;

V. Ziehe durch die Theilpunkte 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 und A mit BF parallel Linien 7 N, 6 M, 5 L ꝛc.

VI. Alsdann durch A und den Punkt 1 in BF die Linie A 1,

VII. Und mit dieſer durch die Theilpunkte 2, 3, 4, 5 ꝛc., in BF die parallelen 1′ 2, 2′ 3, 3′ 4 .... 9′ C.

VIII. So iſt

$$1\,a = \tfrac{1}{8}\,B\,1$$
$$= \tfrac{1}{8}\text{ Lr.}$$
$$2\,b = \tfrac{2}{8}\,B\,1$$
$$= \tfrac{2}{8}\text{ Lr.}$$
$$3\,c = \tfrac{3}{8}\text{ Lr.}$$

u. ſ. w.

IX. Führt man nun durch C, D ꝛc. Parallelen mit BA:

X. So hat man einen verjüngten Maaßſtab gefertigt, der Achtel und ganze Lachter enthält.

Beweis.

XI. Das letzte erhellet aus II; Erſteres aber aus VIII, und dieſes aus III, IV, V, VI, und Geom. 25. Satze. Es iſt nämlich:

$$A1 : 1a = AB : B1,$$

oder

$$A1 : AB = 1a : B1,$$

Aber

$$A1 = \frac{1}{8} AB \text{ (IV)}.$$

Alſo auch

$$1a = \frac{1}{8} B1, = \frac{1}{8} \text{Lr. (II)}.$$

Ferner iſt

$$A2 : AB = 2b : B1$$

und

$$A2 = \frac{2}{8} AB \text{ (IV)}$$

Alſo auch

$$2b = \frac{2}{8} B1$$
$$= \frac{2}{8} \text{Lr.}$$

Eben ſo iſt der Beweis für 3 c, 4 d ꝛc.

§. 380.

Wäre BC = 1 Lachter und in 8 gleiche Theile, alſo in Achtellachter, und AB in 10 Theile, getheilt:

So bedeuten die Querſtückgen in dem Dreyecke AB1, Zolle.

Sie würden Primen vorſtellen, wenn (Fig. 74) BC, = $\frac{1}{8}$ Lachter und in 10 gleiche Theile getheilt worden.

§. 381.

Werden von C (Fig. 74) gegen die rechte Hand 10 Achtellachter, CD, DE, ꝛc. getragen: So erhält man eine Länge, von der ſind die Theile BC, CD ꝛc. Zehntheile, die auf BC Hundertheile, und die Querſtückgen im ſchmalen Dreyecke BA, Tauſendtheile.

So kann man einen verjüngten Lachtermaasſtab zu einen tauſendtheiligen machen.

Er iſt vorzüglich brauchbar.

§. 382.

Die Figuren 75, 76, 77, zeigen noch einige Gattungen von Maaßſtäben.

Der in der 75ſten Figur, giebt Lachter, Zehntel-lachter, Zolle ꝛc.; nachdem 20 = 10 Lachter; = 1 Lachter; = $\frac{1}{8}$ Lachter ꝛc.

Wäre (Fig. 76) B m = 1 Lachter, und B 5 = 5 m = $\frac{1}{2}$ Lachter: So wäre d 1 = $\frac{1}{10}$ Lachter, c 2 = $\frac{2}{10}$ Lachter ꝛc. Für Bm = $\frac{1}{8}$ Lachter, alſo B 5 = 5 Zollen, iſt d 1 = 1 Zoll, c 2 = 2 Zoll ꝛc.

Beym Maaßſtabe der 77ſten Figur ſind von o bis 80 acht gleiche Theile oder Achtellachter, und eben dieſe von 80′ bis o′ abgetragen, auch auf dem Perpendikel 80 10, zehn gleiche Theile für die Zolle genommen worden. Bedeutet nun 10′ 30′ 50′ 70′ der erſte, dritte, fünfte, ſiebente Theilpunkt auf o 80′, und 20, 40, 60, der zweyte, vierte, ſechſte auf o 80: So ziehe man die ſchiefen Linien 10′ 0, 10′ 20, 30′ 20, 30′ 40, u. ſ. w., da alsdann in dem kleinen Dreyecke o 10′ o′ die Querſtückgen nach der Ordnung von o aus, 1 . . . 10 Lachterzolle, die im Trapezio a′ 10′ 20 o von 10′ aus 11 . . . 20 Lachterzolle, die in dem Trapezio 20 30′ o′ o von 20 aus nach 30′ zu 21 . . . . 30 Lachterzolle, u. ſ. w. geben.

Von allen dieſen läßt ſich der Beweis aus der Einrichtung und dem 25 Satze der Geometrie, leicht führen.

§. 383.

Bey Fertigung der Maaßſtäbe auf dem Papiere muß man die Theilpunkte mit den Zirkelſpiezen ſo zart als möglich angeben, auch dieſe Spitzen beym Gebrauche nie ins Papier ſtechen, weil ſonſten der Maaßſtab bald unrichtig würde.

Man braucht daher lieber auf Elfenbein Birnbaum-holz ꝛc, oder Meſſing verzeichnete Maaßſtäbe.

§. 384.

Den Gebrauch des verjüngten Lachtermaaß-ſtabes zu zeigen.

Auflö-

Auflöſung.

I.) Sollte von dem der 73 Figur eine Länge $25\frac{6}{8}$ Lachter genommen und aufs Papier getragen werden:

So zähle man von C nach E zu, $2 \times 10 = 20$ Lachter ab, und von C nach B zu fünfe;

Gehe hierauf von dem Punkte 5 der BC auf die ſchiefe Linie 54′ hinauf bis ſie von der 6ten Querlinie 2 H in i geſchnitten wird.

Nun ſetze man die eine Zirkelſpitze in i und thue den Zirkel auf, bis die andre in den Durchſchnittspunkt l der Linien E 20 und 2 H trift:

So iſt il die verlangte Länge.

Beweis.

Denn

$$il = lh + mh + mi.$$

Aber

$$lh = CE = 20 \text{ Lachter}$$
$$mh = 6 \text{ Achtellachter}$$
$$im = C\,5 = 5 \text{ Lachter.}$$

II.) Wäre auf dem Papiere eine Weite vorgegeben, deren Größe man nach dem verjüngten Maaßſtabe beſtimmen wollte:

So faſſe man ſie mit dem Zirkel und behalte ihn in unveränderter Oefnung.

Nun ſuche man ein ſolches Perpendikel z. E. E 20, daß, wenn man in einen gewiſſen Punkt deſſelben die eine Zirkelſpitze ſetzt, die andere innerhalb ABC 10 in einen ſolchen Durchſchnittspunkt i fällt, der mit l in einer Parallele mit B F liegt.

Alsdann kann man il in Lachter und deſſen Theile beſtimmen.

b) Herrn Branders Maaßſtäbeſyſtem.

§. 384.

I.) Die Größe des verjüngten Lachtermaaßſtabes richtet ſich nach den Abſichten, die man bey einem Markſcheiderriſſe erreichen will, und es hat oft Schwierigkeit, hiezu die erfoderlichen Größe der Theile eines ſolchen Maaßſtabes zu beſtimmen.

Man kann ſich aber das lange Aufſuchen der für jeden Fall erfoderliche Größe des Maaßſtabes erſparen, wenn man ein **Syſtem von tauſendtheilichen Maaßſtäben** hat; dergleichen Herr Mechan. **Brander** in Augſpurg in ſehr großer Vollkommenheit auf Glas und Meſſing verfertiget.

Die Einrichtung lernt man aus einer von ihm herausgegebenen Schrift: **Beſchreibung eines Syſtems von Maaßſtäben**, kennen. Sie iſt wieder aufgelegt, und deſſen **Beſchreibung und Gebrauch eines geometriſchen Inſtruments in Geſtalt eines Proportionalzirkels**, angehängt. Herr Prof. **Mayer** zeigt im 72. § ſeiner practiſchen Geometrie auch die Einrichtung und den Gebrauch dieſes Syſtems.

Ich werde daraus das nöthige hier beybringen, weil der Markſcheider ebenfalls von einen ſolchem Maaßſtäbeſyſtem guten Gebrauch machen kann.

II. Die Einrichtung nun, beruht auf folgenden Gründen:

Erſtlich. Aehnliche Theile auf den Maaßſtäben ſollen in einer geometriſchen Progreſſion fortgehen, ſo, daß ein Theil auf dem eilften, nur erſt ohngefähr 10 mal größer iſt als ein ähnlicher Theil auf dem erſten Maaßſtabe.

Alſo muß der 11te Maaßſtab zehnmal ſo groß als der erſte ſeyn.

Zwey=

Zweytens. Damit die Theile auf denen nach einander folgenden Maaßſtäben ſtuffenweiſe größer werden, ſo theilt man dieſe alle auf ähnliche Art ein, dergeſtalt, daß

Drittens, ähnliche Theile zweener nächſt auf einander folgender Maaßſtäbe kein gar zu großes Verhältniß gegen einander haben.

III. Nun ſey des erſten Maaßſtabes Länge $= a$, des eilften $= l$: So hat man zwiſchen a und l, neun mittlere geometriſche Proportionallinien b, c, d, e, f, g, h, i, k zu ſuchen auf die nachher Abtheilungen verzeichnet werden.

Es ſtehen aber a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, in einer geometriſchen Proportion: Alſo hat man

$$10 \odot (b : a) = l : a,$$

oder

$$b^{10} : a^{10} = l : a \text{ (Ar. VI, 4)}:$$

Folglich

$$b^{10} = a^{9} . l.$$

Aber l ſoll $= 10 . a$ ſeyn:

Folglich hat man

$$b^{10} = 10 . a^{10}.$$

Mithin

$$b = a \sqrt[10]{10},$$

Und

$$\log b = \log a + \tfrac{1}{10} \log 10$$
$$= \log a + 0,1000000.$$

IV. Aus $a : b = b : c = c : d$, u. ſ. w. folgt

$$c = \frac{b^2}{a}$$

$$d = \frac{c^2}{b};$$

u. ſ. w.

Alſo

$$c = a\sqrt[10]{100}$$
$$d = a\sqrt[10]{1000}$$
u. ſ. w.

Folglich

$$\log c = \log a + 0,2000000$$
$$\log d = \log a + 0,3000000$$
u. ſ. w.

V. Nun macht Herr Brander den kleinſten Maaßſtab a = 100 Pariſer Linien, und theilt jede Linie in 10 gleiche Theile: Alſo iſt in ſolchen Theilen

$$a = 1000,$$

und

$$\log a = 3,$$

wodurch man leicht nach IV die Logarithmen von b, c, d, e, u. ſ. w. berechnen und daraus für die Linien a, b, ꝛc. die gehörigen Zahlen finden kann.

Dieſe aber zeigen an, wie viel von den Theilen, deren a, 1000 enthält (IV) zu der Länge jedes nächſtfolgenden Maaßſtabes genommen werden müſſen.

VI. Jede ſolche Länge wird für ſich in 1000 Theile getheilt, und ſo werden 1000theiligte Maaßſtäbe a, b, c, d u. ſ. w. erhalten (381), deren ganze Längen ſowohl, als auch ähnliche Theile ſich wie die für a, b, c, d, u. ſ. w. gefundenen Werthe (V) verhalten; deren Verhältniß aber kann man = 31 : 39 ſetzen.

Die Maaßſtäbe und ähnliche Theile auf ihnen wachſen alſo nicht ſehr ſchnell, wie auch der dritte Grund in II erfodert, und ſelbſt nothwendig iſt, weil, wenn man zu einer geometriſchen Verzeichnung einen erwählt hätte, der etwas zu groß wäre, man ſtufenweiſe einen von den nächſt kleinern nehmen kann, ohne ſich der

Gefahr

Gefahr auszuſetzen, einen auszuwählen, durch den die Verzeichnung plötzlich zu klein ausfiele.

VII. Den Gebrauch dieſes Syſtems werde ich weiter unten erwähnen.

c) Herrn Hogrevens Vorſchlag zum geſchwindern Abtragen gerader Linien.

§. 385.

Wenn man gerade Linien vom verjüngten Maaßſtabe auf die gewöhnliche Art abträgt: So wird immer einige Zeit erfodert, zumal wenn man genau verfahren will. Um nun Zeit zu erſparen: So räth Herr Hogreve (Anweiſung zur topographiſchen Vermeſſung eines Landes, § 26), auf die Seitenflächen eines dreyeckigten Priſma von Holz, oder Eilfenbein ꝛc. Maaßſtäbe zu verzeichnen, daß die Abtheilungen auf beyden Kanten eingeriſſen ſind.

Beym Gebrauche legt man eine dieſer ſcharfen Kanten an die vorgegebene gerade Linie und bemerkt auf ihr etwa mit einer ſcharf zu geſpitzten Nadel die abzuſetzenden Maaße.

Damit das Priſma an der Linie deſto feſter liege, füllt man es mit Bley aus.

Man kann auf allen ſeinen drey Seitenflächen Maaßſtäbe von verſchiedener Größe zeichnen; auch auf vier Priſmen ein Maaßſtäbeſyſtem anbringen.

Auſſer daß dieſes Verfahren geſchwinder von ſtatten gehet, wie Herr Hogreve verſichert, verdirbt man auch nicht, wie bey den gewöhnlichen meſſingenen Maaßſtäben, die Zirkelſpitzen, und vermeidet überdies die Fehler, die bey ihrem Einſetzen begangen werden können.

Auflöſung.

II $dh = 2\,tg\,\tfrac{1}{2}h\,[(2\,tg\,p + Cot[g + p - q]$
$- Cot[g - p + q])\,dp$
$+ (2\,tg\,q - [Cot(g + p - q)$
$- Cot(g - p + q)]\,dq].$

Beweis.

Für den Sinus totus = 1 iſt (260)

$$\log \sin \tfrac{1}{2}h = 2(\log \sin \tfrac{1}{2}(g + p - q) + \log \sin \tfrac{1}{2}(g - (p - q)) - \log Cos\,p - \log Cos\,q).$$

Alſo:

$$d\log \sin \tfrac{1}{2}h = 2(d\log \sin \tfrac{1}{2}(g + p - q) + d\log \sin \tfrac{1}{2}(g - (p - q)) - d\log Cos\,p - d\log Cos\,q);$$

woraus ſich nach §. 351 mit gehöriger Aenderung angegebene Formel findet.

§. 373.

Wegen §. 358 wird man dp = dq nehmen können. Alsdann aber hat man

$$dh = 4\,tang\,\tfrac{1}{2}h\,(tg\,p + tg\,q)\,dp.$$

Exempel.

Nach § 260 III iſt

$$\tfrac{1}{2}h = 47^\circ\,49'$$
$$p = 50^\circ\,30'$$
$$q = 23^\circ\,30'.$$

Nun ſey

$$dp = \frac{5}{206264} = 0{,}000024.$$

Man

§ 376.

ucir= trei=	Sohlen		Strſinuſſe.		Strkſinuſſe.		Anmerkungen. Die Magnetabweichung war 1^h = 15° weſtlich.
chtſt.	Lr.	Achtellr.	Lr.	Achtellr.	Lr.	Achtellr.	
							Von Anfangspt. A
2	4	2,553	2	3,191	5	4,720	bis B
6	7	4,983	—7	5,552	1	5,362	bis C
			—5	2,361	5	2,082	AC (§. 119; 132)
0	7	2,110	—3	6,550	6	4,920	bis D
			—9	0,911	11	7,002	AD
0	2	7,920	0	0,000	2	7,920	bis E
			—9	0,911	14	6,922	AE
0	—2	7,920	0	0,000	—2	7,920	zurück bis D
			—9	0,911	11	7,002	AD
6½	2	0,800	1	2,100	0	5,140	Von da bis F
			—7	6,811	12	4,142	AF

Die

Auflöſung.

$$dh = 2\,tg\,\tfrac{1}{2}h\,[(2\,tg\,p + Cot[g+p-q] - Cot[g-p+q])\,dp + (2\,tg\,q - [Cot(g+p-q) - Cot(g-p+q)]\,dq].$$

Beweis.

Für den Sinus totus = 1 iſt (260)

$$\log\sin\tfrac{1}{2}h = 2(\log\sin\tfrac{1}{2}(g+p-q) + \log\sin\tfrac{1}{2}(g-(p-q)) - \log Coſ p - \log Coſ q).$$

Alſo:

$$d\log\sin\tfrac{1}{2}h = 2(d\log\sin\tfrac{1}{2}(g+p-q) + d\log\sin\tfrac{1}{2}(g-(p-q)) - d\log Coſ p - d\log Coſ q);$$

woraus ſich nach §. 351 mit gehöriger Aenderung angegebene Formel findet.

§. 373.

Wegen §. 358 wird man $dp = dq$ nehmen können. Alsdann aber hat man

$$dh = 4\,tang\,\tfrac{1}{2}h\,(tg\,p + tg\,q)\,dp.$$

Exempel.

Nach § 260 III iſt

$$\tfrac{1}{2}h = 47^\circ\,49'$$
$$p = 50^\circ\,30'$$
$$q = 23^\circ\,30'.$$

Nun ſey

$$dp = \frac{5}{206264}$$
$$= 0,000024.$$

Man

II.

§ 376.

…ucir= …trei=	Sohlen		Strſinuſſe.		Strkſinuſſe.		Anmerkungen. Die Magnetabweichung war $1^h = 15°$ weſtlich.
…chtſt.	Lr.	Achtellr.	Lr.	Achtellr.	Lr.	Achtellr.	
							Von Anfangspt. A
2	4	2,553	2	3,191	5	4,720	bis B
6	7	4,983	—7	5,552	1	5,362	bis C
			—5	2,361	5	2,082	AC (§. 119; 132)
0	7	2,110	—3	6,550	6	4,920	bis D
			—9	0,911	11	7,002	AD
0	2	7,920	0	0,000	2	7,920	bis E
			—9	0,911	14	6,922	AE
0	—2	7,920	0	0,000	—2	7,920	zurück bis D
			—9	0,911	11	7,002	AD
6½	2	0,800	1	2,100	0	5,140	Von da bis F
			—7	6,811	12	4,142	AF

Die

Man hat aber

$$\begin{array}{rl} tg\, p = & 1,2130970 \\ tg\, q = & 0,4348124. \\ \hline & 1,6479094 \\ \log \text{davon} = & 0,2169309 \\ \log\ 4 = & 0,6020600 \\ \log tg \tfrac{1}{2} h = & 10,0427689 - 10 \\ \log dp = & 0,3002112 - 5 \\ \hline & 0,2419710, - 4 \\ \log 206264 = & 5,3144251 \\ \hline & 1,5563961 \\ dh = & 36'', 008. \end{array}$$

Woraus man ſieht, daß man nach §. 260 den ſöhligen Winkel zwoer Schnuren genauer, als mittelſt des Compaſſes finden kann, wenn man auch allemal beym Meſſen der p, q, um 5′ fehlen ſollte, woferne nur g richtig gefunden.

XVII.

Berechnung der Züge.

---

§. 374.

Aus den gefundenen Größen (323) der abgezogenen Linien die ihnen zu kommenden Sohlen und Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe, auch reducirte Streichung finden, heißt den Zug berechnen.

§. 375.

Dies kann nun für die Sohlen und Seigerteufen nach 263 oder 264, für die Streichungſinuſſe und Strei-

Streichungkoſinuſſe nach 282 oder 284, und für die reducirte Streichung nach 248 geſchehen.

§. 376.

Um aber alle Punkte des Zuges, und die jeder abgezogenen Linie zukommenden Größen leicht zu überſehen, auch allem Irthume, der ſich etwa durch Verwechslung dieſer Größen ereignen könnte, vorzubeugen, hat man den berechneten Zug in eine tabellariſche Form, nach der Ordnung wie die abgezogenen Linien auf einander folgen, zu bringen, und darein aus der Schreibtafel die gefundenen Größen, und dann die berechneten, wie ſie zuſammen gehören, zu ſchreiben.

Die ganze Sache wird ſich aus folgendem Beyſpiele ſehr leicht begreifen laſſen. Folgt II.

Zu

§. 377.

Die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe ſind in dieſer Tabelle nach der reducirten Streichung berechnet.

Die negativen Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe, werden in der Ausübung gemeiniglich mit ſchwarzer Dinte, die poſitiven aber, mit rother, geſchrieben; wenigſtens iſt es ſo in Freyberg im Gebrauch. Man kann auch dieſe negativen Größen, wie gewöhnlich (Ar. I. 92) andeuten, und vor die poſitiven nichts ſetzen; welches auch in vorſtehender Tafel geſchehen, wo die fallenden Seigerteufen, weſtlichen Streichungſinuſſen, und ſüdlichen Streichungkoſinuſſen, die ſind, vor den das Zeichen: —, ſteht.

§. 378.

Bey einem Markſcheiderzuge ſind oft viele Zwiſchenpunkte nur angenommen worden, um den Zuſammenhang des Zugs zu erhalten, haben aber in den Angaben ſonſt keinen Einfluß. Man thut daher oft ſehr wohl, aus einem berechneten weitläuftigen Markſcheiderzuge nur der bey den Angaben nöthigen Punkte Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe zu nehmen, und dadurch den berechneten Zug gleichſam in die Kürze zu ziehen. Wie dies geſchehen kann, iſt leicht aus 272, 289 zu erſehen.

XVIII.

Verjüngter Lachtermaaßſtab.

---

a) Einrichtung und Gebrauch deſſelben.

§. 379.

Einen zu fertigen.

Streichungkoſinuſſe nach 282 oder 284, und für die reducirte Streichung nach 248 geſchehen.

§. 376.

Um aber alle Punkte des Zuges, und die jeder abgezogenen Linie zukommenden Größen leicht zu überſehen, auch allem Irthume, der ſich etwa durch Verwechslung dieſer Größen ereignen könnte, vorzubeugen, hat man den berechneten Zug in eine tabellariſche Form, nach der Ordnung wie die abgezogenen Linien auf einander folgen, zu bringen, und darein aus der Schreibtafel die gefundenen Größen, und dann die berechneten, wie ſie zuſammen gehören, zu ſchreiben.

Die ganze Sache wird ſich aus folgendem Beyſpiele ſehr leicht begreifen laſſen. Folgt II.

§. 377.

Die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe ſind in dieſer Tabelle nach der reducirten Streichung berechnet.

Die negativen Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe, werden in der Ausůbung gemeiniglich mit ſchwarzer Dinte, die poſitiven aber, mit rother, geſchrieben; wenigſtens iſt es ſo in Freyberg im Gebrauch. Man kann auch dieſe negativen Größen, wie gewöhnlich (Ar. I. 92) andeuten, und vor die poſitiven nichts ſetzen; welches auch in vorſtehender Tafel geſchehen, wo die fallenden Seigerteufen, weſtlichen Streichungſinuſſen, und ſůdlichen Streichungkoſinuſſen, die ſind, vor den das Zeichen: —, ſteht.

§. 378.

Bey einem Markſcheiderzuge ſind oft viele Zwiſchenpunkte nur angenommen worden, um den Zuſammenhang des Zugs zu erhalten, haben aber in den Angaben ſonſt keinen Einfluß. Man thut daher oft ſehr wohl, aus einem berechneten weitläuftigen Markſcheiderzuge nur der bey den Angaben nöthigen Punkte Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe zu nehmen, und dadurch den berechneten Zug gleichſam in die Kürze zu ziehen. Wie dies geſchehen kann, iſt leicht aus 272, 289 zu erſehen.

XVIII.

Verjüngter Lachtermaaßſtab.

a) Einrichtung und Gebrauch deſſelben.

§. 379.

Einen zu fertigen.

Aufloͤſung.

I. Auf BF (Fig. 73) trage man eine gewiſſe Anzahl gleicher Theile BC = CD = DE. ꝛc., und laſſe jeden 10 Lachter bedeuten.

II. Man theile den äuſſerſten, BC, in zehn gleiche Theile, B 1, = 1 2 = 2 3 ꝛc.:

So ſtellt jeder ſolcher Theil 1 Lachter vor (I, II).

III. Aus B richte man ein Loth BA auf:

IV. Theile ſelbiges in 8 gleiche Theile A 1 = 1 2 = 2 3 ꝛc.;

V. Ziehe durch die Theilpunkte 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 und A mit BF parallel Linien 7 N, 6 M, 5 L ꝛc.

VI. Alsdann durch A und den Punkt 1 in BF die Linie A 1,

VII. Und mit dieſer durch die Theilpunkte 2, 3, 4, 5 ꝛc., in BF die parallelen 1′ 2, 2′ 3, 3′ 4.... 9′ C.

VIII. So iſt

$1'a = \frac{1}{8}$ B 1
$= \frac{1}{8}$ Lr.
2 b $= \frac{2}{8}$ B 1
$= \frac{2}{8}$ Lr.
3 c $= \frac{3}{8}$ Lr.
u. ſ. w.

IX. Führt man nun durch C, D ꝛc. Parallelen mit BA:

X. So hat man einen verjüngten Maaßſtab gefertigt, der Achtel und ganze Lachter enthält.

Beweis.

XI. Das letzte erhellet aus II; Erſteres aber aus VIII, und dieſes aus III, IV, V, VI, und Geom. 25. Satze. Es iſt nämlich:

A 1

$$A1 : 1a = AB : B1,$$

oder

$$A1 : AB = 1a : B1,$$

Aber

$$A1 = \frac{1}{8} AB \text{ (IV)}.$$

Alſo auch

$$1a = \frac{1}{8} B1, = \frac{1}{8} \text{Lr. (II)}.$$

Ferner iſt

$$A2 : AB = 2b : B1$$

und

$$A2 = \frac{2}{8} AB \text{ (IV)}$$

Alſo auch

$$2b = \frac{2}{8} B1$$

$$= \frac{2}{8} \text{Lr.}$$

Eben ſo iſt der Beweis für 3 c, 4 d ꝛc.

§. 380.

Wäre BC = 1 Lachter und in 8 gleiche Theile, alſo in Achtellachter, und AB in 10 Theile, getheilt: So bedeuten die Querſtückgen in dem Dreyecke AB1, Zolle.

Sie würden Primen vorſtellen, wenn (Fig. 74) BC, = $\frac{1}{8}$ Lachter und in 10 gleiche Theile getheilt worden.

§. 381.

Werden von C (Fig. 74) gegen die rechte Hand 10 Achtellachter, CD, DE, ꝛc. getragen: So erhält man eine Länge, von der ſind die Theile BC, CD ꝛc. Zehntheile, die auf BC Hundertheile, und die Querſtückgen im ſchmalen Dreyecke BA, Tauſendtheile.

So kann man einen verjüngten Lachtermaaßſtab zu einen tauſendtheiligen machen.

Er iſt vorzüglich brauchbar.

§. 382.

Die Figuren 75, 76, 77, zeigen noch einige Gattungen von Maaßſtäben.

Der in der 75ſten Figur, giebt Lachter, Zehntellachter, Zolle ꝛc.; nachdem a0 = 10 Lachter; = 1 Lachter; = $\frac{1}{8}$ Lachter ꝛc.

Wäre (Fig. 76) B m = 1 Lachter, und B 5 = 5 m = $\frac{1}{2}$ Lachter: So wäre d 1 = $\frac{1}{10}$ Lachter, c 2 = $\frac{2}{10}$ Lachter ꝛc. Für Bm = $\frac{1}{8}$ Lachter, alſo B 5 = 5 Zollen, iſt d 1 = 1 Zoll, c 2 = 2 Zoll ꝛc.

Beym Maaßſtabe der 77ſten Figur ſind von o bis 80 acht gleiche Theile oder Achtellachter, und eben dieſe von 80′ bis o′ abgetragen, auch auf dem Perpendikel 80 10, zehn gleiche Theile für die Zolle genommen worden. Bedeutet nun 10′ 30′ 50′ 70′ der erſte, dritte, fünfte, ſiebente Theilpunkt auf o 80′, und 20, 40, 60, der zweyte, vierte, ſechſte auf o 80: So ziehe man die ſchiefen Linien 10′ o, 10′ 20, 30′ 20, 30′ 40, u. ſ. w., da alsdann in dem kleinen Dreyecke o 10′ o′ die Querſtückgen nach der Ordnung von o aus, 1 . . . 10 Lachterzolle, die im Trapezio a′ 10′ 20 o von 10′ aus 11 . . . 20 Lachterzolle, die in dem Trapezio 20 30′ o′ o von 20 aus nach 30′ zu 21 . . . . 30 Lachterzolle, u. ſ. w. geben.

Von allen dieſen läßt ſich der Beweis aus der Einrichtung und dem 25 Satze der Geometrie, leicht führen.

§. 383.

Bey Fertigung der Maaßſtäbe auf dem Papiere muß man die Theilpunkte mit den Zirkelſpiezen ſo zart als möglich angeben, auch dieſe Spitzen beym Gebrauche nie ins Papier ſtechen, weil ſonſten der Maaßſtab bald unrichtig würde.

Man braucht daher lieber auf Elfenbein Birnbaumholz ꝛc, oder Meſſing verzeichnete Maaßſtäbe.

§. 384.

Den Gebrauch des verjüngten Lachtermaaßſtabes zu zeigen.

Aufló-

Aufloͤſung.

I.) Sollte von dem der 73 Figur eine Laͤnge $25\frac{6}{8}$ Lachter genommen und aufs Papier getragen werden:

So zaͤhle man von C nach E zu, $2 \times 10 = 20$ Lachter ab, und von C nach B zu fuͤnfe;

Gehe hierauf von dem Punkte 5 der BC auf die ſchiefe Linie 54′ hinauf bis ſie von der 6ten Querlinie 2 H in i geſchnitten wird.

Nun ſetze man die eine Zirkelſpitze in i und thue den Zirkel auf, bis die andre in den Durchſchnittspunkt l der Linien E 20 und 2 H trift:

So iſt il die verlangte Laͤnge.

Beweis.

Denn

$$il = lh + mh + mi.$$

Aber

lh = CE = 20 Lachter
mh = 6 Achtellachter
im = C 5 = 5 Lachter.

II.) Waͤre auf dem Papiere eine Weite vorgegeben, deren Groͤße man nach dem verjuͤngten Maaßſtabe beſtimmen wollte:

So faſſe man ſie mit dem Zirkel und behalte ihn in unveraͤnderter Oefnung.

Nun ſuche man ein ſolches Perpendikel z. E. E 20, daß, wenn man in einen gewiſſen Punkt deſſelben die eine Zirkelſpitze ſetzt, die andere innerhalb ABC 10 in einen ſolchen Durchſchnittspunkt i faͤllt, der mit l in einer Parallele mit B F liegt.

Alsdann kann man il in Lachter und deſſen Theile beſtimmen.

b) Herrn Branders Maaßſtäbeſyſtem.

§. 384.

I.) Die Größe des verjüngten Lachtermaaßſtabes richtet ſich nach den Abſichten, die man bey einem Markſcheiderriſſe erreichen will, und es hat oft Schwierigkeit, hiezu die erfoderlichen Größe der Theile eines ſolchen Maaßſtabes zu beſtimmen.

Man kann ſich aber das lange Aufſuchen der für jeden Fall erfoderliche Größe des Maaßſtabes erſparen, wenn man ein **Syſtem von tauſendtheilichen Maaßſtäben** hat; dergleichen Herr Mechan. **Brander** in Augſpurg in ſehr großer Vollkommenheit auf Glas und Meſſing verfertiget.

Die Einrichtung lernt man aus einer von ihm herausgegebenen Schrift: **Beſchreibung eines Syſtems von Maaßſtäben**, kennen. Sie iſt wieder aufgelegt, und deſſen **Beſchreibung und Gebrauch eines geometriſchen Inſtruments in Geſtalt eines Proportionalzirkels**, angehängt. Herr Prof. **Mayer** zeigt im 72. § ſeiner practiſchen Geometrie auch die Einrichtung und den Gebrauch dieſes Syſtems.

Ich werde daraus das nöthige hier beybringen, weil der Markſcheider ebenfalls von einen ſolchem Maaßſtäbeſyſtem guten Gebrauch machen kann.

II. Die Einrichtung nun, beruht auf folgenden Gründen:

Erſtlich. Aehnliche Theile auf den Maaßſtäben ſollen in einer geometriſchen Progreſſion fortgehen, ſo, daß ein Theil auf dem eilften, nur erſt ohngefähr 10 mal größer iſt als ein ähnlicher Theil auf dem erſten Maaßſtabe.

Alſo muß der 11te Maaßſtab zehnmal ſo groß als der erſte ſeyn.

Zwey=

Zweytens. Damit die Theile auf denen nach einander folgenden Maaßſtäben ſtuffenweiſe größer werden, ſo theilt man dieſe alle auf ähnliche Art ein, dergeſtalt, daß

Drittens, ähnliche Theile zweener nächſt auf einander folgender Maaßſtäbe kein gar zu großes Verhältniß gegen einander haben.

III. Nun ſey des erſten Maaßſtabes Länge = a, des eilften = l: So hat man zwiſchen a und l, neun mittlere geometriſche Proportionallinien b, c, d, e, f, g, h, i, k zu ſuchen auf die nachher Abtheilungen verzeichnet werden.

Es ſtehen aber a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, in einer geometriſchen Proportion: Alſo hat man

$$10\,(b : a) = l : a,$$

oder

$$b^{10} : a^{10} = l : a \text{ (Ar. VI, 4)}:$$

Folglich

$$b^{10} = a^9 . l.$$

Aber l ſoll = 10 . a ſeyn:

Folglich hat man

$$b^{10} = 10 . a^{10}.$$

Mithin

$$b = a \sqrt[10]{10},$$

Und

$$\log b = \log a + \tfrac{1}{10} \log 10$$
$$= \log a + 0,1000000.$$

IV. Aus a: b = b: c = c: d, u. ſ. w. folgt

$$c = \frac{b^2}{a}$$

$$d = \frac{c^2}{b};$$

u. ſ. w.

Alſo

$$c = a\sqrt[10]{100}$$

$$d = a\sqrt[10]{1000}$$

u. ſ. w.

Folglich

$$\log c = \log a + 0,2000000$$

$$\log d = \log a + 0,3000000$$

u. ſ. w.

V. Nun macht Herr Brander den kleinſten Maaßſtab a = 100 Pariſer Linien, und theilt jede Linie in 10 gleiche Theile: Alſo iſt in ſolchen Theilen

$$a = 1000,$$

und

$$\log a = 3,$$

wodurch man leicht nach IV die Logarithmen von b, c, d, e, u. ſ. w. berechnen und daraus für die Linien a, b, ꝛc. die gehörigen Zahlen finden kann.

Dieſe aber zeigen an, wie viel von den Theilen, deren a, 1000 enthält (IV) zu der Länge jedes nächſtfolgenden Maaßſtabes genommen werden müſſen.

VI. Jede ſolche Länge wird für ſich in 1000 Theile getheilt, und ſo werden 1000theiligte Maaßſtäbe a, b, c, d u. ſ. w. erhalten (381), deren ganze Längen ſowohl, als auch ähnliche Theile ſich wie die für a, b, c, d, u. ſ. w. gefundenen Werthe (V) verhalten; deren Verhältniß aber kann man = 31 : 39 ſetzen.

Die Maaßſtäbe und ähnliche Theile auf ihnen wachſen alſo nicht ſehr ſchnell, wie auch der dritte Grund in II erfodert, und ſelbſt nothwendig iſt, weil, wenn man zu einer geometriſchen Verzeichnung einen erwählt hätte, der etwas zu groß wäre, man ſtufenweiſe einen von den nächſt kleinern nehmen kann, ohne ſich der

Gefahr

Gefahr auszuſetzen, einen auszuwählen, durch den die Verzeichnung plötzlich zu klein ausfiele.

VII. Den Gebrauch dieſes Syſtems werde ich weiter unten erwähnen.

c) Herrn Hogrevens Vorſchlag zum geſchwindern Abtragen gerader Linien.

§. 385.

Wenn man gerade Linien vom verjüngten Maaßſtabe auf die gewöhnliche Art abträgt: So wird immer einige Zeit erfodert, zumal wenn man genau verfahren will. Um nun Zeit zu erſparen: So räth Herr Hogreve (Anweiſung zur topographiſchen Vermeſſung eines Landes, § 26), auf die Seitenflächen eines dreyeckigten Prisma von Holz, oder Eilfenbein ꝛc. Maaßſtäbe zu verzeichnen, daß die Abtheilungen auf beyden Kanten eingeriſſen ſind.

Beym Gebrauche legt man eine dieſer ſcharfen Kanten an die vorgegebene gerade Linie und bemerkt auf ihr etwa mit einer ſcharf zu geſpitzten Nadel die abzuſetzenden Maaße.

Damit das Prisma an der Linie deſto feſter liege, füllt man es mit Bley aus.

Man kann auf allen ſeinen drey Seitenflächen Maaßſtäbe von verſchiedener Größe zeichnen; auch auf vier Prismen ein Maaßſtäbeſyſtem anbringen.

Auſſer daß dieſes Verfahren geſchwinder von ſtatten gehet, wie Herr Hogreve verſichert, verdirbt man auch nicht, wie bey den gewöhnlichen meſſingenen Maaßſtäben, die Zirkelſpitzen, und vermeidet überdies die Fehler, die bey ihrem Einſetzen begangen werden können.

d) Einige Anmerkungen über die Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien.

§. 386.

In der ausübenden Mathematick muß man für Punkte, weil ſie in die Sinne fallen ſollen, kleine Theilchen einer Fläche annehmen. Man nennt ſie **praktiſche Punkte.**

Bey **praktiſchen Linien** kommt ebenfalls Länge und Breite in Betrachtung. Ueberhaupt ſieht man alle die Dinge als Linien an, bey denen man etwas blos nach Länge und Richtung ſchätzt.

§. 387.

Wenn auch die Zirkelſpitzen wirkliche Punkte wären, und der Maaßſtab die größte Zuverläßigkeit hätte: So würde man doch beym Meſſen praktiſcher Linien auf dem Papiere mit dem Zirkel, wegen unſrer Augen Unvollkommenheit, Fehler begehen.

Denn man erkennt praktiſche Punkte nicht mehr deutlich, ſo bald ſie zu klein ſind, und folglich unter einen zu kleinen **Sehewinkel** ins Auge fallen.

§. 288.

Den Winkel φ zu finden, unter welchen auf dem Papiere ein kleiner Kreis vom Durchmeſſer a und von einer gewiſſen Farbe ins Auge fällt, wenn ſolcher anfängt, von dem Auge undeutlich empfunden zu werden.

Aufloſung.

Man ſtelle das Papier in eine mäßige Erleuchtung, uud entferne ſich mit dem Auge nach und nach ſo weit, bis der Kreis anfängt undeutlich zu werden.

Des

Des Auges Entfernung vom Papiere ſey = b: So iſt

$$\text{tg}\,\varphi = \frac{a}{b}, \text{ (Optik, § 32).}$$

Iſt a ſehr klein: So iſt es auch φ; Und man kann in dieſem Falle

$$\varphi = \frac{a}{b}$$

in Decimaltheilen des Sinus totus = 1, oder

$$\varphi = \frac{a}{b} \cdot 206264$$

in Sekunden, ſetzen.

§. 389.

φ richtet ſich nach der Schärfe der Augen, weil b nicht für jedes Auge einerley ſeyn kann.

§. 390.

I Das kleinſte φ zu beſtimmen hat man verſchiedene Verſuche angeſtellt, davon ſchon § 388 einen Begriff giebt.

II Man kann davon folgende Schriften nachleſen: Lehrbegriff der Optik, nach dem Engliſchen des Herrn Robert Smith's, mit Aenderungen und Zuſätzen von A. G. Kåſtner ausgearbeitet, (Altenb. 1755, in 4), 29 Seite.

Priſtley's Geſchichte der Optik, von Herrn Klügel überſetzt, und mit Anmerkungen und Zuſätzen begleitet (Leipzig 1776, in 4), Seite 85, 87.

III. Als ein Mittel aus vielen Erfahrungen kann man annehmen, daß von den meiſten Menſchen ein Objekt anfångt undeutlich geſehen zu werden, ſobald φ kleiner als 1 Minute wird.

Indeſſen giebt es Perſonen, denen ein Gegenſtand für φ = 2 und mehrerern Minuten, noch unkenntlich bleibt.

Uebri=

Uebrigens hat auf den Sehewinkel, auch Farbe und Figur der Objekte, und der Grad ihrer Erleuchtung Einfluß. So würde z. E. in § 388 ein gelber Kreis ein kleiner b geben als ein ſchwarzer.

§. 391.

Wenn das kleinſte φ durch die Erfahrung beſtimmt iſt, (390):

Die Größe des Durchmeſſers a eines Objekts, deſſen Weite vom Auge = b, zu finden, wenn es noch deutlich erkannt werden ſoll.

Auflöſung.

$$a = b \tan \phi, \ (388).$$

§. 392.

Anwendung vorigen §.

I. Wollte eine Perſon, deren kleinſtes φ bey ſchwarz auf weis = 2 Minuten wäre, eine auf dem Papiere mit Tuſche gezeichnete gerade Linie AB (Fig. 79) mit dem Zirkel faſſen, und auf einem verjüngten Maaßſtabe meſſen, wenn die Entfernung dieſer Linie vom Auge oder b = 8 Zoll:

So iſt der AB kleinſten praktiſchen Punktes Durchmeſſer

$$= 8 \text{ Zoll} \times \operatorname{tg} 2'$$
$$= 0{,}0046544 \text{ Zoll}$$
$$= \tfrac{1}{250} \text{ Zoll}.$$

Und ſo viel kann dieſe Perſon, bey B ſowohl als A, fehlen.

Folglich würde ſie AB höchſtens nur bis auf $2 \times \frac{1}{250} = \frac{1}{125}$ eines Zolles genau mit dem Zirkel faſſen können, und alſo AB um ſo viel zu groß oder klein nehmen, weil ihr dieſer Linie äuſſerſten Gränzen in der Entfernung von 8 Zollen unkenntlich werden.

II. Wäre

II. Wäre AB = 6 Zoll: So wäre das Verhältniß des Fehlers zur ganzen Länge = $\frac{1}{125}$: 6, = 1 : 750:

Alſo würde dieſe Perſon (I), AB nur bis auf den 750ſten Theil ihrer Länge genau abtragen und meſſen können, wenn man auch wegen der Zirkelſpitzen Dicke keine neue Fehler zu befürchten hätte.

§. 393.

Das bisherige dient auch zur Beſtimmung der Fehler, die wegen der verſchiedenen Schärfe der Augen beym Winkelmeſſen ꝛc. begangen werden können.

§. 394.

Im 85. § Herrn Prof. Mayers praktiſchen Geometrie findet ſich die bisherige Materie (386 ... 393) auch abgehandelt.

Ich habe daraus das nöthigſte mit einigen Aenderungen hier mitgetheilt, weil es für den Markſcheider ſehr gut iſt, die Zuverläſſigkeit beym Abtragen gerader Linien zu ſchätzen zu wiſſen; wiewohl die Fehler, die dabey oft aus Nachläßigkeit begangen werden weit beträchtlicher ſeyn können.

XIX.

Grund- und Seigerriß.

---

§. 395.

Einer Linie AB (Fig. 80) Streichungſinus und Streichungkoſinus iſt gegeben:

Man ſoll ſie im Grundriß verzeichnen.

Auflöſung.

Man nehme auf einer ſöhligen Ebne einen Punkt a, als des A Projektion an,

Und

Und ziehe durch ihn eine Linie N S, die die Mittagslinie vorſtelle, deſſen nördlicher Theil a N, und ſüdlicher, a S.

NS könnte auch die Magnetlinie ſeyn, wenn der gegebene Streichungſinus und Streichungkoſinus nach der obſervirten Streichung berechnet worden wäre; welches aber, wie bekannt, nicht thunlich iſt.

Geſetzt nun, der gegebene Streichungkoſinus wäre nördlich: So nehme man ac auf aN = Strk AB;

Richte aus c auf aN das Loth cd auf, daß wenn Strſ. AB öſtlich, es ſich auf die Oſtſeite, (wie in der Figur), und wenn er weſtlich, auf die Weſtſeite der aN erſtrecket.

Endlich nehme man cb = Streichungkoſinus AB, und ziehe ab:

So iſt geſchehen, was man verlangt, (48, 49, 179.).

§. 396.

Die Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe der Linien AB, BC, CD, DE ꝛc. (Fig. 81) ſind gegeben:

Man ſoll dadurch genannte Linien in Grundriß verzeichnen.

Aufloͤſung.

Auf der ſöhligen Ebne, worauf die Verzeichnung geſchehen ſoll, nehme man ebenfalls einen Punkt A′ als den Anfangs = oder Anhaltepunkt an, und ziehe durch denſelben eine Linie NS die die Mittagslinie ſey; welche aber für die Magnetlinie angenommen werden müßte, wenn man ſich der obſervirten Streichung bediente.

A′N ſey gleichfalls der NS nördlicher Theil und A′S ihr ſüdlicher.

Nun

Nun verzeichne man nach dem vorigen §, die Linie AB im Grundriß.

Um aber dies auch mit der nächſtfolgenden zu thun, ſo nehme man auf der Mittagslinie, Ad = der Summe der Streichkoſinuſſe der Linien AB, BC, und zwar auf dem nördlichen oder ſüdlichen Theile, nachdem der genannten Streichungkoſinuſſe Summe poſitiv oder negativ iſt.

Durch d ziehe man eine Linie FG winkelrecht mit der angenommenen Mittagslinie;

Nehme auf derſelben dC′ = der Summe der Streichſinuſſe der Linien AB, BC, und zwar auf der Oſt- oder Weſtſeite, nachdem dieſe Summe poſitiv oder negativ iſt;

Hierauf ziehe man B′C; und verfahre mit den übrigen Linien auf gleiche Art:

So erhält man das Verlangte, (395).

§. 397.

I) Bey einem weitläuftigen Markſcheiderzuge können, beſonders wenn man einen etwas großen Maaßſtab gebrauchen will, die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe der Linien die von dem auf der ſöhligen Ebne angenommenen Anfangspunkte auf andere Punkte zu ziehen ſind, ſehr groß ausfallen, daß man ſelbige mit dem Zirkel nicht faſſen kann.

Man kann ſich daher mit dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer, folgendes vortheilhaftes Verfahren bedienen.

II) Auf der ſöhligen Ebne, dem Papiere, worauf die abgezogenen Linien oder Punkte in Grundriß verzeichnet werden ſollen, zieht man durch den angenommenen Anfangspunkt, A (Fig. 182) nach Gefallen, wie man es bequem findet, eine Linie, NS als die Mittags- oder Magnetlinie, nachdem man, wie ſchon

ſchon gedacht, die reducirte oder obſervirte Streichung in Betrachtung zieht.

III. Hierauf beſtimmt man der NS nördlichen Theil AN, und ſchreibt an der AN Endpunkt, Nord oder N; und an dem des ſüdlichen Theils AS, Sud oder S.

IV. Mit NS werden auf beyden Seiten von 10 zu 10 Lachtern gleichlaufende Linien gezogen, die man an ihren Enden, von N und S aus, mit 10, 20, ꝛc. bezeichnet. Dieſe Zahlen deuten dieſer Linien Entfernungen von NS in Lachtern an.

Denen die von N und S nach der Weſtſeite zu gehen, nach W, ſetze man, wie den weſtlichen Streichungſinuſſen das Zeichen, —, vor; denen nach der Oſtſeite aber nichts.

Gewöhnlich ſchreibt man in Freyberg jene Zahlen mit ſchwarzer, dieſe mit rother Dinte.

V. Nun ziehe man, ebenfalls durch A, eine Linie WO, die NS rechtwinklicht ſchneidet, und mit dieſer auch auf beyden Seiten von 10 zu 10 Lachtern Parallelen, die man gleichfalls an ihren Enden von W und O aus mit 10, 20 ꝛc. bezeichnet; welche Zahlen der Parallelen Entfernung von WO in Lachtern andeuten.

Denen von W und O nach S, der Südſeite zu, laufende Zahlen, ſetze man auch, wie den ſüdlichen Streichungkoſinuſſen, das: —, Zeichen vor, den andern nichts.

Man könnte auch, wie gewöhnlich, jene ſchwarz, dieſe roth ſchreiben.

VI. Durch dieſe Verfahren entſtehen auf der ſöhligen Ebne eine Menge Quadrate, davon jedes Seite = 10 Lachter. Ihre Winkelpunkte ſind ſolche, deren Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe Vielfache von 10 Lachter ſind.

So iſt des Punkts p Streichungſinus = — 10 Lachter, alſo weſtlich, und Streichungkoſinus = 20

Lachter

Lachter, alſo nördlich; Oder die mit — 10 bezeichnete der NS gleichlaufende Linie ſchneidet die mit 20 bemerkte, der WO parallelen Linie in einem Punkte p, der in Rückſicht des Punkts A oder der Linie Ap, gleich angeführten Streichungſinus und Streichungkoſinus hat.

VII. Um nun einen Punkt P im Grundriß zu verzeichnen, verfährt man ſo:

VIII. Geſetzt, des Punkts P Streichungſinus ſey = — 13, 58 Lachter, ſein Streichungkoſinus aber = 26, 42 Lachter: alſo jener weſtlich, dieſer nördlich.

Weil — 13, 58 Lachter = — 10 + (— 3, 58) Lachter und 26, 42 Lachter = 20 + 6, 42 Lachter; So beſtimme man erſtlich einen Punkt P deſſen Streichungſinus = — 10 Lachter, und Streichungkoſinus = 20 Lachter.

Dieſer iſt (nach VI) der, in welchem die mit NS parallele und — 10 bezeichnete Linie ab die, mit WO gleichlaufende und mit 20 bemerkte Linie, cd, ſchneidet.

X. Nun ſieht man leicht, daß der Punkt P in das Quadrat p 30 fallen muß.

XI. Um ihn aber darinne zu finden, nimmt man auf ab von p aus, pq = 6, 42 Lachter, dem andern Theile des Punkts P Streichungkoſinus, und eben ſo groß auch ce;

Legt an die ſo gefundenen Punkte q, e, das Linial, und zieht mit Bleyſtift die Linie eq.

Weil nun des Punkts P Streichungſinus weſtlich, ſo trage man auf qe von q aus, die — 3, 58 Lachter, als den andern Theil des Punkts P Streichungſinus:

So hat man den Punkt P.

XII. Auf gleiche Art verfährt man mit allen im Grundriſſe zu verzeichnenden Punkten.

XIII. Uebrigens ſieht man, daß das ganze Verfahren, mit dem im vorigen §. im Grunde einerley iſt.

§. 398.

Anmerkung.

I. Die beyden vorhergehenden Paragraphen enthalten das Weſentliche der Verfertigung eines Grundriſſes.

Was ſonſt noch dabey zu beobachten, lernt man aus Herrn **von Oppels** Markſcheidekunſt, vierten Hauptſtücke §. 756 ꝛc. u. a.

II. Hiebey will ich noch erinnern, daß man auf demſelben ebenfalls die Magnetabweichung zu bemerken habe.

III. Die Markſcheider fertigen den Grundriß gewöhnlich mit dem Zuleginſtrument. Wie dies geſchieht, begreift man von ſelbſt aus bloßer Kenntniß des Compaſſes und des 21. §. Ueberdies kann man es auch aus den Markſcheidebüchern eines **von Oppels, Beyers, Weidlers** ꝛc. lernen.

IV. Indeſſen iſt die in dem 396 und 397 §. gelehrte Methode viel zuverläßiger und bequemer, und daher zum Gebrauch ſehr zu empfehlen:

Denn erſtlich entgeht man dadurch den Fehlern, den die Magnetnadel ſo leicht ausgeſetzt iſt;

Zweytens, pflanzt ſich der Fehler, den man etwa aus Verſehen in Verzeichnung eines Punkts begangen hätte, nicht fort, welches hingegen mit dem Compaſſe geſchieht.

Drittens geht die Arbeit weit geſchwinder von ſtatten, als mit dem Compaſſe; und

Viertens laſſen ſich leicht auf ein beſonderes Blatt, die Hauptpunkte, die dem Markſcheider wegen einer von ihm gefoderten Angabe nöthig ſind, verzeichnen; welches mit dem Compaſſe nicht angeht, dem ohnerachtet aber oft vorkommen kann; und dies auf einem Grundriſſe, der den ganzen Grubenbau vorſtellt, zu thun, iſt eben nicht dienlich.

§. 399.

Zu denen im Grundriſſe verzeichneten Punkten A, B, C, ꝛc. einen Seigerriß zu fertigen.

Auflöſung.

I. Auf der Ebne des Grundriſſes ziehe man eine Linie, ae, (Fig 83), in der Richtung der zum Seigerriſſe gehörigen Vertikalebne, (14).

II. Dieſe Richtung iſt zwar willkührlich, aber doch nach Beſchaffenheit der Umſtände eine ſchicklicher als die andere.

Z. B. Wenn die im Seigeriß zu verzeichnenden Punkte auf einem Gange liegen: So iſt es die Richtung, in der der Gang ſtreicht.

III. Dieſe Linie (1) heißt die **Fundamentallinie**, auch **Hauptlinie**; Und es gehört zu ihrer ſchicklichen Lage auch mit, daß keine Punkte des Seigerriſſes in Grundriß fallen.

IV. Nun fälle man vom Anfangspunkte A im Grundriſſe, auf ae ein Perpendickel Aa;

So ſtellt a dieſem in Seigerriſſe vor.

V. Von B, C ꝛc. führe man auf ae ebenfalls Perpendickel, und verlängere ſelbige, wenn es nöthig iſt.

VI. Hätte nun B fallende Seigerteufe: So nehme man dieſe auf den verjüngten Maaßſtabe ab, und trage ſie von f unter ae in b.

Wäre ſie ſteigend geweſen, wie bey C, ſo hätte man ſie von g über ae in c getragen.

VII. Dadurch erhält man bey b und c die Punkte B, C im Seigerriß.

VIII. Auf ähnliche Art verfährt man mit den übrigen Punkten D ꝛc.

IX. Die Wahrheit dieſes Verfahrens erhellet aus 14, 16, 24 und 53.

§. 400.

Wenn die im Seigerriſſe zu verzeichnenden Punkte, eine ſolche Lage haben, daß ſie ſich alle auf einem Seigerriſſe nicht gut vorſtellen lieſſen; z. B. wenn dieſe Punkte auf verſchiedenen Gängen lägen: So thut man wohl, wenn man mehrere Seigerriſſe beyfügt, dergeſtalt, daß ſich auf den einem die Punkte gut darſtellen, die auf dem andern zu nahe zuſammen fallen.

§. 401.

Will man zum Grundriſſe kein groß Stücke Papier nehmen: So kann man den Seigerriß beſonders verzeichnen und beym Gebrauche an den Grundriß anlegen.

§. 402.

Mehreres von Seigerriſſen kann man aus Herrn von Oppels Markſcheidekunſt, § 741 ꝛc. u. a. m. lernen.

Mir iſt es genug hier das Weſentliche davon beyzubringen; zumal da die Markſcheiderangaben durch Rechnung aufzulöſen ſind, und nicht durch Zeichnung, wie noch meiſt gewöhnlich; wenigſtens nicht, wenn auf ihre Richtigkeit viel ankommt, welches doch die mehrſtenmale ſtatt findet.

Indeſſen nützt der Markſcheiderriß allemal, der Einbildungskraft zu Hülfe zu kommen und ſich deſſelben bey den anzuſtellenden Berechnungen als einen Leitfaden zu bedienen.

§. 403.

I. Wenn in einem Grundriſſe Punkte zu verzeichnen ſind, die ſpäter abgezogen als die ſchon darauf befindlichen, und einer von dieſen zum Anfangspunkte von jenen genommen: So heißt dies den Zug nachbringen.

II. Bedient man ſich allemal bey Fertigung des Grundriſſes der reducirten Streichung: So hat das Nachbringen keine Schwierigkeit, und man ſieht leicht, wie dies nach § 397 geſchehen kann.

III. Wüßt

III. Wüßte man aber nicht, ob A, B, C, D, (Fig. 84) nach genannter Streichung in Grundriß gebracht, worden wäre:

So ziehe man mittelſt des Compaſſes durch den angenommenen Anfangspunkt D (1) eine Magnetlinie nſ.

Iſt nun, da dies geſchahe, die Magnetabweichung = d geweſen:

So führe man durch D eine Linie SN, die mit nſ einen Winkel Ndn = d macht, und zwar auf der Weſt- oder Oſtſeite von ſn, nachdem d weſtlich oder öſtlich iſt. Dieſe ſtellt die Mittagslinie vor. Und man kann nun die nachzubringenden Punkte g, e nach § 397 verzeichnen, wenn man ſich der reducirten Streichung bedient.

IV. Von dieſer Materie iſt nachzuleſen: Herrn von Oppels Markſcheidekunſt § 701, 719;

Herrn Cancrinus Markſcheidekunſt, § 1053.

§. 404.

Wenn ein Zug berechnet und in die gehörige tabellariſche Form (374, 376) gebracht worden:

Zu finden, die Größe des Papiers, worauf die Punkte des Zuges in Grundriß verzeichnet werden ſollen, vorausgeſetzt, daß die Mittagslinie dem einen Rande und die Aequatorslinie dem andern parallel laufe.

Aufloͤſung.

I. Die ganze Sache kommt auf die Beſtimmung der äuſſerſten Punkte an, oder auf die, die am weiteſten vom Anfangspunkte A liegen.

II. Dies geſchieht aber offenbar durch den größten öſtlichen und weſtlichen Streichungſinus, und größten nördlichen und ſüdlichen Streichungkoſinus.

III. Man nehme alſo dieſe Größen aus der Tabelle;

IV. Ziehe mit dem einen Rande eine Parallele, AB (Fig. 85);

V. Nehme einen verjüngten Lachtermaasſtab, den man zum Grundriſſe brauchen will,

VI. Und mache AB etwas weniges größer als die Summe der beyden Streichungſinuſſe (II) nach dieſem Maasſtabe ausfällt;

VII. Hierauf richte man aus B das Loth BC auf,

VIII. Und mache BC etwas größer, als die Summe der beyden Streichungkoſinuſſe (II);

IX. Endlich ergänze man das Rechteck AC:

So iſt geſchehen, was man verlangt.

X. Wäre kein größter z. E. nördlicher Streichungkoſinus vorhanden:

So nimmt man dafür den kleinſten ſüdlichen.

§. 405.

Wenn man BC auf der öſtlichen Seite der Mittagslinie annimmt, und von B und C nach N und S den größten öſtlichen Streichungſinus trägt: So ſtellt NS die Mittagslinie vor, (397).

Setzt man nun vom Nordpunkte N in A den größten nördlichen Streichungkoſinus ab: So iſt A der Anfangspunkt der in Grundriß zu verzeichnenden Punkte, (a. O.).

§. 406.

Für einen berechneten Zug den kleinſten Raum zu beſtimmen, der zu dem Grundriſſe bey einem gegebenen oder angenommenen Maaßſtabe, nöthig iſt.

Auflöſung.

I. Man verzeichne auf ein Blatt Papier die vier äuſſerſten Punkte a, b, c, d, (404. I), nach § 397;

II. Und A (Fig. 86) mag der dazu angenommene Anfangspunkt, NS aber die Mittagslinie seyn.

III. Die

III. Die am weiteſten von einander entfernten Punkte a, b, ziehe man durch eine gerade Linie ab zuſammen;

IV. Führe durch die andern c, d mit ab Parallelen AB, DC,

V. Und durch a, ſowohl als b die Perpendikel BC, AD:

VI. So iſt das Rechteck AC der verlangte Raum.

VII. AB, BC auf dem zur Verzeichnung der a, b, c, d gebrauchten Maaßſtäbe gemeſſen, giebt genannte Linien in Zahlen; Und man kann nur auf der Ebne, auf der man den Grundriß verzeichnen will, nach dem hiezu gegebenen oder genommenen Maaßſtabe, AC beſtimmen, überdies auch den Anfangspunkt A, wenn man AG, GD, wie vorhin AB, BC, in Zahlen ſucht.

Dieſer ſo beſtimmte Raum, wird den ganzen Grundriß faſſen, wenn man durch A die Mittagslinie ſo nimmt, daß ſie mit der längſten Seite den Winkel NEG macht.

VIII. Wenn im berechneten Zuge ein größter Streichungſinus oder Streichungkoſinus nicht vorhanden geweſen wäre: So wird man ſich ſchon auf ähnliche Art wie 404, X, zu helfen wiſſen.

IX. Daß man das Papier etwas größer nehmen muß als es AC giebt, iſt kaum zu erinnern.

§. 407.

Der Raum des Seigerriſſes beſtimmt ſich durch die ſeigere Entfernung des Zuges höchſten und tiefſten Punktes und durch die ſöhlige Länge der beyden äuſſerſten Punkte des Grundriſſes, die im Seigerriß verzeichnet werden ſollen.

§. 408.

Wenn der Raum, der den Grundriß faſſen ſoll, und der Anfangspunkt gegeben:

Den hiezu ſchicklichen Maaßſtab aus Herrn Branders Maaßſtäbe-Syſtem zu finden.

Auflöſung.

Geſetzt, der gröſste nördliche Streichungkoſinus wäre 584 Achtellachter gröſser als der ſüdliche, und als jeder der gröſsten beyden Streichungſinuſſe;

So ziehe man mit der längſten Seite des Raums durch den Anfangspunkt eine Parallele;

Faſſe mit dem Zirkel die Weite zwiſchen dem Anfangspunkte und dem Durchſchnitspunkte dieſer Parallele mit der kleinern Seite des Raums, die am weiteſten vom Anfangspunkte entfernet iſt,

Und unterſuche, auf welchen der Maaßſtäbe dieſe Weite 584 Theile beträgt, oder dieſer Gröſse am nächſten kommt.

§. 409.

I. Einen Riß zu copiren bedient man ſich der **Copiernadel**, welches Verfahren aber nicht vom Gebrauche iſt, wenn nur einige Genauigkeit erfodert wird.

Auch nicht das, da man das Streichen der Linien auf dem Grundriſſe mit dem Compaſſe abträgt, und auf einem andern Stücke Papiere wieder aufträgt.

II. Darf man auf dem abzutragenden Riſſe mit Bleyſtift Linien ziehen: So iſt folgendes Verfahren brauchbar.

Durch den Anfangspunkt ziehe man mit der auf dem Grundriſſe verzeichnenden Magnetlinie, eine Parallele; und damit andere von 10 zu 10 Lachter.

Durch eben dieſen Punkt führe man die Aequatorslinie, und mit der ziehe man Parallelen ebenfalls 10 Lachter von einander entfernt.

Hiedurch entſtehen Quadrate, wie § 397 verlangt; Und man begreift nun leicht, wie man mittelſt des aufm Grundriſſe verzeichnenden verjüngten Lachtermaaßſtabes

des die Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe der abzutragenden Punkte finden kann.

III. Wenn auf den abzutragenden Riß keine Bleyſtiftslinien gezogen werden dürfen, weil ſonſt an ſeiner Schönheit etwas abgehen möchte: So kann man folgendes Verfahren brauchen.

1′) Man nehme ein Linial, das genau in gleiche Theile getheilt iſt;

Eben ſo einen Winkelhaken, auf deſſen ſchief abgehobelten längſten Catheten ſich eben dieſe Eintheilungen befinden.

2′) Soll der abzutragende Riß ſeine Größe behalten: So iſt dieſe Eintheilung nicht nöthig;

3′) Man muß aber oben und unten auf der längſten Einfaſſung gleiche Theile des Linials tragen.

4′) Hierauf ziehe man auf der Fläche, worauf der Riß abgetragen werden ſoll, auf der **Abtragungsfläche**, zwo Parallelen etwas weit von einander, die die längſten Seiten des Riſſes vorſtellen mögen,

Und trage darauf eben dieſe Abtheilungen (3).

5′) Nun lege man das Linial an zween ähnliche Theilpunkte der Einfaſſung, daß, wenn man an deſſen abgetheilten Kante den Winkelhaken auf- und abſchiebet, dieſes längſten Cathete endlich genau an den Anfangspunkt des abzutragenden Grundriſſes zu liegen kommt.

Alsdann bemerke man den Punkt auf dem Liniale an, wo der Cathete eintrift, und auf den Catheten den, wo der Anfangspunkt liegt;

6′) Lege nun an ähnliche zween Theilpunkte der Parallelen auf der Abtragungsfläche das Linial, und des Winkelhakens längſten Catheten an den auf dem Liniale bemerkten Punkt:

So läßt ſich auf der Abtragungsfläche der Anfangspunkt bemerken.

7′) Auf ähnliche Art verfahre man mit allen abzutragenden Punkten.

8′) Soll der abzutragende Riß vergrößert oder verkleinert werden:

9′) So nehme man auſſer den zwo Dingen die 1′ erfodert, noch zwo andere, auf den nach Proportion größere oder kleinere Abtheilungen ſich finden.

10′) Auf des Riſſes Einfaſſung (3′) trage man gleiche Theile von dem Liniale in 1′, ab, die 10 oder mehrere oder wenigere gleiche kleinere Theile deſſelben enthalten.

11′) Auf den Prallelen in 4′ trage man auch Theile von dem Liniale in 9′ ab, die davon ſo viele kleinere enthalten, als die in 10′ von dem Liniale in 1′.

12′) Uebrigens verfahre man auf ähnliche Art wie in 5′, 6′, 7′, nur daß man auf der Abtragungsfläche das Linial und den Winkelhaken in 9′ braucht.

13′) Dieſe Methode beſchreibt **Penther** im 676. § der: Zugabe zur Praxi Geometriae; Auch findet man ſie, daraus in Herrn Geheimden = Rath **Böhms**: **gründlichen Anleitung zur Meßkunſt auf dem Felde**, S. 126 u. f.

14′) Vortheile, die ſich bey dieſem Verfahren darbiethen, wird jeder leicht finden.

Indeſſen iſt dieſe Methode weit zuverläßiger, als die gewöhnlichen der Markſcheider (l), und die Arbeit geht eben ſo geſchwinde von ſtatten.

§. 410.

I. Verſchiedene Grundriſſe zuſammenzuſetzen, oder mit einander zu verbinden, muß wenigſtens ein Punkt des erſten Grundriſſes in dem andern, und ein Punkt dieſes in dem dritten, u. ſ. w verzeichnet ſeyn.

II. Iſt nun die Fertigung dieſer Riſſe, nach der reducirten Streichung geſchehen: So ſieht man leicht, wie man ſie nach vor. §. II, III zuſammen ſetzen kann.

III. Iſt

III. Iſt man deſſen ungewiß: So ziehe man durch den äuſſerſten Punkt des erſten und letzten Grundriſſes, und auf dieſe und die übrigen Grundriſſe durch die Punkte, die zu dem erſten, zweyten, dritten, u. ſ. f Grundriſſe gehören und mit auf den zweyten, dritten, vierten, u. ſ. f. Grundriſſe verzeichnet ſind, Mittagslinien (403, III), und verfahre übrigens nach vor. §. III.

Darf man auf die Riſſe mit Bleyſtift Quadrate (397) verzeichnen: So kann man es thun, daß das eine Paar gegenüberſtehender Seiten Mittagslinien, das andere aber Aequatorslinien ſind. Und man begreift leicht, wie nun die Riſſe nach vor. §. II, zuſammengeſetzt werden können.

IV. Wenn die verzeichnenden Punkte innerhalb ohngefähr 10 Quadratmeilen liegen: So hat die Krümmung der Erdoberfläche auf die Zuſammenſetzung der Riſſe keinen Einfluß. Und dem Markſcheider widerfährt ſelten, oder vielmehr gar nicht, das Glück, Punkte die ſo weit umher liegen, abzuziehen und in Riß zu zeichnen.

§. 411.

AC, (Fig. 87) ſeyen zween in einer ſöhligen Ebne liegende Pnnkte;

Das Streichen h und deſſen Beſchaffenheit, auch die Länge g der AC iſt bekannt;

Nun ſollen von A und C Linien AB, CB in gegebenen Streichen, wovon jener Streichen = α, dieſer ihres = β, gezogen werden:

Man verlangt die Größe der Linien AC, und BC.

Aufloͤſung.

$$CB = \frac{\sin(\alpha - h)}{\sin(\alpha - \beta)} \cdot g,$$

$$AB = \frac{\sin(h - \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} \cdot g.$$

Beweis.

Beweis.

Winkel

$$C = \alpha - h$$
$$B = \alpha - \beta$$
$$A = h - \beta:$$

Und nach eb. Tr. 10te S.

$$\sin B : AC = \sin C : CB$$
$$= \sin A : AB$$

woraus mit gehöriger Subſtitution angegebene Formeln folgen.

XX.

Flache Riß.

§. 412.

Auf der ſchiefen Ebne GH (Fig. 88), deren Neigung, $= \varphi$, und Streichen $= \beta$, bekannt, iſt eine Linie, AB, gezogen, deren Streichen $= \alpha$ gegeben:

Man ſoll den Winkel, BAC $= \eta$ finden, den AB mit dem öſtlichen Theile AF der durch der AB Anfangspunkt A auf GH gezogenen ſöhligen Linie, EF, macht.

Auflöſung.

Man ſuche aus β und α nach § 256 den Winkel DAC, den AD, die Sohle von AB, mit EF macht:

Er ſey $= \delta$:

So iſt

$$\text{Cot}\,\eta = \text{Cot}\,\varphi\ \text{Coſin}\,\delta.$$

Beweis.

Aus A beſchreibe man mit AB in der ſeigern Ebne ABD, den Bogen BD;

Des=

Desgleichen den DC mit AD = AB in der ſöhligen Ebne ADC,

Und mit AC = AB den Bogen BC in der Ebne GH:

So erhällt man ein bey D rechtwinklicht ſphäriſches Dreyeck BDC, wo

der Cathete DC = DAC = δ,

ſphär. W BCD = φ

die Hyp. BC = η;

und man findet daher Cotang η aus ſphär. Trig. 1. S. 3. Z. V, wie angegeben.

§. 413.

η iſt ſtumpf oder ſpitzig, nachdem es δ iſt.

AB ſteigt, oder η iſt poſitiv, wenn δ bejaht und zugleich φ ſpitzig iſt, oder GH recht fält; Auch ſo iſt η bey einem negativen δ und ſtumpfen φ oder widerſinnigfallendem GH. Wenn hingegen δ verneint und φ ſpitzig oder δ bejaht und φ ſtumpf: So iſt η verneint, oder AB fallend.

§. 414.

Auf der Ebne GH, deren Streichen β und Fallen φ bekannt, ſind zween Punkte A, B, gegeben:

Man ſoll dieſe auf dem Papiere nach ihrer wahren Lage und Abſtande von einander verzeichnen.

Aufloſung.

I. Man nehme einen von dieſen, A, zum Anfangspunkte an,

Und verrichte von ſelbigem bis B einen Zug:

Dadurch findet man der AB Streichen = α und wahre Länge = L, (333).

II. Nun ſuche man nach § 412. den Winkel η;

Ziehe auf dem Papiere eine gerade Linie EF, die die ſöhlige auf GH vorſtellt;

Nehme in derſelben einen Punkt A an, der den Anfangspunkt abgiebt;

Setze

Setze an dieſen eine Linie AB in dem Winkel BAC $= \eta$, und zwar der EF öſtlichem Theile AF zur linken, wenn AB ſteigend, zur rechten aber, wenn ſie fallend befunden worden, (413);

III. Mache endlich AB = L:

So iſt geſchehen, was man verlangt.

Beweis.

Nach dem Verfahren I, II, erhält man auf dem Papiere eine Linie AB, die gegen EF eben die Lage hat als AB auf GH gegen EF: Folglich haben auch die Punkte AB ihre gehörige Lage. Und durch das Verfahren III, beſtimmt man ihren wahren Abſtand von einander.

§. 415.

A, B, C, D, ... (Fig. 89) ſind auf der Ebne GH (414) gegebene Punkte:

Man ſoll dieſe auf dem Papiere nach ihrer wahren Lage und ihrem Abſtande von einander verzeichnen.

Auflöſung.

Man verrichte von A durch B, C, D rc. einen Zug, wodurch man der AB, BC, CD, rc. Streichen und Längen erhält, (333),

Und ſuche nach § 412 für jede genannter Linien, einen Winkel η.

Nun verzeichne man nach vor. § die beyden Punkte A, B, wie erfodert wird;

Ziehe durch B eine Linie E′F′ parallel mit EF,

Und finde BC und alſo auch C, nach vor. §.

Zieht man ferner durch C eine Linie ef parallel mit EF oder E′F′: So erhält man auf gleiche Art D.

So bey den übrigen Punkten verfahren, giebt das Verlangte.

§. 416.

Ein nach vor. §. verfertigter Riß, heißt ein Flacher Riß.

Dieſe Art Riſſe ſind in Freyberg nicht ungewöhnlich, wie wohl ſie daſelbſt unter dem unſchicklichen Namen eines Profils mit wenig Genauigkeit verzeichnet werden.

§. 417.

Der Herr Bergmeiſter Scheidhauer iſt der erſte, der ſich in ſeinem Manuſcripte (284) des Worts: Flacheriß, bedient und ihn richtig zu verfertigen lehrt. Die Art ſeines Verfahrens aber iſt von der hier beygebrachten (415) verſchieden. Er bedient ſich dabey ähnlicher Hülfsmittel, wie beym Verzeichnen des Grundriſſes. Um danach z. B. AB (Fig. 90) in Flachenriß zubringen, muß man eine Linie EF ziehen, welche die ſöhlige auf GH (412) vorſtellt; auf dieſer aus einen beliebigen Punkte A, das Stück $AD = AB \times Coſin\ \eta$ nehmen; aus D ein Perpendikel DB aufrichten, und dieſes $= AB\ ſin\ \eta$ machen. Der Herr Bergmeiſter hat überhaupt die Lehre vom Flachenriſſe ſehr erweitert, und ſie würde den Markſcheidern ſehr willkommen ſeyn, wenn er ſich entſchlöſſe, wenigſtens dieſen Theil ſeines Manuſcripts (284) dem Druck zu überlaſſen.

§. 418.

Wenn GH die Ebne eines Ganges: So kann man mittelſt des Flachenriſſes den auf dieſem Gange geführten Baue nach ſeiner wahren Lage und Länge darſtellen. Und dies dürfte bey Veranſtaltung eines Grubenbaues von nicht wenigem Nutzen ſeyn.

Indeſſen verſteht es ſich von ſelbſt, daß in den Flachenriß keine anderen Punkte und Linien gebracht werden können, als die auf dem Gange ſelbſt liegen.

XXI.

Erwähnung der ſchwediſchen Art zu markſcheiden.

§. 419.

Nach Herrn von Oppels Markſcheidekunſt, §. 777 weichen die ſchwediſchen Markſcheider von dem gewöhnlichen Verfahren zu markſcheiden am meiſten ab.

Sie ziehen, ſo viel es ſich thun läßt, nur ſöhlige und ſeigere Linien ab; wobey ſie ſich einer von Hanf in Wachs und Serpentin geſottenen und in ihre Fammar (Lachter der ſchwediſchen Bergleute) eingetheilte Meß=ſchnure bedienen, nebſt einem Diopterlinial, (deſſen Diopteern von den gewöhnlichen etwas verſchieden,) einer etwas hohen wit Diopteern und in der Mitte mit einem Perpendikel verſehene meſſingene Platte, deren Fuß auf das Diopterlinial dergeſtalt paſſet, daß ſie auf dieſem nach Belieben hin und hergeſchoben werden kann. Genanntes Linial brauchen ſie auf dem Meß=tiſche auf ähnliche Art wie die Feldmeſſer; überdies auch bey ihrem Abwägungswerkzeuge.

Dieſe Inſtrumente ſind zu dem genauen Abziehen und der unmittelbaren Verbindung vieler donlegig=ten Linien weniger geſchickt als die unſrigen; indeſſen wiſſen ſie doch auch auf ihre Zeichung die Sohlen ge=nannter Linien zu bringen, die ſich an abgezogene ſöh=lige Linien anſchlieſſen.

Ihre ſöhligen Riſſe ſind von den, die gewöhnlich von Stockwerken gemacht werden, wenig verſchieden, mehr ihre Seigerriſſe; wovon man, und überhaupt von dieſer ganzen Materie, a. a. Orte mehreres nach=zuleſen findet.

Gründliche Anleitung
zur
Markſcheidekunſt.

Zweyte Abtheilung.

Gründliche Anleitung

zur

Markſcheidekunſt.

Zweyte Abtheilung.

XXII.

Einige Aufgaben auf viele Fälle des Bergbaues anwendbar.

---

§. 420.

Wenn ein Punkt B (Fig. 91) anzugeben, und ſeine Lage aus andern bekannten Punkten und Linien zu beſtimmen iſt, ein Markſcheider aber dieſen Punkt da annimmt, (in H), wo er muthmaßet, daß er hinfalle, und dieſen ſo angenommenen Punkt mit den bekannten Punkten eines Zuges auf gehörige Art verbindet:

So heißt dieſes, **nach verlorner Schnur ziehen**, (Funiculo indefinito metiri).

§. 421.

Es iſt ein Punkt A gegeben:

Man ſoll einen andern B ſo beſtimmen, daß die Linie AB ein gegebenes Streichen γ und Sohle Ab = S, hat.

Aufloͤſung.

I. Man verrichte von A bis H einen Zug nach verlorner Schnur:

So findet ſich dadurch der AH Sohle = ſ und Streichen, = β, auch ob es von A aus öſtlich oder weſtlich ſey, wodurch denn, man auch der Linie HA Streichens Beſchaffenheit weiß.

II. Aus β und γ hat man den Winkel bAH (255, V).

III. Und nach eb. Trig 20. S. 1. Zuſatze

$$Hb = \sqrt{(S^2 + ſ^2 - 2 S. ſ. Coſ\ bAH)},$$

wobey man ſich erinnern muß, daß, wen bAH ſtumpf, Coſ bAH verneint iſt.

IV. Der HB oder Hb Streichen zu finden, muß man einen der beyden Winkel AHb, AbH nach eb. Trig. 15. Satze, oder wenn Hb gefunden, nach dem 10. Satze, berechnen.

V. Iſt dies mit dem Winkel AHb geſchehen: So hat man daraus und aus der HA Streichen der Hb ihres nebſt deſſen Beſchaffenheit (256).

VI. Wäre H ein Punkt auf dem Gebürge: So beſtimmte man B, wenn man von H aus eine ſöhlige Linie mittelſt des Winkelweiſers oder ſonſt auf eine Art zöge, die das gefundene Streichen (V) hätte, und auf ihr = Hb, (III), nähme.

VII. Für H einen Punkt in der Grube geſchieht dieſe Beſtimmung mit ſöhlig gezogenen Schnuren.

§. 422.

Hiedurch laſſen ſich folgende Angaben bewerkſtelligen, die man auch beym Herrn **von Oppel** von § 809 bis 818 angegeben findet.

§. 423.

Wenn von einem gegebenen Punkte A, ein Ort in einem gegebenen Streichen γ getrieben wird, und man ſoll einen andern Punkt B abgeben, von dem weg ein Schacht ſeiger bis auf dieſes Orts Sohle dergeſtalt abzuſinken iſt, daß daſſelbe eine gewiſſe ſöhlige Länge = S von A aus erreicht haben muß, ehe es mit dem Schachte durchſchlägig wird:

So findet ſich B völlig nach dem was im vor. § gelehrt worden.

§. 424.

I. Wäre aber nicht γ gegeben, ſondern das Streichen β und Fallen φ eines Ganges, auf dem A angewieſen

wieſen worden, und das Ort mit gewöhnlicher Röſche getrieben werden ſoll;

So muß man erſt das ihm nun gehörige Streichen γ auf folgende Art ſuchen:

II. Es ſey ADE eine ſeigere Ebne, deren Streichen gleich dem, in dem das Ort getrieben werden muß;

AE, AF, dieſer und des Gangesebne Durchſchnitte mit einer ſöhligen; und DAE $= \vartheta$ der Winkel der dieſes Orts Röſche zukommt *):

So iſt

$\sin EAF = \text{Cot}\ \phi\ \text{tang}\ \vartheta$, (ſphär. Tr. 3. Z. VII)

III. Aus dieſem Winkel nun, und β, findet ſich (nach § 105) der AE Streichen $= \gamma$, und deſſen Beſchaffenheit; da allemal gegeben ſeyn muß, nach welcher Weltgegend das Ort getrieben werden ſoll, wodurch denn, und daß man weiß, ob der Gang recht, oder widerſinnig fällt, bekannt iſt, ob AE der AF zur rechten oder linken liege.

IV. Da man nun γ weiß:

So findet ſich das Verlangte nach vorigem §.

§. 425.

Wenn B ſeiger über oder unter A liegen ſoll: So iſt S ſowohl als γ, $= 0$.

Daher hat man (nach § 421) nur der Linie HA Sohle und Streichen nebſt deſſen Beſchaffenheit zu ſuchen und die nach VI a. §, von H weg abzugeben.

*) Wenn 10 Zoll Röſche auf 100 Lachter gegeben wird: So iſt $\vartheta = 3\frac{1}{2}$ Minute; Für 20 Zolle aber, $= 7$ Minuten: Denn wenn auf die Länge von m Zollen, p Zoll Röſche gegeben wird: So hat man

$$\sin \vartheta = \frac{K}{m}.$$

§. 426.

Einen Punkt ſo zu beſtimmen, daß er ſeiger über den unter ihm angenommenen oder gegebenen liegt, heißt dieſes Punkts **Oertung angeben.**

Geſchieht die Beſtimmung über Tage, (und iſt beſonders der gegebene Punkt wo ganz Ort anſteht): So nennt man das, dieſes Punkts **Oertung an den Tag bringen.**

§. 427.

Jedes Punktes Oertung läßt ſich nach § 425 angeben.

§. 428.

In der Grube gegebene Punkte auf höhere söhlige Ebnen oder an den Tag zu bringen geſchieht meiſtentheils, wenn man wiſſen will, wo Schächte abzuſinken ſind, die man ganz ſeiger bis auf angewieſene Punkte niederzubringen gedenket.

§. 429.

Einen Punkt B anzugeben, der ſeiger unter A zu liegen kommt, heißt: **den Punkt A in die Teufe fällen.**

§. 430.

Dies wird nach § 425 bewerkſtelliget.

§. 431.

Die Abſicht hiebey iſt meiſt, zu erfahren, wo man mit ſeigern Schächten auf niedere Oerter und Strecken durchſchlagen werde.

§. 432.

Will man finden, wie tief ein Ort in das Gebürge eingekommen iſt, oder Seigerteufe eingebracht hat:

So nimmt man vor ganz Ort einen Punkt an, und bringt deſſen Oertung an den Tag, worauf man das Verlangte nach § 339 ſucht.

§. 433.

Verlangt man die Teufe zu wiſſen, die eines Orts Sohle in dem Gebürge einbringen wird, nachdem es

von

von einem auf genannter Sohle gegebenen Punkte A aus, in gegebenem Streichen γ fortgetrieben worden, und die ſöhlige Länge = S erreicht hat:

So ſuche man nach § 423 über Tage einen Punkt B, unter dem das Ort gelangen muß, da man alsdann die verlangte Seigerteufe nach § 339 finden kann.

§. 434.

Will man zwiſchen zweyen Gegenörtern, in gegebenen Entfernungen vor beyden einen Schacht ſeiger bis auf ihre Sohle ſinken:

So wird der Punkt, wo mit dem Schachte anzuſitzen, als auch ſeine Tiefe nach vor. § gefunden.

Sich von der Richtigkeit der Lage des angegebenen Punktes zu verſichern, kann man ihm von beyden Gegenörtern aus abgeben.

§. 435.

Es iſt ein Punkt A, (Fig. 93), gegeben:

Man ſoll einen Punkt B beſtimmen, der in der durch A gehenden ſöhligen Ebne ſo liegt, daß, wenn man durch B und A eine gerade Linie BA zieht, dieſe ein gegebenes Streichen β habe.

Aufloſung.

I. Man ziehe von A bis H nach verlorner Schnur, (420):

So findet ſich dadurch (nach 333) der Linie AH
Seigerteufe, Hb, und ob ſie von H weg ſteigt oder fällt;
Sohle, Ab, und
Streichen = γ, nebſt deſſen Beſchaffenheit.

II. Nun beſtimme man von H aus, eine ſöhlige Linie Hh, die ein Streichen hat, das von β um 6 Stunden verſchieden iſt, übrigens deſſen Beſchaffenheit mit der des Streichens der Linie HA übereinkommt.

III. Auf dieſer ſo beſtimmten Linie nehme man Hh = S. AH. ſin δ; wo δ aus β und γ nach 255 V gefunden wird,

IV. Und ziehe von h eine ſeigere Linie hB = Hb = Sg. AH, deſſen Größe und Beſchaffenheit man aus I kennt:

So hat man den verlangten Punkt B.

Beweis.

Wenn man ſich in der durch A gehenden ſöhligen Ebne BbA von b eine Linie bB an BA winkelrecht gezogen, vorſtellt:

So ſchneidet dieſe die AB in dem verlangten Punkte B, (Bed.).

Nun weiß man der Ab und AB Streichen γ und β nebſt deren Beſchaffenheiten:

Alſo auch den Winkel bAB = δ (255 V):

Folglich iſt in dem bey B rechtwinklichten Dreyecke bBA, genannter Winkel δ und überdies noch die Hypothenuſe Ab = SAH, (I), bekannt:

Mithin findet ſich nach eb. Trig. 5 Satze, bB wie in III für den Sinustotus = 1, angegeben worden.

Stellt man ſich nun durch H eine ſeigere Ebne bHB vor: So ſchneidet dieſe die ſöhlige durch A, in bB.

Nimmt man daher Hh parallel und = bB: So beſtimmt man einen Punkt h, der von B ſeiger um Hb entfernet iſt.

§. 436.

Folgende §en zeigen die Fälle, wo ſich vorſtehende Aufgabe gebrauchen läßt.

Man findet ſie auch in Herrn von Oppels Markſcheidekunſt § 819 .... 823 angegeben.

§. 437.

1) Es ſoll eine Tageröſche in ein Gebürge in gegebenen Streichen β getrieben werden: Man verlangt

langt über Tage einen Punkt B zu beſtimmen, wo man anſitzen muß, um mit dieſer Tageröſche Sohle in einen in der Grube angewieſenen Punkt A einzukommen.

2) In einem ſeigern Schachte einen Punkt B anzugeben, in welchem angeſeſſen werden muß, wenn von demſelben ein Ort in gegebenen Streichen β getrieben, und dieſes in einem anderswo angewieſenen Punkte A durchſchlägig gemacht werden ſoll.

Beyde Fälle werden gänzlich nach § 435 aufgelöſt.

§. 438.

Iſt der Punkt A (435) auf einem Gange angewieſen, auf dem das Ort (437, 2)) in das Gebürge getrieben werden ſoll: So muß man, um B zu finden, (nach § 424, II, III,), das Streichen β ſuchen, in dem das Ort zu treiben iſt; übrigens aber nach 435 § verfahren.

§. 439.

Es iſt gegeben:

Die Entfernung D zweyer Gegenörter;

Die Länge a, die von dem Orte, wo es am feſten iſt, in der Zeit t heraus geſchlagen wird,

Und die Länge n, um welche das andere Ort in eben der Zeit t weiter fortgetrieben wird:

Man ſoll die Zeit x finden, in der, und den Punkt, wo, beyder Oerter auf einander durchſchlägig zu machen ſind.

Aufloſung.

$$\text{I. } x = \frac{D}{2a+n}.$$

II. Der verlangte Punkt iſt von dem Orte, wo a in der Zeit t aufgefahren wird, um $\frac{Da}{2a+n}$ entfernet, und von dem andern um $\frac{D(a+n)}{2a+n}$.

Beweis.

Für I. In der Zeit x wird vor dem erſten Orte, x. a, und vor dem andern, x (a + n), aufgefahren; weil ſich die Zeiten verhalten, wie die Wege, die mit einerley Geſchwindigkeit zurück gelegt werden.

Nun ſoll in genannter Zeit x von beyden die Weite D herausgeſchlagen werden:

Alſo muß

$$xa + x(a+n) = D$$

ſeyn, woraus I folgt.

Für II, erhellet die Sache aus dem bekannten mechaniſchen Satze: Die Geſchwindigkeit in die Zeit multipliciret giebt den zu durchlaufenden Weg.

§. 440.

Auf der Sohle zweyer Oerter CA, DB, (Fig. 94), deren Streichen β, γ bekannt, ſind zween Punkte A, B, gegeben:

Man ſoll die Länge einer ſöhligen Linie AF, beſtimmen, die von einem dieſer Punkte z. E. von A aus in dem dem Orte CA gehörigen Streichen β gezogen werden kann, und deren Endpunkt F ſeiger über oder unter des andern Orts DB Sohle liegt; d. h.: Den Punkt zu finden, wo beyde Oerter über oder unter einander einkommen.

Auflöſung.

I. Man ziehe von A bis B;

II. Suche

II. Suche nach §. 333 der AB Streichen ω und Sohle = S,

III. Auch den Winkel σ, den β und γ geben, nebſt den = τ, der aus ω und γ gefunden werden kann, (255, V):

IV. So hat man die verlangte Länge

$$= \frac{S. \sin \tau}{\sin \sigma}.$$

Beweis.

CE, EL, HJ ſeyen die Durchſchnitte der durch CA, DB, AB laufenden ſeigern Ebne CAH, DBL, ABJ mit der durch C gehenden ſöhligen Ebne CEJ; Auch ſey EG der Durchſchnitt der beyden Ebnen CAH, BDL:

So iſt der CE Streichen = β, der LE ihres = γ und das der HJ = ω; Auch muß F offenbar in EG liegen.

Man ziehe von A aus nach EG die Linie AF parallel mit CE, und fälle von A auf CEF das Loth AH:

So iſt AF die ſöhlige Linie, deren Länge verlangt wird, und = HE.

Es ſey nun AK die Sohle von AB, und BJ das Loth von B auf die ſöhlige Ebne CEJ:

So iſt HJ = AK = S.

Aber nach 255 V läßt ſich aus β und γ der Winkel HEJ, und der EJH aus γ und ω, finden:

Alſo ſind in dem Dreyecke HEJ genannte Winkel bekannt, überdies noch die Seite HJ:

Folglich läßt ſich HE = AF, wie in IV angegeben, nach eb. Trig. 10. Satze berechnen.

§. 441.

Will man von B aus die ſöhlige Linie ziehen:

So

So findet ſich, wenn man aus den bekannten Streichen der BA und AC, den Winkel EHJ berechnet, ihre Länge.

$$JE, (= BG), = \frac{S. \sin EHJ}{\sin \sigma}.$$

§. 442.

BN, AM, ſeyen die Verlängerungen der Orte DB, CA bis an EG;

NG, MF, die genannten Oerter für die ſöhligen Längen BG, AF zugehörigen Röſchen, welche nach §. 338 II, gefunden werden können.

Da nun GF = BK = Sgt AB, und GM = GF — MF:

So hat man NM = GF — MF + NG = Sgt AB + NG — MF.

§. 443.

Wenn man das Streichen von AB, = γ findet: So iſt das Ort CA bis in M gebracht.

Findet ſich aber das Streichen von BA, = β: So iſt das Ort DB bis in N aufgefahren.

Erhält man die Sohle von AB, = ∘: So iſt das Ort CA bis in M, und zugleich auch das Ort DB bis in N getrieben.

Wenn AF = oder > S. AB gefunden wird: So iſt das Ort DB, ſchon über N hinausgebracht; dies hingegen iſt in Rückſicht M mit dem Orte CA geſchehen, wenn man BG = oder > S AB erhält; wie leicht zu ſehen, wenn man ſich eine gehörige Figur, ohngefähr wie die 95ſte, entwirft.

Iſt nun z. B. CA über M hinaus: So muß AF nach der Weltgegend gezogen werden, die der entgegengeſetzt iſt, nach der man auf CA fährt.

§. 444.

§. 444.

Oft kann man der Gegend, wo man mit dem Orte einkommen will, durch Aufſauberung verbroche= ner Oerter, oder Auffahren auf Gängen näher kom= men, dann aber nicht in gerader Richtung, wie bisher vorausgeſetzt wurde, an den beſtimmten Ort gelangen. Will man daher, um entweder ganz oder zum Theil der Treibung des Orts in ganzen Geſtein und der Ab= ſinkung neuer Schächte zu entgehen, oder auch da= zwiſchen liegendes Feld zu löſen, von der geraden Richtung bey Fortbringung eines Ortes abgehen: So iſt es nicht genug, den hiezu erfoderlichen Zug von einem Punkte bis zum andern zu verrichten, ſondern man muß ihn ſelbſt über den Weg und nach den verſchiede= nen Richtungen führen, wonach das Ort fortgebracht werden ſoll. Uebrigens aber darf man nicht vergeſſen, dieſes Orts Röſche nach des zunehmenden Weges ſöh= ligen Länge, (die der Summe aller Sohlen der abge= zogenen Linien gleich iſt), zu berechnen.

§. 445.

Meiſt ſteigt die Sohle eines Orts nach der Welt= gegend auf, nach der es getrieben wird, wie es auch die Natur der Oerter erfodert. Indeſſen muß die Sohle des einen der Gegenörter nach der Weltgegend zufallen, nach der man es fortbringt; Selbſt bey andern Oer= tern, beſonders bey Tageröſchen, kann ſich dieſer Fall ereignen.

In ſolchen Fällen nun, ändert ſich auch die bis= herige Berechnung der Seigerteufen. Und man wird allemal leicht ſehen, ob man die Seigerteufe der durch beyde Endpunkte des Zuges gezogene Linie um die dem Orte zugehörige, und nach § 338 II berechnete, ver= mehren oder vermindern ſoll.

XXIII.

Beſtimmung der Lage einer Ebne, wenn drey nicht in gerader Linie liegende Punkte auf ihr gegeben ſind.

§. 446.

Drey nicht in gerader Linie liegende Punkte a, g, f, (Fig. 96, 97), beſtimmen die Lage der durch ſie gehenden Ebne agf, (G. II. Th. Grundſ.).

Dies aber zu können, muß man von einem zum andern, von g bis a, und dann bis f einen Zug verrichten können, damit man nach § 333 dieſer drey Punkte oder der Linien ag, af, Lage, wahren Abſtand ꝛc. zu finden im Stande iſt.

§. 447.

Wenn die Linien ag, af, beyde von a weg zugleich ſteigen oder fallen, und ihre Endpunkte g, f, liegen in einer ſöhligen Ebne:

So hat die durch g und f gehende Linie mit der Ebne agf, einerley Streichen.

Beweis.

Denn g und f befinden ſich in der Ebne gaf, und zugleich auch, wie angenommen, in einer ſöhligen Ebne:

Folglich in beyder Durchſchnitte gf, welcher mit der Ebne agf einerley Streichen hat, (292).

§. 448.

Liegt einer von den beyden Punkten g, f, höher oder tiefer als der andere, z. E. g, (Fig. 97); ſo lege man durch g eine ſöhlige Ebne gαβ, und verlängere af bis an beyder Ebnen gaf, gαβ Durchſchnitt:

So

So liegen die Punkte g, β in einer Linie, die eben das Streichen hat, als die Ebne gaf, (447).

§. 449.

Wenn man alſo durch die drey gegebenen Punkte g, a, f, das Streichen der durch g, f oder g, β gehenden ſöhligen Linie zu beſtimmen weiß:

So findet man auch dadurch zugleich das Streichen der Ebne gaf, (448, 447).

§. 450.

Von a, dem Punkte, den die Linien ga, fa, (446) gemein haben, fälle man auf die ſöhlige Ebne gαβ (448) das Loth aα, welches letztere Ebne in α ſchneiden wird:

So iſt

$$\alpha a = \mathfrak{S}g\ a\beta = \mathfrak{S}g\ ag$$

und bekannt (446).

Nun ziehe man durch α, und die Punkte g, β, die im Durchſchnitte der ſöhligen Ebne mit der Ebne gaf liegen, die geraden Linien αβ, αg:

So iſt

$$\alpha\beta = \mathfrak{S}\ a\beta$$
$$g\alpha = \mathfrak{S}\ ag$$

und

αβ hat folglich mit aβ, und αg mit ag einerley Streichen.

§. 451.

Da die Dreyecke aαβ, aαg, bey α rechtwinklicht, (G. II. Th. 1. Erkl.):

So iſt

$$\left.\begin{aligned} 1 : \text{Cot}\ a\beta\alpha &= a\alpha : \alpha\beta \\ 1 : \text{Cot}\ ag\alpha &= a\alpha : g\alpha \end{aligned}\right\}$$ (eb. Tr. 6. S. 1. 3.).

Aber der Winkel

$$a\beta\alpha = \text{der } a\beta \text{ Neigung}$$
$$ag\alpha = \text{ - } ag \text{ - }$$

alſo bekannt, (446).

Jene

Jene heiſſe i, dieſe J:
So hat man

$$1 : \text{Cot } i = a\alpha : \alpha\beta,$$
$$1 : \text{Cot } J = a\alpha : g\alpha;$$

Alſo:

$$\alpha\beta = a\alpha . \text{ Cot } i$$
$$\alpha g = a\alpha . \text{ Cot } J;$$

Oder

$$\left.\begin{array}{l} S\, a\beta = Sg\, ag.\ \text{Cot } i, \\ S\, ag = Sg\, ag.\ \text{Cot } J, \end{array}\right\} 450).$$

§. 452.

Alles das bisher (447 ...... 451) behauptete, gilt auch, wenn eine von den beyden Linien ag, af, von α aus fällt und die andere ſteigt, wie z. E. aK.

Denn dieſer Fall läßt ſich auf die Vorausſetzung des 447. § bringen.

Es liegt nämlich die Sohle von aK von α weg, auf der Linie αl, die auf der ſöhligen Ebne gαβ (448) durch α in eben dem Streichen der Linie aK gezogen.

Nimmt man nun aK von a weg als fallend an, weil ag fällt: So wird die Sohle von aK, von α aus, auf der rückwärts verlängerten α liegen; Nimmt man aber die Linie ag ſo an, daß ſie von a weg ſteigt, weil aK von a aus ſteigend iſt: So liegt von α weg die Sohle von ag auf der rückwärts verlängerten, und wie ga ſtreichenden Linien gα, auf αq.

§. 453.

Auf einer Ebne ſind drey nicht in gerader Linie liegende Punkte a, g, f, gegeben, daß man von einem zum andern ziehen kann:

Man ſoll dieſer Ebne Streichen finden.

Auflöſung.

I. Man ziehe von g bis a, und dann von a bis f:

So

So läßt ſich daraus nach 333 der Linien ag, af Neigungswinkel, J, i, (451); Sohlen und Seigerteufen, Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe berechnen.

II. Nun findet ſich das verlangte Streichen folgendergeſtalt:

I.) Durch geometriſche Zeichnung.

III. Man verzeichne die abgezogenen Linien in Grundriß.

IV. **Fallen oder ſteigen beyde zugleich von a aus:** So trage man auf die ſöhlig zugelegten Linien qg, lβ, von dem Punkte α aus, wo ſie einander ſchneiden, die Cotangenten ihrer Neigungswinkel, multiplicirt in die größte Seigerteufe der beyden abgezogenen Linien, und zwar dahin zu, wohin ſie von a aus ihr Streichen haben;

V. Ziehe durch die ſo beſtimmten Punkte (IV), eine gerade Linie:

VI. Dieſe hat das verlangte Streichen, (451, 452, 449).

VII. **Fällt aber eine der beyden Linien (I), z. E. ag, und die andere, z. B. aK ſteigt:**

So verzeichne man ſie ebenfalls in Grundriß.

In der 97 Figur ſtellen ſie αg, αl vor.

VIII. Nun hat αg eben das Streichen das ag hat, und αβ das entgegengeſetzte von aK.

Man nehme daher

$$\alpha g = Sg\ ag\ ^{*)} \times \text{Cot}\ J,$$

und

$$\alpha\beta = Sg\ ag \times \text{Cot}\ i.$$

IX. Die durch die ſo beſtimmten Punkte (VIII) gehende Linie hat das verlangte Streichen, (452.).

X. Man

*) Als die größte Sgt. der abgez. Linien.

X. Man kann auch Sg. ag $\times$ Cot J von a auf aq nehmen; alsdann aber muß Sg. ag $\times$ Cot i von a auf al genommen werden.

XI. Die vorhin beſtimmten Punkte liegen in einer geraden Linie, die das zu ſuchende Streichen hat, (452).

2) durch Rechnung.

A. Wenn beyde Linien ag, af zugleich ſteigen oder fallen; oder ga ſteigt oder fällt, und af fällt oder ſteigt.

XII. **Wenn g und f in einer ſöhligen Ebne liegen:**

So darf man nur aus den (in I) gefundenen Streichungſinuſſen, und Streichungkoſinuſſen der Linien ga, af den Streichungſinus und Streichungkoſinus der Linie gf berechnen und daraus der gf Streichen ſuchen, welches das Verlangte ſeyn wird, (449).

XIII. **Wenn dies (XII) aber nicht iſt:**

So ſey γ das verlangte Streichen, und man hat

$$\text{tang}\,\gamma = \frac{\text{Sg af. Strſ ga} + \text{Sg ga. Strſ af}}{\text{Sg af. Strk ga} + \text{Sg ga. Strk af}}.$$

XIV. Beweis.

In dieſem Falle (XIII) muß man aus den Streichungſinuſſen und Streichungkoſinuſſen von ga und $a\beta$ (Fig. 97) der gβ Streichen ſuchen, (449, 285).

Nun iſt wohl Streichungſinus und Streichungkoſinus von ga (I) bekannt, aber nicht von $a\beta$.

Dieſe aber findet man ſo:

XV. Der Linie af Streichen ſey = h:

So iſt

Strſ $a\beta$ = S $a\beta$. ſin h (282).

XVI. Aber

$$\text{S}\,a\beta = \text{Sg}\,ga \times \text{Cot}\,i \;(451)$$

$$= \text{Sg}\,ga \times \frac{\text{Coſ}\,i}{\text{ſin}\,i},$$ (eb. Tr. 4. Erkl. 3. Z.)

$$= \text{Sg}\,ga \times \frac{\text{Coſ}\,i.\;af}{\text{ſin}\,i.\;af}$$

$$= \text{Sg}\,ga \times \frac{\text{Soh}\,af}{\text{Sg}\,af}\;(282).$$

XVII. Alſo

$$\text{Strſ}\,a\beta = \text{Sg}\,ga\,\frac{\text{S}\,af}{\text{Sg}\,af}\,\text{ſin}\,h \;(XV, XVI)$$

$$= \frac{\text{Sg}\,ga}{\text{Sg}\,af}\,\text{Strſ}\,af.$$

XVIII. Ferner

$$\text{Strk}\,a\beta = \text{S}\,a\beta\,\text{Coſ}\,h \;(a. D.)$$

$$= \text{Sg}\,ga\,\text{Cot}\,i\,\text{Coſ}\,h \;(451)$$

$$= \text{Sg}\,ga\,\frac{\text{Coſ}\,i}{\text{ſin}\,i}\,\text{Coſ}\,h$$

$$= \text{Sg}\,ga\,\frac{\text{Coſ}\,i \times af}{\text{ſin}\,i \times af}\,\text{Coſ}\,h$$

$$= \text{Sg}\,ga\,\frac{\text{S}\,af}{\text{Sg}\,af}\,\text{Coſ}\,h$$

$$= \frac{\text{Sg}\,ga}{\text{Sg}\,af}.\,\text{Strk}\,af.$$

XIX. Nun giebt

$$\text{Strſ}\,ga + \text{Strſ}\,a\beta = \text{Strſ}\,g\beta$$

$$\text{Strk}\,ga + \text{Strk}\,a\beta = \text{Strk}\,g\beta.$$

 XX.

XX. Alſo hat man nach XVII, XVIII

$$\text{Strſ } g\beta = \text{Strſ } ga + \text{Sg } ga \frac{\text{Strſ } af}{\text{Sg } af}$$

$$\text{Strk } g\beta = \text{Strk } ga + \text{Sg } ga \frac{\text{Strk } af}{\text{Sg } af}.$$

XXI. Woraus man

$$\text{tang } \gamma, = \frac{\text{Strſ } g\beta}{\text{Strk } g\beta},$$

wie XII angegeben, findet.

XXII. Exempel.

Es ſey:

Sg ga = 15,307 Achtellr.
Sg af = −31,542
Strſ ga = 87,195
Strſ af = −23,801
Strk ga = 36,755
Strk af = 18,263:

So iſt, um nach XVII und XVIII den Streichſinus und Streichkoſinus von aβ zu finden.

log Strſ af = 1,3765952
log Sg ga = 1,1848901
――――――――
2,5614853
log Sg af = 1,4988892
――――――――
log Strſ aβ = 1,0625961
Giebt Strſ aβ = 11,550 Achtllr. poſitiv.

Auf ähnliche Art berechnet man

Strk aβ = 8,8628 Achtellr. negativ.

Nun iſt

Strſ ga = 87,197
Strſ aβ = 11,550
Alſo ――――――――
Strſ gβ = 98,745

Ferner

Ferner:

$$\text{Strk } ga = 36{,}955$$
$$\text{Strk } a\beta = -8{,}863$$

Folglich

$$\text{Strk } g\beta = 28{,}092:$$

Alſo hat man

$$\frac{\text{Strſ } g\beta}{\text{Strk } g\beta} = \frac{98{,}745}{28{,}092}.$$

Oder

$$\tan\gamma = 3{,}5151.$$

Folglich

$$\gamma = 74^\circ\, 7'$$
$$= 4^h\, 14^\circ\, 7'$$

XXIII. Nach dieſem Exempel fallen beyde Linien von a weg, oder ga iſt ſteigend, und af fallend.

Stiegen nun beyde von a aus, oder wäre ga fallend und af ſteigend: So wäre nach XXVII.

$$\text{Sg } ga = -15{,}307$$
$$\text{S } af = 31{,}552$$
$$\text{Strſ } ga = -87{,}195$$
$$\text{"} \; af = 23{,}801$$
$$\text{Strk } ga = -36{,}955$$
$$\text{"} \; af = -18{,}263$$

und man fände gleichfalls $\gamma = 74^\circ\, 7'$, wenn man die Berechnung wirklich anſtellte.

B. Wenn eine der beyden Linien af, ag, von a weg ſteigt und die andere fällt; oder beyde Linien ga, af, ſteigen oder fallen.

XXIV. In dieſem Falle nimmt man das Entgegengeſetzte der nach I gefundenen Seigerteufe, Streichſinus, Streichkoſinus der einen Linie, z. E. ga, und verfährt übrigens wie für A), [452].

§. 454.

Weil

$$\text{Sg af} = \frac{\text{Soh af}}{\text{Cot i}}, \text{ (270. § 6)):}$$

So iſt

$$\text{Strſ a}\beta = \text{Sg ga } \frac{\text{S af. ſin h}}{\text{S af: Cot i}} \text{ (453, XVII)}$$

$$= \text{Sg ga ſin h Cot i.}$$

$$\text{Strk a}\beta = \text{Sg ga } \frac{\text{S af Coſ h}}{\text{S af Cot i}} \text{ (453, XVIII)}$$

$$= \text{Sg ga Coſ h Cot i.}$$

Und da

$$\text{Sg ga} = \text{Soh ga. tg J:}$$

So erhält man auch

$$\text{Strſ a}\beta = \text{S ga tg J Cot i ſin h}$$

$$\text{Strk a}\beta = \text{S ga tg J cot i Coſ h}$$

und

$$\text{Strſ g}\beta = \text{Strſ ga} + \text{S ga tg J cot i ſin h}$$

$$\text{Strk g}\beta = \text{Strk ga} + \text{S ga tg J cot i coſin h.}$$

Setzt man nun der ga Streichen = H:

So ergiebt ſich

$$\text{Strſ g}\beta \text{ S ga (ſin H} + \text{tg J cot i ſin h)}$$

$$\text{Strk g}\beta \text{ S ga (coſ H} + \text{tg J cot i coſin h)}$$

Alſo

$$\text{tang } \gamma = \frac{\text{ſin H} + \text{tg J cot i ſin h}}{\text{Coſin H} + \text{tg J cot i coſin h}}.$$

Dieſe Formel dient, wenn g, a, f, eine ſolche Lage haben, daß man der Linien ga, af Streichen H, h, und Fallen J, i, unmittelbar meſſen kann.

§. 455.

Man fälle von a (450) auf den Durchſchnitt der Ebne agf mit der durch g gelegten ſöhligen Ebne, das Loth aδ, und ziehe aδ:

So

So iſt:

I. W. $a\delta\alpha$ der Ebne gaf Neigung, welche $= F$ ſeyn mag, und

II. $\alpha\delta = a\alpha .\ \mathrm{Cot}\ F$

Beweis.

Für I. erhellet die Sache aus Geom. II. Th. 1ſte Erklärung, und §. 297;

Für II. aber ſo: Der Winkel $a\alpha\delta = R$ (G. a. O. und §. 450): daher $\Delta\ a\alpha\delta$ rechtwinklicht: Folglich

$1 : a\alpha = \mathrm{Cot}\ F : \alpha\delta$, (eb. Tr. 5. Erklär.).

§. 456.

Für

$$a\alpha = 1$$

iſt

$$\alpha\delta = \mathrm{Cot}\ F.$$

§. 457.

Wenn der Winkel $g\beta\alpha = d$ bekannt *):

So iſt

$1 : \mathrm{Cot}\ i = \sin d : \mathrm{Cot}\ F.$

Beweis.

In dem bey δ rechtwinklichten Dreyecke $\alpha\delta\beta$, hat man

$1 : \alpha\beta = \sin d : \alpha\delta$, (eb. Tr. 5. S.).

Aber

$\alpha\delta = \alpha a .\ \mathrm{Cot}\ F$ (455).

$$\left.\begin{array}{l}\alpha\beta = \alpha a .\ \mathrm{Cot}\ i \\ = \mathrm{Sg}\ ga\ \mathrm{Cot}\ i\end{array}\right\}\ (451):$$

Alſo

$1 : a\alpha .\ \mathrm{Cot}\ i = \sin d : \alpha a .\ \mathrm{Cot}\ F,$

woraus der Satz folgt.

*) Welchen man nach 355 aus γ und h finden kann.

§. 458.

Hätte man nach 355 den Winkel $\alpha g\beta = d'$ gefunden:

So hätte man

$$1 : \text{Cot } J = \sin d' : \text{Cot } F.$$

§. 459.

Aus den gegebenen Dingen in 453, der Ebne gaf Neigung zu finden.

Aufloͤſung.

1.) durch Zeichnung.

I. Man verzeichne die in 453 I abgezogenen Linien in Grundriß,

Und ſuche nach a. § 1) der Ebne Streichen, welches alſo die ſöhlige Linie $\beta\gamma$, (die durch den Endpunkt g der Sohle der Linie ag, die die größte Seigerteufe hat, geht) haben wird.

Von α, (wo die verzeichneten Linien einander ſchneiden), ziehe man auf βg eine winkelrechte Linie $\alpha\delta$:

Dieſe iſt der Ebne gaf Neigung F Cotangente (456).

II. Mißt man $\alpha\delta$ auf einem tauſendtheiligen Maaßſtabe, den man aber bey der Verzeichnung in Grundriß (II) gebraucht haben muß:

So erhält man $\alpha\delta$ durch eine Zahl ausgedruckt, die man folglich in den trigonometriſchen Tafeln aufſucht: Des daneben ſtehenden Winkels Ergänzung zu 90° wird das geſuchte F ſeyn.

2.) durch Rechnung.

Hier hat man

$$\text{Cot F}\left\{\begin{array}{l} I' = \text{Cot i ſin d} \\[6pt] II' = \dfrac{\mathfrak{S}\ af}{\mathfrak{S}g\ af}\ \text{ſin d} \\[6pt] III' = \dfrac{\mathfrak{S}\text{trſ af. ſin d}}{\mathfrak{S}g\ \text{af ſin h}} \\[6pt] IV' = \dfrac{\mathfrak{S}\text{trk af ſin d}}{\mathfrak{S}g\ \text{af Coſ h}}. \end{array}\right.$$

Beweis.

Für I', erhellet die Sache aus 457;
Für II' aber dadurch, daß

$$\text{Cot i} = \frac{\text{Coſ i}}{\text{ſin i}}.$$
$$= \frac{\text{af. Coſ i}}{\text{af. ſin i}}$$
$$= \frac{\mathfrak{S}\ af}{\mathfrak{S}g\ af}.$$

Für III. Da

$$\text{Cot i ſin h} = \frac{\mathfrak{S}\ af}{\mathfrak{S}g\ af}.\ \text{ſin h}$$
$$= \frac{\mathfrak{S}\text{trſ af}}{\mathfrak{S}g\ af}:$$

So iſt

$$\text{Cot i} = \frac{\mathfrak{S}\text{trſ af}}{\mathfrak{S}g\ \text{af. ſin h}}.$$

Für IV'. Hier hat man

$$\text{Cot i Coſ h} = \frac{\mathfrak{S}\ af}{\mathfrak{S}g\ af}\ \text{Coſin h}$$

$$= \frac{\text{Strk af}}{\text{Sg af}}:$$

Folglich

$$\text{Cot i} = \frac{\text{Strk af}}{\text{Sg af. Coſin h}}.$$

§. 460.

Man hat auch

$$\text{Cotang F} \begin{cases} = \text{Cot J ſin d}' \\ = \dfrac{\text{S ga}}{\text{Sg ga}}\ \text{ſin d}' \\ = \dfrac{\text{Strſ ga ſin d}'}{\text{Sg ga ſin H}} \\ = \dfrac{\text{Strk ga ſin d}'}{\text{Sg ga Coſin H}} \end{cases}$$

wie auf ähnliche Art, als vorhin, erhellet.

§. 461.

Man mache, (Fig. 98 *), $\beta A = \beta D = \beta a$, und beſchreibe damit aus β die Bogen aD, DA, aA:

So entſteht ein bey A rechtwinklichtes Kugeldreyeck, in dem aD = i, DA = d, der ſphäriſche Winkel aDA = F:

Folglich hat man nach ſphäriſcher Trig. 1. S. 3 Zuſatzes VIII.

$$\text{Coſ F} = \text{tang d cot i}.$$

Drückt man Cot i auf die verſchiedenen Arten, wie im Beweiſe 459, aus: So erhält man für Coſ F verſchiedene Formeln, die von den der Cot F nur darinne unterſchieden ſind, daß hier (461), tg d zu ſtehen kommt, wo dort (459) ſin d ſich findet.

§. 462.

*) Wo ähnliche Buchſtaben mit den in der 96ſten Figur ähnliche Bedeutung haben.

§. 462.

Auf gleiche Art läßt ſich erweiſen, daß auch

$\text{Cos} F = \text{tang } d'. \cot J$;

Und ähnliche Erinnerungen, wie die zu Ende vorigen § laſſen ſich in Rückſicht 460 auch hier anbringen.

§. 463.

Wenn d oder d' = o: So erhält man Coſ F ſowohl als Cot F = o: Daher F = 90°, und die Ebne gaf fällt alsdenn ſeiger.

§. 464.

Wenn eine der beyden Linien af', ag, (Fig. 96, 97), ſöhlig iſt, z. E. ag:

So hat dieſe eben das Streichen, das die Ebne afg hat (292); Und aus der nicht ſöhligen af Streichungſinus und Seigerteufe kann man beurtheilen: ob afg von a weg gegen Morgen oder Abend ſteigt oder fällt:

Beweis.

Denn, fällt af gegen Abend: So fällt auch von a weg dahinzu die Ebne afg; der af Seigerteufe iſt fallend, und f liegt auf der Weſtſeite der Magnet- oder Mittagsebne: daher Streichungſinus af weſtlich.

Steigt af gegen Morgen: So hat nicht nur die Ebne afg von a aus gegen Morgen ihr Aufſteigen, ſondern Sg. af iſt auch ſteigend, f liegt nun auf der Oſtſeite, und hat alſo einen öſtlichen Streichungſinus.

So verhält es ſich auch umgekehrt.

§. 465.

Iſt keine der beyden Linien af, ag ſöhlig:

So kann man alles das (463) eben ſo aus dem Streichungſinus und der Seigerteufe von af ſowohl als ag beurtheilen.

§. 466.

§. 466.

Auf dieſe Art (463, 464) alſo kann man ſehen, ob afg von a weg recht= oder widerſinnig fällt.

§. 467.

Wenn die vier Punkte a, g, b, c (Fig. 99), auf einer Ebne ſo gegeben wären, daß man nur von g bis a, und von b bis c, aber nicht von a bis b, oder g bis c, einen Zug verrichten könnte:

So kann man das Streichen und Fallen der durch dieſe Punkte laufende Ebne, wie in 453 und 459, finden.

Beweis.

Man denke ſich aβ der bβ parallel, alſo b in a und bβ in der Lage aβ:

So iſt dieſer Fall auf die in angeführten Paragraphen gebracht.

XXIV.

Findung des Hauptſtreichens eines Ganges.

---

§. 468.

Die Speciallagen (314, II) eines Ganges zu beſtimmen, muß man des Ganges Theils, der dieſe Lage hat, ſein Streichen und Fallen nach 453, 454 und 459 ꝛc., (oder auf ſonſt eine Art,) angeben, (314 II, und 294); d. h. des Ganges Specialſtreichen und Specialfallen, finden.

§. 469.

Vermöge 314 I ſtelle man ſich eines Gangesebne aus Ebnen zuſammengeſetzt vor, die, nach der Ordnung

nung, des Ganges Speciallagen haben; Ueberdies denke man ſich zwiſchen dieſen Ebnen eine Ebne dergeſtalt, daß ihre Lage ſo wenig als möglich von den Speciallagen des Ganges abweiche, alſo gleichſam mitten zwiſchen genannten Ebnen hin, gehe:

So heißt dieſer Ebne Streichen, des Ganges **Hauptſtreichen**, und ihr Fallen, ſein **Hauptfallen**; kurz: ihre Lage, deſſen **Hauptlage**, ſo wie die Ebne ſelbſt des Ganges **Hauptebne**.

§. 470.

Herr von Oppel giebt eben dieſen Begrif vo Hauptſtreichen. Markſcheidekunſt § 564.

Bayer, Voigtel, ꝛc. ſcheinen davon einen ähnlichen gehabt zu haben, wie ſich aus der Art ihres Verfahrens vermuthen läßt.

Biels ſeiner *) iſt der Sache nicht angemeſſen, wie leicht in die Augen fällt.

§. 471.

Die Specialſtreichen eines Ganges zu finden.

Auflöſung.

Auf einer Strecke oder Stolln, erforſche man **erſtlich** ohngefehr mit dem Compaſſe jeden Theil des Ganges, welcher in ſeinem Streichen von dem nächſt vorhergehenden verſchieden iſt;

Dann nehme man auf jedem drey Punkte an, wie es 453 verlangt, und berechne nach dieſem oder dem 454. § das Streichen.

§. 472.

Dadurch erhält man die Lage von ſöhligen Linien, die mit den Specialſtreichen des Ganges übereinkommen, wenigſtens mit den, die man auf derſelben Strecke, oder demſelben Stolln abgenommen hat: denn in einer andern

*) Bergm. Jur. Abh. von Hauptſtreichen S. 8. §. 13.

andern Teufe kann der Gang in ſeiner Lage ſich anders verhalten (314 I).

Man denke ſich nun dieſe ſöhligen Linien auf eine Horizontalebne verzeichnet, daß ſie eine zuſammengeſetzte Linie ABCDEFGH (Fig. 100) ausmachen;

Ueberdies ſey αβ eine ſöhlige Linie, deren Lage von den der ſöhligen Linien AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH ſo wenig als möglich abweiche und alſo gleichſam mitten zwiſchen hingehe:

So iſt ihr (der αβ) Streichen einerley mit dem Hauptſtreichen des Ganges (469).

§. 473.

αβ muß folglich ſo liegen, daß alle Punkte A, B, C, D, E, F, G, H von ihr auf der einen Seite ſo viel als auf der andern entfernt ſind, oder die Summen der Entfernungen auf beyden Seiten einander gleichen.

§. 474.

Die Statik lehrt, daß, wenn in jedem der Punkte A, B, C, D, E, F, G, H, ein gleiches Gewicht angebracht wäre, der Schwerpunkt genannter Punkte die Eigenſchaft hat, daß jede Linie, die dadurch gezogen, vorigem § entſpricht.

§. 475.

Wenn man alſo der Punkte A, B, C, D, E, F, G, H Schwerpunkt K ſucht: So erhält man zwar einen Punkt K, wodurch αβ gehen muß, aber ihre Lage iſt dadurch noch nicht beſtimmt.

§. 476.

Der αβ (475) Lage zu finden.

Aufløſung.

I. Man theile die Anzahl der Punkte oder ſöhligen Linien in zwo Klaſſen, ſo daß, wenn die Anzahl genannter Punkte oder Linien gerade iſt, die eine Klaſſe

ſo viel Punkte oder Linien bekommt als die andere, bey ungerader Anzahl aber der einen Klaſſe die kleine Hälfte, der andern hingegen die große gegeben wird.

II. Suche hierauf der Punkte jeder Klaſſe Schwerpunkt, welchen i für die erſte und l für die zweyte vorſtellen mag:

III. So hat die dadurch gehende Linie die verlangte Lage.

Beweis.

Vermöge der Bedingung des 474. § und der Foderung des I Abſatzes vorſtehender Auflöſung, muß der Schwerpunkt K aller Punkte A, B, C, D, E, F, G, H, zwiſchen i und l liegen.

Nun iſt aus der Statik bekannt, daß die Linie durch i und l auch durch K geht;

Aber die Lage dieſer Linie iſt wie ſie 473 verlangt, (474):

Folglich auch 472 gemäß.

§. 477.

Es ſey AJ die Mittagslinie: So iſt der Winkel $\beta\alpha J$ des Ganges Hauptſtreichen, (469, 472), welches $= \varphi$ ſeyn mag.

Auf AJ ziehe man von i das Loth ip und von l das lq;

Auch im mit AJ parallel:

So iſt

$$\text{W}\ lim = \varphi,$$
$$im = pq$$
$$= Aq - Ap,$$
$$lm = lq - mq$$
$$= lq - ip,$$

Und

Und

$$\tang\ lim = \frac{lm}{im}$$

$$= \frac{lq - ip}{Aq - Ap}.$$

§. 478.

Wenn man von B, C, D, E, F ꝛc. auf AJ Lothe fällt:

So iſt

Bb = Strſ AB,
Ab = Strk AB;
Cc = Strſ AB + Strſ BC, (290)
Ac = Strk AB + Strk BC
Dd = Strſ AB + Strſ BC + Strſ CD
Ad = Strk AB + Strk BC + Strk CD

u. ſ. w.

Dieſe Summen ſind bekannt; weil man durch dieſe Punkte einen Zug verrichten kann, (333).

§. 479.

Da bey gerader Anzahl der Punkte A, B, C, D ꝛc. beyde Klaſſen gleich viele bekommen, hingegen bey ungerader Anzahl die zweyte Klaſſe einen Punkt mehr als die erſte:

So iſt für erſtern Fall, die Zahl der ſöhligen Linien ungerade, für letztern aber gerade.

Denn aller Punkte A, B, C, D, E, F, G, H ꝛc. Anzahl iſt allemal um Eins größer als die Anzahl aller ſöhligen Linien AB, BC, CD, DE, EF, GH ꝛc.

§. 480.

Wenn alſo bey dieſem letzten Falle (479) in die erſte Klaſſe n Punkte kommen:

So müßen der zweyten n + 1 Punkte gegeben werden.

§. 481.

Es ſey in der

	1. Klaſſe.	2. Klaſſe.
Der ſöhligen Linien Streich-ſinuſſe Summe —	q	Q,
Deren Streichkoſinuſſe Summe	p	P:

So iſt

I) Wenn die Zahl aller Punkte gerade,

$$pi = \frac{q}{n}$$

$$lq = \frac{Q}{n},$$

$$Ap = \frac{p}{n}$$

$$Aq = \frac{P}{n};$$

II) Wenn dieſe Zahl ungerade,

$$pi = \frac{q}{n}$$

$$lq = \frac{Q}{n+1},$$

$$Ap = \frac{p}{n}$$

$$Aq = \frac{P}{n+1}:$$

Denn auf eben die Art findet man den Schwerpunkt, dergleichen hier i und l vorſtellen.

§. 482.

Das Hauptſtreichen φ eines Ganges zu finden.

Auflöſung.

Für I) vor. §.

Da hat man

$$\text{tang}\ \varphi = \frac{Q - q}{P - p}\ (\text{a. O. und } 477)$$

Für II) a. O.

Erhält man

$$\text{tang}\ \varphi = \frac{\frac{Q}{n+1} - \frac{q}{n}}{\frac{P}{n+1} - \frac{p}{n}}\ (\text{a. O.})$$

$$= \frac{n(Q-q)-q}{n(P-p)-p}.$$

§. 483.

Ich habe dieſe Methode, das Hauptſtreichen zu finden, noch bey keinem Schriftſteller der Markſcheidekunſt gefunden. Im 2ten Stücke des von den Herren Profeſſoren Funk, Leske und Hindenburg herausgegebenen Leipziger Magazins habe ich dieſe Methode zu erſt bekannt gemacht und etwas weiter auseinandergeſetzt, auch mit Exempeln erläutert.

Uebrigens will ich hier noch erinnern, daß man bisher das Hauptſtreichen, blos durch Zeichnung mittelſt des Compaſſes angegeben hat.

XXV.

Kreutzlinie.

§. 484.

Zwoer Gangesebnen ABC, ABD, (Fig. 101, 102) Durchſchnitt, AB heißt ihre Kreutzlinie (linea ſectionis).

§. 485

§. 485.

I. Eine, ABC, von dieſen Ebnen, wollen wir die erſte, die andere, ABD, die zweyte Gangesebne, nennen.

II. Jener

Streichen ſey $= \gamma$

Fallen $= F$,

Dieſer ihr

Streichen $= \gamma'$

Fallen $= F'$.

III. Nun ſchneiden beyde Ebnen die durch A laufende ſöhlige Ebne in AC und AD, wo alſo der AC Streichen $= \gamma$ und der AD ihres $= \gamma'$, (292).

IV. Nimmt man von A aus auf dieſen Linien gleiche Längen: So ergiebt ſich das Kugeldreyeck BDC

V. In demſelben iſt

BDE $= F'$

BCD $= F$

wenn beyde Gangesebnen (wie Fig. 101) nach verſchiedenen Gegenden fallen; Geſchieht dies aber nach einerley Gegend, (wie Fig. 102): So iſt

BCD $= 180° - F$;

Auch iſt darinne CD $=$ CAD $= a$, dem Winkel der ſich aus γ und γ' finden läßt, weil man allemal leicht wiſſen kann, ob AC, und AD beyde öſtliches oder weſtliches, oder die eine öſtliches und die andere weſtliches Streichen haben.

VI. Man ziehe auf CD oder deſſen Verlängerung den Bogen BC ſenkrecht, und nenne ihn α.

Er mißt der Krenzlinie AB Neigung.

VII. Der Winkel CAE, den der AB Sohle AE mit AC macht, heiſſe m, und der, den AE mit AD einſchließt, m'.

Jener gehört der erſten Gangesebne zu und wird von EC gemeſſen, dieſer hingegen, der zur zweyten Gangesebne gehört, von DE.

Fallen nun beyde Ebnen nach verſchiedenen Gegenden, (Fig. 101): So iſt

$$m = a - m';$$

fallen ſie hingegen nach einer Seite zu (Fig. 102): So hat man

$$m = m' - a:$$

VIII. Alſo überhaupt

$$m = \pm a \mp m',$$

wo die obern Zeichen für den erſten Fall, die untern aber für den zweyten gelten.

§. 486.

m′ zu finden.

Auflöſung.

I. Man ſehe in jedem der beyden rechtwinklichten Kugeldreyecke BEC, BED, (485 VI), die Grundlinien als bekannt an, und ſuche aus dem, in jedem gegebenen ſchiefen Winkel, die, beyden gemeinſchaftliche Höhe.

II. Dies geſchieht nach ſphäriſcher Trigonometrie 1 Satzes II Proportion; und man erhält

$$\text{tang } \alpha = \text{tang } F' \text{ ſin } m'$$
$$= \text{tang } F \text{ ſin } m.$$

III. Fallen nun beyde Ebnen nach verſchiedenen Gegenden: So hat man

$$\text{tang } F \text{ ſin } m = \text{tg } F \text{ ſin } (a - m'), \text{ [485 VII]}.$$

IV. Aber

$$\text{ſin } (a - m') = \text{ſin } a \text{ Coſ } m' - \text{Coſ } a \text{ ſin } m', \text{ (eb. Tr. 19. S.)}$$

$$= \text{ſin } a \text{ Coſ } m' \frac{\text{ſin } m'}{\text{ſin } m'} - \text{Coſ } a \text{ ſin } m$$

$$= \text{ſin } m' (\text{ſin } a \text{ Cot } m' - \text{Coſ } a):$$

V. Alſo

V. Alſo

$$\text{tg}\,F'\,\sin m' = \text{tang}\,F\,\sin m'(\sin a\,\text{Cot}\,m' - \text{Cos}\,a)$$
$$= \text{tg}\,F\,\sin a\,\text{Cot}\,m' - \text{tg}\,F\,\text{Cos}\,a:$$

VI. Folglich

$$\text{Cot}\,m' = \frac{\text{tg}\,F'}{\text{tg}\,F\,\sin a} + \text{Cot}\,a$$

VII. Wenn beyde Ebnen nach einer Seite fallen: So hat man (II)

$$\text{tg}\,F\,\sin m = -\,\text{tg}\,F\,\sin(m' - a),$$ [485, V, VII],

und man erhält Cot m′ wie in VI.

§. 487.

Aus 485 VIII hat man

$$m' = \pm a \mp m,$$

und auf ähnliche Art wie in 486,

$$\text{Cot}\,m = \frac{\text{tg}\,F}{\text{tg}\,F'\,\sin a} + \text{Cot}\,a.$$

§. 488.

Widerſinnigfallender Gangesebne Neigungen werden durch ſtumpfe Winkel ausgedruckt (299).

Iſt das nun der Fall bey beyden oder einer der vorgegebenen: So kommen bey Findung m′ oder m ſtumpfe Winkel in Betrachtung.

Mit dieſen ihren trigonometriſchen Linien wird man ſchon umzugehen wiſſen.

§. 489.

Aus dem Streichen γ, γ' und Fallen F, F′, zwoer Gangesebnen, das Streichen β und die Neigung α ihrer Kreuzlinie zu finden.

Aufloͤſung.

β findet ſich nach 256 aus m′ und γ' oder m und γ:

α aber erhält man aus 486 II.

§. 490.

Findet man der Kreutzlinie Neigungswinkel α ſtumpf: So fällt ſie widerſinnig, (298, 299), ſonſt recht.

§. 491.

Wenn $\gamma' = \gamma$: So iſt $a = 0$ und beyder Ebnen ABC, ABD Durchſchnitte AC, AD mit der ſöhligen Ebne durch A, ſind parallel: daher muß man ſich A als unendlich weit entfernt vorſtellen.

In dieſem Falle iſt auch m' und α, $= 0$: Alſo AB ſöhlig und mit AC und AD, gleichlaufend.

§. 492.

Wenn

$$F' = F = 90°;$$

So iſt

$$\text{tang } F = \infty = \text{tang } F' = \text{tang } \alpha:$$

Folglich

$$\alpha = 90°;$$

Alſo die Kreutzlinie ſeiger, und hat folglich kein Streichen

§. 493.

Wenn das Streichen beyder vorgegebener Gangesebnen um 6 Stunden verſchieden und die eine ſeiger fällt:

So iſt ihrer Kreutzlinie Streichen einerley mit dem der ſeigere Ebne, wie leicht aus 44 und 484 erhellet; aber deren Kreutzlinie hat eben dieſelbe Neigung der flachfallenden Ebne.

Denn für $a = 90°$ hat man

$$\text{Cot } m' = \text{tg } F' \text{ Cot } F.$$

Iſt nun $F = 90°$: So wird $\text{Cot } m' = 0$: Folglich $m' = 90°$, und alſo

$$\text{tang } \alpha = \text{tang } F'.$$

Wäre

Wäre $F' = 90°$: So würde $\text{Cot}\, m' = \infty$: Folglich $m' = 0$: Alſo $m = a = 90°$: Mithin

$$\text{tang}\, \alpha\ (= \text{tang}\, F \sin m),\ = \text{tang}\, F.$$

§. 494.

Man weiß das Streichen γ', γ zwoer Gangesebnen: Alſo auch a, (485, V);

Imgleichen das Streichen β und Fallen α ihrer Kreuzlinie:

Man ſucht der Gangesebnen ABD, ABC, (Fig. 101, 102), Neigungswinkel F', F.

Aufloͤſung.

Aus β und γ' läßt ſich m' finden (255):
Alſo weiß man auch m, (485 VIII);
Aber

$$\left.\begin{aligned} \text{tg}\, \alpha &= \text{tg}\, F' \sin m' \\ &= \text{tg}\, F \sin m \end{aligned}\right\}\ (486,\ \text{II}):$$

Folglich

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\text{Cot}\, \alpha} &= \frac{1}{\text{Cot}\, F'} \sin m' \\ &= \frac{1}{\text{Cot}\, F} \sin m \end{aligned}\right\},\ (\text{eb. Tr. 5. Erkl. 1. 3.}):$$

Alſo

$$\text{Cot}\, F' = \text{Cot}\, \alpha \sin m'$$
$$\text{Cot}\, F = \text{Cot}\, \alpha \sin m.$$

§. 495.

Aus den im vorigen § gegebenen Dingen, die Winkel BAC = n und BAD = n', zu finden, die die Durchſchnitte der erſten und zweyten Gangesebne mit der durch A gehenden ſöhligen Ebne und ihre Kreuzlinie einſchlieſſen.

Auflöſung.

$$\mathrm{Coſin}\,n = \mathrm{Coſ}\,m\ \mathrm{Coſ}\,\alpha$$
$$\mathrm{Coſ}\,n' = \mathrm{Coſ}\,m'\ \mathrm{Coſ}\,\alpha.$$

Beweis.

In den beyden bey E rechtwinklichten Kugeldreyecken BEC, BED, iſt

$$BE = \alpha$$
$$CE = m$$
$$ED = m'$$
$$BC = n$$
$$BD = n',$$

und man hat nach ſphär. Trig. 1. Satzes 3. Zuſatzes III Proportion

$$1 : \mathrm{Coſ}\,m = \mathrm{Coſ}\,\alpha : \mathrm{Coſ}\,n$$
$$1 : \mathrm{Coſ}\,m' = \mathrm{Coſ}\,\alpha : \mathrm{Coſ}\,n'.$$

§. 496.

Wäre BDE oder F′ und γE oder m′ gegeben: So hätte man nach a. O. V Proportion

$$\mathrm{Cot}\,n' = \mathrm{Coſ}\,F'\ \mathrm{Cot}\,m'.$$

Eben ſo für bekannte F und m

$$\mathrm{Cot}\,n = \mathrm{Coſ}\,F\ \mathrm{Cot}\,m.$$

Man hat auch

$$\mathrm{tang}\,n' = \frac{\mathrm{tang}\,m'}{\mathrm{Coſ}\,F'}$$

$$\mathrm{tang}\,n = \frac{\mathrm{tang}\,m}{\mathrm{Coſ}\,F}\ \text{(a. O. VIII).}$$

§. 497.

Den Winkel DBC zu finden, den beyde Gangesebnen mit einander machen.

Auflö-

Aufloͤſung.

In dem Kugeldreyecke BCD hat man

I) BCD = F
DC = a
DB = n′.

II) BDC = F′
DC = a
BC = n,

und man findet vermoͤge ſphaͤr. Trig. 3. Satzes

$$\sin DBC = \frac{\sin F \; \sin a}{\sin n'}$$

$$= \frac{\sin F' \; \sin a}{\sin n}.$$

§. 498.

Es ſind gegeben:

Das Streichen γ', γ und die Neigungen F′, F der Gangesebnen CD, FD (Fig. 103);

Ueberdies auf denſelben zween Punkte A, B:

Man ſoll einen Punkt W, der Kreuzlinie finden, der mit einem, A, der beyden gegebenen, in einer ſoͤhligen Ebne liegt.

Aufloͤſung.

I. Man ſtelle ſich durch A eine ſoͤhlige Ebne gelegt vor:

So ſchneidet dieſe die Kreuzlinie DE in dem geſuchten Punkte W.

Ferner die Ebnen DC, DF in AW, WB′, daß alſo Aa mit DC, und aB′ mit DF einerley Streichen hat.

II. Nun verrichte man von A bis B einen Zug: So laͤßt ſich der AB Sohle AB′ und Streichen β finden,

III. Aber aus der WA, WB′ Streichen ergiebt ſich nach 255 der

W AWB′ = a,

der AB, AW Streichen

WAB′ = A

und der B′A, B′W Streichen

AB′W = B′;

Alſo hat man nach eb. Tr. 10.′ Satze

$$AW = \frac{\text{S AB} \sin B'}{\sin a}$$

$$= \frac{\text{S AB}}{\sin a} \sin B'$$

$$BW = \frac{\text{S AB} \sin A'}{\sin a}$$

$$= \frac{\text{S AB}}{\sin a} \sin A'$$

§. 499.

Die Aufgabe in 489 erwähnt Herr von Oppel in 618 § ſeiner Markſcheidekunſt, hat aber von ihr keine Auflöſung gegeben; vielleicht weil er ſie für die meiſten Markſcheider zu ſchwer hielte. Jezt wird man dies wohl nicht zu befürchten haben, da ſich doch die Markſcheider nicht beſchuldigen laſſen werden, daß ſie nicht gehörig Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie, als die Grundfeſten der Markſcheidekunſt, verſtünden.

Uebrigens will ich noch erinnern, daß ſich eine ähnliche Auflöſung in Herrn Hofr. Käſtners Markſcheidekunſt 30. Anmerkung mit Exempeln erläutert vorfindet, der ich meiſt gefolgt bin.

XXVI.

Ausſtreichen.

§. 500.

Von einem Gange oder Flötze, ſo durch des Gebürges oder Berges Oberfläche ſetzt, ſagt man: **Er ſtreiche zu Tage aus**; und nennt das, was er mit genannter Oberfläche gemein hat, ſein **Ausſtreichen, Ausgehendes**, (caput).

§. 501.

Des Ganges oder Flötzes Ebne Ausſtreichen iſt alſo eine Linie, (Geom. II. 2 Erkl. Zuſ. Anm.).

§. 502.

Dieſe kann ſöhlig und donlegig ſeyn, nachdem die Ebne des Gebürgesoberfläche ſchneidet.

Denn man ſtelle ſich durch eines Berges Oberfläche eine ſöhlige Ebne gelegt vor: So iſt des Ganges oder Flötzes Ebne Ausſtreichen ſöhlig, wenn es mit der ſöhligen Ebnen parallel läuft, ſonſt donlegigt.

Allemal aber iſt da das Ausſtreichen ſöhlig, wo es durch einen ſöhligen Theil genannter Oberfläche geht.

§. 503.

Wenn man ſich durch einer Ebne LB donlegigtes Ausſtreichen AE (Fig. 104), eine ſeigere Ebne Gj vorſtellt: So hat dieſe und jede ſöhlige Linie Aj in ihr, mit dem donlegigten Ausgehenden eines und daſſelbe Streichen:

Dieſes iſt aber nicht das Streichen der Ebne LB

Beweis.

Die ſeigere Ebne Gj iſt nicht die Ebne LB auch ihr nicht parallel: daher ſind der Gj, LB, Durchſchnitte

Aj,

Aj, AB mit einer ſöhligen Ebne AD nicht nothwendig parallel.

§. 504.

Der Satz vorigen § findet ſich auch in Herrn von Oppels Markſcheidekunſt, 565. §, aber ohne Beweis.

Herr Hofr. **Käſtner** hat in ſeiner Markſcheidekunſt 23 Anmerkung den Beweis auseinandergeſetzt, welchen ich hier mit einiger Veränderung aufgeſtellt habe.

Dies zu thun ſchien mir nicht überflüßig: denn man ſieht daraus, daß das Ausgehende nur alsdenn mit dem Gange einerley Streichen hat, wenn er des Berges oder Gebürgesoberfläche in einer ſöhligen Linie ſchneidet.

§. 505.

I. Die Lage des Ausgehenden beſtimmen zu können, muß man den Theil des Berges oder Gebürges Oberfläche, wodurch der Gang ſtreicht, als eine **donlegigte Ebne** anſehen und dieſer ihre Neigung, d. h. ihr Anſteigen, wiſſen.

II. Ueberhaupt beſtimmt man das **Anſteigen eines Gebürges**, oder auch nur **Berges**, wenn man ſeinen **Abhang, Abfall**, ſein **Gehänge**, d. i. den Theil des Gebürges oder Berges Oberfläche zwiſchen dem Fuſſe und oberſten Theile des Gebürges, als eine geneigte Ebne anſieht, und der ihre Neigung angiebt.

Hiebey ſagt man: **das Gebürge habe ſein Anſteigen gegen Abend oder Morgen**, nachdem die Linie des Fallens jetzt genannter Ebne, **der Ebne des Anſteigens**, von dem Durchſchnitte mit einer ſöhligen Ebne weg, gegen Oſten oder Weſten ſtreicht.

III. Das Streichen dieſer Ebne wird ebenfalls nach dem Streichen jeder ſöhligen Linie in ihr geſchätzt.

§. 506.

§. 506.

Die Neigung und das Streichen der Ebne des Anſteigens zu beſtimmen.

Aufloͤſung.

Man nehme in ihr zween Punkte ſo an, daß, wenn man durch den einen eine ſoͤhlige Ebne legt, die Linie zwiſchen diesen Punkten auf dem Durchſchnitte beyder Ebnen ſenkrecht ſteht, oder die Linie des Fallens iſt.

Wird nun von dem einen zum andern ein Zug verrichtet: So laͤßt ſich dadurch mittelſt 333 dieſer Linie Streichen und Neigung finden.

Dieſe iſt gleich der Ebne des Anſteigens Neigung, das Streichen aber von dem genannter Ebne um 6 Stunden unterſchieden.

§. 507.

Das Streichen und Fallen einer Ganges oder Floͤtzes Ebne ſo wohl als der Ebne des Anſteigens iſt gegeben:

Man ſucht das Streichen und Fallen des Ganges oder Floͤtzes Ebne Ausgehenden.

Aufloͤſung.

Nach 505 ſieht man, daß dieſe Aufgabe mit der in 489 uͤbereinkommt, und alſo die dortige Aufloͤſung hier voͤllig ihre Anwendung findet, ſo bald man ſich unter der einen der dortigen Gangesebnen, die Ebne des Aufſteigens denkt.

§. 508.

Es iſt eine ſoͤhlige Ebne DE (Fig. 105) gegeben, auch uͤber oder unter derſelben ein Punkt A in der Ebne GH, deren Streichen β und Fallen φ bekannt:

Man ſoll einen Punkt C des Durchſchnitts FG der Ebne GH mit DE, angeben.

Auflö-

Auflöſung.

I. Man gebe auf DE des Punktes A Oertung B an, (427);

II. Suche beyder Punkte ſeigere Entfernung AB = h, (333);

III. Ziehe eine Linie BC in dem Streichen das von β um 6 Stunden verſchieden, und öſtlich oder weſtlich, iſt, nachdem für A unter DE die Ebne GH von A weg gegen Morgen oder Abend aufſteigt, oder für A über DC von dieſem Punkte aus gegen Morgen oder Abend fällt,

IV, Und nehme BC = h × Cot φ.

Beweis.

Daß BC, ſo gezogen wie III verlangt, FG in dem geſuchten Punkte ſchneidet, fällt in die Augen.

Aber

$$BCA = \varphi,$$ (III und G. II Th. 2 Erkl.).

und

$$BA = h$$ (II):

Alſo iſt in dem bey B rechtwinklichten Dreyecke ABC

$$1 : h = \text{Cot}\,\varphi : BC,$$ (Trig.).

§. 509.

Wäre DE über Tage, auf des Gebürges Oberfläche gegeben: So fände man nach vor. § einen Punkt C der Ebne GH Ausſtreichen FG.

In ſo ferne man den Theil des Gebürges Oberfläche, worinne C liegt, als ſöhlig annehmen kann: So giebt ein durch C in dem Streichen des Ganges abgeſteckte Linie, oder vielmehr ſeigere Ebne, das Ausgehende an.

Iſt dieſer Theil der Oberfläche donlegig: So wird man ſich ſchon bey Angebung des Ganges oder Flötzes Ausſtreichen durch 507 zu helfen wiſſen.

§. 510.

§. 510.

Wegen der Erinnerung 314 muß ſich der Markſcheider bey dieſen und ähnlichen Verrichtungen mit der Bedingung verwahren: **Wenn der Gang ſein Streichen und Fallen behält.**

§. 511.

I. Der 508 § dient auch einen Punkt C anzugeben, von dem weg auf dem Gange ꝛc. ein Schacht, oder Ueberhauen ꝛc. betrieben werden ſoll, daß man damit in einen gegebenen Punkt A durchſchlägig werde.

II. Um aber zu wiſſen, wie weit von C bis A ſey, muß man ans φ und h (508) die Größe von CA, die des von C nach A zuſinkenden Schachts flache Tiefe heiſſen mag, beſtimmen.

III. Nun iſt in dem rechtwinklichten Dreyecke CBA,

$$ACB = \varphi$$
$$AB = h,$$

alſo bekannt. Daraus findet ſich nach eb. Trig. 6. Satze

$$CA = \frac{h}{\sin \varphi}$$
$$= h \operatorname{Cosec} \varphi.$$

IV. Wäre φ und BC, $= a$, bekannt: So hätte man

$$CA = \frac{a}{\operatorname{Cos} \varphi} \text{ (eb. Tr. a. O.)}$$
$$= a \sec \varphi.$$

V. Wären a und h gegeben: So hätte man

$$CA = \sqrt{(h^2 + a^2)},$$

Oder da

$$\frac{h}{a} = \operatorname{tang} \varphi,$$

kann man auch CA nach III oder IV finden.

§. 512.

§. 512.

Es iſt gegeben:

Das Streichen β der Ebne LB (104 Fig.);

Auch das Streichen γ und Neigung α des Ausgehenden AL der Ebne LB:

Man ſoll daraus dieſer Ebne Neigung φ finden.

Aufloſung.

Man ſuche aus γ und β einen Winkel μ, (254): So hat man

$$\text{Cot}\,\varphi = \sin\mu.\ \text{Cot}\,\alpha.$$

Beweis.

Die ſöhlige Ebne AD durch A, ſchneide LB in AB:

So hat AB mit LB einerley Streichen (292).

Dieſe ſöhlige Ebne DA werde ferner von der durch AL gehenden ſeigern Ebne in AM geſchnitten:

So iſt

$$LAN = \alpha$$

und AM hat mit AL einerley Streichen (42).

Man kann alſo den Winkel MAB = μ berechnen (254).

Nun mache man AK = AM = AL und beſchreibe damit aus A die Bogen LM, MK, LK:

So entſteht ein rechtwinklichtes Kugeldreyeck in dem

$$LM = \alpha$$
$$MK = \mu$$

bekannt, und

$$LKM = \varphi$$

geſucht wird.

Man hat aber

$$1 : \sin\mu = \text{Cot}\,\alpha : \text{Cot}\,\varphi$$ (ſph. Tr. 1. S. 3. Z. VII).

§. 513.

§. 513.

Aus eb. Trig. 5. Erklär. 1. Zuſatze iſt

$$tg\,\phi = \frac{\text{tang}\,\alpha}{\sin\mu}.$$

§. 514.

Wenn auſſer der Lage von AL, der Ebne LB Neigung = φ gegeben: So hat man

$$\sin\mu = \frac{\text{Cot}\,\phi}{\text{Cot}\,\alpha}\ (512)$$

oder auch

$$\sin\mu = \frac{\text{tang}\,\alpha}{\text{tang}\,\phi}\ (513).$$

Auf dieſe Art alſo findet man μ, und daraus mittelſt 256 und der AL Streichen das der AB und folglich der Ebne LB.

§. 515.

Die Aufgaben 512, 514, erwähnt der Herr von Oppel § 618, hat ſie aber nicht aufgelößt; weil er den Vorwurf damaliger Markſcheider befürchtete, die Markſcheidekunſt mit mathematiſchen Spitzfindigkeiten durch die ihr ſo brauchbare ſphäriſche Trigonometrie zu bereichern.

Auſſer dieſen erwähnt er a. a. O. noch zwo andere, davon die eine in 489 die andere aber in 507 aufgelößt iſt.

Herr Hofr. Käſtner hat von der in 512 zu erſt in ſeiner 29 Anmerkung über die Markſcheidekunſt die Auflöſung gegeben; dabey auch eine vollſtändigere von der Aufgabe die Herr von Oppel § 619 aufſtellt, und welche hier ſchon in 494 enthalten iſt.

§. 516.

In der Grube iſt ein Punkt A, (Fig. 106, 107) etwa vor Ort auf der Sohle gegeben;

Ueberdies einer Ebne BE Streichen γ und Fallen ϕ, auch ob ſelbige gegen A zu oder von A weg fällt;

Imgleichen das Streichen η einer ſöhligen Linie AE, wo E in der Ebne BE liegt:

Man ſoll die Größe von AE finden.

Auflöſung.

I. Man nehme auf der Ebne BE Ausſtreichen, oder ſonſt in ihr, nur höher als A, einen Punkt B an, und verrichte von A bis B einen Zug (333).

II. Dadurch läßt ſich der AB Streichen ω, Sohle AC und Seigerteufe BC finden, (a O.).

III. Aus γ und ω ſuche man einen Winkel μ, und aus ω und η einen ν, nach 255:

IV. So iſt

$$AE = \frac{\text{S AB sin}\,\mu \mp \text{Sg AB Cot}\,\phi\,\text{tg}\,\mu}{\sin(\mu - \nu)}$$

wo das Ober-Zeichen gilt, wenn die Ebne BC dem Punkte A zufällt, das untere aber, wenn ſie ihm entfällt.

Beweis.

V. Eine ſöhlige Ebne durch A ſchneide die BE in FE;

Dieſe Linie aber die AC in D.

VI. Führt man nun GB auf FE ſenkrecht, und zieht GC:

So iſt

$$BGC = \phi, \text{ (Geom. II. Th. 2. Erklär.).}$$

VII. Und

$$GC = \text{Sgt AB Cot}\,\phi.$$

VIII. Da aber DC mit AC in einer geraden Linie liegt:

So

So iſt der DC Streichen $= \omega$ (II), ſo wie das der FE $= \gamma$:

Alſo iſt aus genannten Größen der Winkel CDE $= \mu$ (III) bekannt, (255):

IX. Folglich hat man

$$DC = \frac{\text{Sg } AB \text{ Cot } \phi}{\text{Cos } \mu} \text{ (eb. Tr. 6. S. u. VII).}$$

X. Fällt nun BC dem Punkte A zu, (wie in der 106. Figur): So iſt

$$AD = \text{S } AB - DC$$
$$= \text{S } AB - \frac{\text{Sg } AB \text{ Cot } \phi}{\text{Cos } \mu}.$$

XI. Fällt aber BE von A weg, (Figur 107): So iſt

$$AD = \text{S } AB + \frac{\text{Sg } AB \text{ Cot } \phi}{\text{Cos } \mu}.$$

XII. Alſo überhaupt:

$$AD = \text{S } AB \mp \frac{\text{Sg } AB \text{ Cot } \phi}{\text{Cos } \mu}$$

wo das obere Zeichen für den Fall X, das untere aber für den XI gilt.

XIII. Aber der Winkel DAE läßt ſich aus ω und η (III), $= \nu$ finden (255); und nach Geometrie 13. Satze

$$\text{der W } DEA = 180° - (\nu + ADE)$$
$$= 180° - (\nu + 180° - \mu)$$
$$= \mu - \nu.$$

XIV. Alſo hat man (eb. Tr. 10. S.)

$$AE = \frac{AD \sin \mu}{\sin (\mu - \nu)};$$

woraus mit XII verbunden, die in IV angegebene Formel folgt.

§. 517.

Wenn
$$\varphi = BAC:$$
So iſt
$$\mathfrak{S}g\, AB \text{ Cot } \varphi = \mathfrak{S}AB \;(270,\ 6))$$
und daher
$$AE = \frac{\mathfrak{S}AB(\sin\mu \mp \text{tg }\mu)}{\sin(\mu - \nu)}.$$

§. 518.

I. Wenn
$$\mu - \nu = 90°:$$
So hat man
$$AE = \mathfrak{S}AB \sin\mu \mp \mathfrak{S}g\, AB \text{ Cot }\varphi \text{ tg }\mu.$$
II. Iſt aber
$$\mu = 90°:$$
So iſt
$$AE = \frac{AD}{\text{Coſ }\nu} \;(516,\ XIV)$$
und
$$AD = \mathfrak{S}AB \mp \mathfrak{S}g\, AB \text{ Cot }\varphi, (a. \S XII);$$
Alſo
$$AE = \frac{\mathfrak{S}AB \mp \mathfrak{S}g\, AB \text{ Cot }\varphi}{\text{Coſ }\nu}.$$

§. 519.

Es iſt eine ſöhlige Ebne DE (Fig. 105), gegeben, und auf derſelben ein Punkt C des Durchſchnittes FG mit einer Ebne GH deren Streichen γ und Fallen Φ bekannt:

Man ſoll einen Punkt B in DE angeben, von dem weg einer ihrer Größe nach vorgeſchriebene ſeigere Linie BA = a auf GH eintrift.

Auflö-

Aufloͤſung.

Von C ziehe man eine ſoͤhlige Linie deren Streichen von γ um 6 Stunden unterſchieden iſt und ſich von genannten Punkte nach der Gegend erſtrecket, nach der GH von C aus faͤllt:

So liegt offenbar in ihr der anzugebende Punkt B. Nimmt man daher auf ihr

$$CB = a \, \mathrm{Cot}\, \Phi:$$

So hat man das Verlangte.

Beweis.

Denn in dem rechtwinklichten Dreyecke CBA iſt

$$BCA = \varphi$$
$$BA = a$$

bekannt, und man findet CB nach eb. Trig. 6. Satze, wie angegeben.

§. 520.

Iſt kein C gegeben: So muͤßte man nach 508 eines ſuchen, und uͤbrigens wie vorhin, verfahren.

§. 521.

Waͤre CB und φ bekannt: So haͤtte man

$$a = CB \tan \varphi.$$

§. 522.

Sollte fuͤr ein gegebenes C, (519), in der dadurch gehenden ſoͤhligen Ebne ein Punkt b (Fig. 108) ſo beſtimmt werden, daß zwar von ihm weg eine ihrer Groͤße nach gegebene ſeigere Linie = a die Ganges oder Floͤtzes Ebne trift, aber auch die zwiſchen C und b enthaltene ſoͤhlige Linie Cb eine vorgeſchriebene Stunde β hat: ſo erhaͤlt man die Groͤße Cb auf folgende Art.

AD ſey der Durchſchnitt der ſoͤhligen Ebne durch C mit einer durch B laufenden ſeigern Ebne die das Streichen γ hat (519); So liegt b offenbar in dieſer ſeigern Ebne.

Nun ſey CB ſenkrecht auf AD: So iſt

$$Cb = \frac{CB}{\sin BbC} \text{ (eb. Tr. 6. S.)}$$

$$= \frac{a \operatorname{Cot} \Phi}{\sin BbC} \text{ (519)}$$

wo BbC aus γ und β nach 255 gefunden wird.

§. 523.

$$a = Cb \sin BbC \operatorname{tg} \Phi.$$

§. 524.

I. Im Fall 520 iſt auch folgendes Verfahren brauchbar:

II. A (Fig. 109, 110,) ſey ein auf des Ganges Saalband unter der gegebenen ſöhligen Ebne DE (519), und B in DE nach Gefallen angenommener Punkt, doch B ſo, daß er in der Gegend des Hangenden, oder von dem Durchſchnitte der Gangesebne mit DE, dahin zu liegt wohin der Gang fällt.

III. Man denke ſich durch A eine ſöhlige Ebne, und durch B eine ſeigere, die ein Streichen τ hat, das von γ (519) um 6 Stunden unterſchieden iſt:

IV. Dieſe wird die Gangesebne in der Fallinie Cb, die BE in BC und die durch A in JH, ſchneiden.

V. Nun ſey von A bis B ein Zug verrichtet: So findet man dadurch des Punktes B Seigerteufe Bb = h in Beziehung auf die dutch A laufende ſöhligen Ebne, (333):

VI. Ueberdies ſey F der geſuchte Punkt, alſo FG die vorgegebene ſeigere Linie = a.

VII. Iſt h > a (Fig. 109): So ſey GD die Verlängerung von FD an JH, (IIII): alſo

$$FD = Bb,$$

$$GD = Bb - FG$$

$$= h - a;$$

VIII.

VIII. Iſt aber $h < a$, (Fig. 110): So iſt

$$GD = FG - Bb$$
$$= a - h:$$

IX. Alſo überhaupt

$$GD = \pm h \mp a;$$

Welcher Ausdruck in jedem Falle, (VII, VIII), $= d$ ſeyn mag.

X. Nun iſt (Fig. 109, 110)

$$GbD = \phi, (519)$$

und

$$bD = d \text{ Cot } \phi \text{ (eb. Tr. 6 S. und IX)}$$

Aber

$$BD = BF, \text{ (G. 12 S. 3. Z.)}:$$

Alſo

$$BF = d \text{ Cot } \phi.$$

XII **Wenn man alſo von B, (II), auf DE (519) eine Linie BF beſtimmt, deren Streichen = τ (III) und die ſo groß als d Cot φ nimmt: So hat man das Verlangte; Nur muß BF im Falle VII öſtliches oder weſtliches Streichen haben, nachdem des Gangesebne von A gegen Oſten oder Weſten aufſteigt; Im Falle VIII iſt es umgekehrt.**

XIII. Hätte man, (Fig. 111, wo einerley Buchſtaben mit den in der 110 und 109ten Figur einerley Bedeutung haben), A über DE genommen: So erhielte man, wie leicht einzuſehen

$$BF = DF \text{ Cot } \phi$$
$$= h \text{ Cot } \phi.$$

XIV. Uebrigens findet ſich gleiches Verfahren beym Herrn von Oppel, aber nur vorgeſchrieben.

§. 525.

Soll F ſo liegen, daß der Linie zwiſchen B und F ein gegebenes Streichen gehört: ſo heißt der Winkel,

den dieſe Linie mit einer macht, die des Ganges Streichen hat, $= \lambda$; und mau wird

$$BF = \frac{d.\ Cot\ \varphi}{ſin\ \lambda}$$

erhalten, wie auf ähnliche Art als in 522 erhellet.

§. 526.

Folgendes ſind einige Hauptfälle, die durch die vorhergehenden Paragraphen aufgelößt werden können. Andere ähnliche hier nicht berührte Fälle wird man leicht zu löſen im Stande ſeyn, wenn man genannte Paragraphen gehörig inne hat. Die meiſten finden ſich beym Herrn **von Oppel.** § 850 bis 875.

§. 527.

Ein Ort wird nach einem vorliegenden Gange, deſſen Streichen und Fallen man hat finden können, in einer gegebenen Stunde getrieben:

Man verlangt die ſöhlige Länge AE in der das Ort fortzutreiben ehe mit demſelben der Gang erbrochen wird.

Dies wird durch 516 aufgelöſt.

§. 528.

Wen der Gang dem Orte zufällt: So wird er in ſeinem Hangenden mit des Orts Sohle zuerſt erbrochen; Entfällt er aber dem Orte: So richtet man ihn zuerſt mit der Firſte im ſeinem Liegenden aus.

§. 529.

Wenn man die Länge AE, (Fig. 112, 113) in der das Ort mit gewöhnlicher Röſche bis an den Gang DE zu treiben iſt, finden will:

So ſuche man erſtlich nach 527 des Orts ſöhlige Länge AE,

Dann, dieſer AE zu gehörige Röſche

$$BE = AE \times Coſ\ \vartheta,$$

wo ϑ die Bedeutung 424 II hat, und a. a. D* gefunden werden kann;

Ferner

Ferner

$$AB = \frac{AE}{Cof\,\vartheta};$$

Und

$$BE' = \frac{AE\ Cof\,\vartheta\ Cof\,\phi}{ſin\,(\phi - \vartheta)}.$$

Fällt nun der Gang dem Orte zu: So hat man

$$AE' = AB + BE,\ (\text{Fig. } 112),$$

Entfällt er ihm aber: So iſt

$$AE' = AB - BE',\ (\text{Fig. } 113):$$

Ueberhaupt alſo

$$AE' = AB \pm BE$$

§. 530.

Auf die Art ergiebt ſich die Länge des Orts bis wo mit deſſen Sohle der Gang erbrochen wird.

Will man aber die Länge A'D finden, mit welcher der Gang mit des Orts Firſte auszurichten:

So hat man

$$AD = AB \pm B'D$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn der Gang dem Orte zufällt, ſonſt aber das untere.

Aber

$$BD = \frac{B'E.\ Cof\,\phi}{ſin\,(\phi - \vartheta)}$$

wo B'E des Orts Höhe B'B und der AB zugehöriger Röſche BE Summe.

§. 531.

Soll mit dem Orte der kürzeſte Weg nach dem Gange genommen, alſo in ein Streichen aufgefahren werden, das mit dem des Ganges um 6 Stunden unterſchieden iſt:

So findet ſich AE' (527) nach § 518, AE' und A'D aber nach 529, 530.

§. 532.

I. Wenn A vor dem Gange liegt und dieſer gegen A zufällt: So hat AB (Fig. 110, 111) öſtliches oder weſtliches Streichen, nachdem der Gang gegen Abend oder Morgen fällt.

II. Entfällt er aber dem A: So iſt der AB Streichen weſtlich, oder öſtlich nachdem des Ganges Fallen recht oder widerſinnig iſt.

III. Wenn alſo im Falle I bey rechtfallenden Gange, AB weſtliches Streichen hat, oder öſtliches, wenn der Gang widerſinnig fällt: So liegt A hinter dem Gange, oder der Gang iſt ſchon mit dem Orte überfahren worden.

IV. Eben das iſt geſchehen im Falle II, wenn der Gang recht fällt und AB öſtliches Streichen hat, oder wenn er widerſinnig fällt, und AB weſtlich ſtreicht.

V. In beyden Fällen erhält man ein AE, (527) wodurch man, wenn man um ſo viel von A in einer dem Orte entgegengeſezten Richtung mißt, einen Punkt E enthält, wo der Gang, deſſen Streichen γ und Fallen ϕ, hätte überfahren werden müſſen.

§. 533.

Wenn man des gegebenen Punkts A Oertung zu Tage ausbringt und auf des Ganges Ausſtreichen einen Punkt B ſo beſtimmt, daß dieſer und A in der Fallebne liegen: So läßt ſich

$$AE = \mathfrak{S}\,AB \mp \mathfrak{S}g.\,AB\ \mathrm{Cot}\ \phi$$

finden; wie leicht erhellet, wenn man ſich hiezu eine gehörige Figur entwirft.

§. 534.

I Wenn auf einer ſöhligen Ebne in der Gegend des Hangenden eines Ganges ein Punkt b (Fig. 108), angewieſen worden, von dem weg ein Schacht ſeiger bis auf dem Gang abzuſinken: So findet ſich ſeine Seigerteufe folgendergeſtalt.

II. Vor=

II. Vorausgeſetzt, daß man des Ganges Streichen und Fallen weiß oder ſonſt finden kann: So beſtimme man einen Punkt C des Durchſchnittes der Gangesebne mit der gegebenen ſöhligen (508);

III. Verrichte von C bis b einen Zug, wodurch ſich der Cb Streichen und Sohle finden läßt, (333):

IV. Und man kann nun nach 523 das Verlangte finden.

§. 535.

I. Kann man kein C in der durch b gehenden ſöhligen Ebne beſtimmen:

So bringe man des b Oertung b′ (Fig. 114) zu Tage aus,

Und gebe in des Ganges Ausſtreichen einen Punkt C′ an (508).

II. Verfährt man nun wie III, IV, vorigen §s:

So erhält man eine Seigerteufe b′ D in der der Gang erbrochen würde, wenn man von b′ einen Schacht ſeiger abſänke.

III. Zieht man alſo von b′D die Seigerteufe b′b ab:

So hat man das Verlangte.

§. 536.

I. Will man einen Gang ED (Fig. 115) durch ſeigeres Ueberſichbrechen erſchroten:

So muß der Punkt b in der Gegend des Ganges Liegenden angewieſen ſeyn; und man kann die ſeigere Länge bD, in der er zu erbrechen iſt, nach 534 finden, wenn ſich ein Punkt C in dem Durchſchnitte der Gangesebne mit der durch b gehenden ſöhligen angeben läßt.

II. Kann dies aber nicht geſchehen:

So bringe man des Punktes b Oertung b′ zu Tage aus,

Und beſtimme in des Ganges Ausſtreichen einen Punkt C′;

Ver-

Verfährt man nun wie 534 III, IV: So bekommt man b′D die Seigerteuſe, in der mit einem ſeigern Schachte von b, der Gang erſunken werden könnte.

Dieſe von b′b abgezogen, giebt bD.

§. 537.

Ein C (534 II) in der Grube zu beſtimmen, iſt ſehr beſchwerlich, oft geht es gar nicht an: daher iſt 535 und 536 II brauchbarer als 534 und 536 I.

§. 538.

Erhält man bey dem Verfahren in 535, b′D < b′b:

So muß der Gang ſchon erſunken worden ſeyn.

Wo dies hat geſchehen müſſen, findet man, wenn man von b ſo viel ſeiger aufwärts mißt, als a. a. O. III giebt.

§. 539.

Er giebt ſich beym Verfahren 536 II, b′b < b′D: So iſt der Gang ſchon erbrochen worden.

Wo dies hat müſſen erfolgen, kann man beſtimmen, wenn man von b ſo viel ſeiger nieder mißt, als das nach a. O. gefundene bD beträgt.

§. 540.

Wegen der Erinnerung 314 I, hat der Markſcheider bey dem bisherigen Arbeiten, das ihm nöthige Streichen und Fallen des Ganges, ſo nahe als möglich in der Gegend, zu beſtimmen, wo er muthmaßet, daß mit dem Orte oder Schacht der Gang erſchlagen werden kann; Sonſt kann man auch das Hauptſtreichen nehmen, und von den Graden der verſchiedenen Neigungswinkel des Ganges, das arithmetiſche Mittel.

§. 541.

Wenn von Tage oder einer Strecke nieder, ein Schacht auf einem Gange abgeſunken und damit bis

in einem in mehrere Teufe auf dem Gange angewieſe-nen Punkt erſchlagen werden ſoll:

So läßt ſich der Punkt, wo mit dem Schachte angeſeſſen werden ſoll, nach 508 finden.

§. 542.

Will man einen Schacht bis auf einen Gang ſeiger und dann auf dem Gange nach deſſen Donlege weiter abſinken:

So ſagt man: daß mit des Schachts obern Theile vorgeſchlagen werde.

§. 543.

Mit einem ſolchen Schachte muß man in der Gegend des Hangenden und zwar in der Linie BC (508 III) anſitzen.

§. 544.

Einen Punkt anzugeben, daß wenn ein Schacht von dieſem ſeiger abgeſunken wird, man einen vorgegebenen Gang in gegebener Teufe erbricht.

Der verlangte Punkt findet ſich nach 519 oder 520, oder 522 oder 524, 525.

§. 545.

Ein Schacht wie im vorigen § heißt ein **Richtſchacht.**

§. 546.

Soll ein ſolcher von der Sohle eines Ortes nieder das nach demſelben Gange getrieben wird, abgeſunken werden:

So muß der Gang dem Orte zu fallen; und der Punkt wo damit anzuſitzen, findet ſich nach 522, oder 525.

§. 547.

Darnach läßt ſich auch der Fall auflöſen:

Auf der Sohle eines Orts, mit dem bereits ein Gang überfahren worden, einen Punkt anzugeben,

in

in dem mit einem nach dieſem Gange zu ſinkenden Richtſchachte angeſeſſen werden muß.

§. 548.

Auf einer Ebne, deſſen Streichen γ und Fallen φ bekannt, ſind zween Punkte A, B, (Fig. 116) gegeben:

Man ſoll die Größe der ſöhligen Linie BC finden, die auf der Ebne von einem B der gegebenen Punkte, bis an die durch den andern, A, gehende Fallinie AC gezogen werden kann.

Auflöſung.

Man ziehe von B bis A; dadurch findet ſich der Linie BA Streichen β und Sohle BD.

Aus β und γ ſuche man nach 255 einen Winkel $= \varepsilon$:

So hat man

$$BC = \text{S}\, BA \times \text{Coſin}\, \varepsilon.$$

Beweis.

Die Fallebne durch A ſchneide die ſöhlige durch B in CD:

So iſt der

$$\text{W}\, DCB = R, \ (297, 44);$$

überdies

$$DBC = \varepsilon;$$

Alſo in dem rechtwinklichten Dreyecke DCB

$$1 : \text{Coſ}\, \varepsilon = BD : BC, \ (\text{eb Tr. 3. S.})$$

§. 549.

Hiedurch läßt ſich folgende Aufgabe löſen:

Es iſt ein Punkt A gegeben, von dem oder bis in welchen auf oder nach einem Gange ein Schacht abgeſunken werden ſoll; dabey aber iſt noch ein anderer Punkt B angewieſen: Man verlangt die ſöhlige Länge

BC

BC zu finden, in der auf dem Gange bis an den Schacht ein Ort zu treiben iſt.

§. 550.

Verlangt man die Länge BC′ in der das Ort (549) mit gewöhnlicher Röſche bis an den Schacht getrieben werden ſoll:

So hat man

$$BC' = \frac{BC}{\text{Coſ}\,\vartheta} \quad (424)$$

$$= \frac{\text{S}\,BA\ \text{Coſ}\,\varepsilon}{\text{Coſ}\,\vartheta} \quad (548)$$

§. 551.

Auf der Ebne BAG (Fig. 117, 118) deren Streichen und Fallen bekannt, iſt ein Punkt A gegeben;

Auch weiß man von einer andern Ebne, die jene in BC ſchneidet, ihr Streichen und Fallen;

Ueberdies ſey AC der BAG Fallinie von A bis an die Kreuzlinie BC:

Man verlangt die Größe von AC.

Auflöſung.

I. Man nehme auf BC einen Punkt B an, und verrichte von B bis A einen Zug (333).

II. Daraus läßt ſich der BA Länge $= l$, Neigung BAD, $= \zeta$ und Streichen $= \beta$ finden, (a. O.).

III. Nun ſuche man nach 495 den Winkel EBC oder FCB, $= n$, den die Kreuzlinie BC mit der durch B, oder C, auf der Ebne BAG gezogenen ſöhligen Linie BE oder FG, macht.

IV. Nun ſey BD der Durchſchnitt der durch BA gehenden ſeigern Ebne mit der durch B laufenden ſöhligen:

So

So iſt in dem bey D rechtwinklicht körperlichen Dreyecke, die Seite AD $= \xi$, auch nach 255 aus β und der Kreuzlinie Streichen die DE, = DBE, $= \varphi$ bekannt:

V. Folglich hat man, wenn ABE $= v$ geſetzt wird

$$\mathrm{Cof}\ v = \mathrm{Cof}\ \xi\ \mathrm{Cof}\ \varphi$$ (ſph. Tr. 1. S. 3. Z. III).

VI. Liegt nun B höher als C (Fig. 117): So iſt im Dreyecke ABC der

$$\text{W ABC} = v + n$$
$$\text{ACB} = 90^\circ - n;$$

VII. Iſt B tiefer als C (Fig. 118): So hat man

$$\text{W ABC} = v - n$$
$$\text{ACB} = 90^\circ + n.$$

VIII. Alſo Ueberhaupt:

$$\text{W ABC} = v \pm n$$
$$\text{ACB} = 90^\circ \mp n.$$

IX. Folglich, da auch AB $= l$ bekannt (II), erhält man

$$\text{AC} = \frac{l.\ \sin\ v \pm n}{\mathrm{Cof}\ n}$$ (eb. Tr. 10. S. 2. Erkl. 2. Z.; und VIII).

§. 552.

Da der körperliche Winkel bey E =, der Ebne ABG Fallen, $= \varphi$: So hat man

$$\sin v = \frac{\sin \xi}{\sin \varphi}.$$ (ſphär. Tr. 1. S.)

Indeſſen entgeht man bey der Formel V vor. §s, die bey dieſer hier obwaltenden Zweydeutigkeit.

§. 553.

Auf einen Gange, deſſen Streichen und Fallen bekannt, iſt ein Punkt gegeben, von dem auf genannten Gange ein Schacht geſunken werden ſoll:

Man fragt, wie tief man zu ſinken hat, um damit einen andern überſetzenden Gang, von dem man ebenfalls Streichen und Fallen weiß, zuerbrechen.

Die Auflöſung geſchieht völlig nach 551.

§. 554.

Wäre ſchon auf dem Gange abgeſunken, und man wollte wiſſen, wie weit man noch bis an den überſetzenden abzuſinken hätte:

So nimmt man A auf der Schachtſohle, d. i. auf deſſen untern Grundfläche, an, und verfährt übrigens wie 551 verlangt.

XXVII.

In wie ferne an zwo Stellen entblößte Gänge für einen gehalten werden können.

---

§. 555.

Man hat an einer Stelle einer Grube eines Ganges Streichen und Neigung gefunden; An einer andern Stelle findet ſich von einem Gange eben das Streich n; Beyde Gänge aber, ſind entweder zugleich rechtfallend, oder widerſinnigfallend:

Man ſoll angeben, ob letzterer Gang mit erſtern einerley ſey.

Auflöſung.

I. In der 119 Figur ſtelle die durch DACB laufende Ebne, die des erſten Ganges, und die Ebne durch PMON, die des andern Ganges, vor.

So iſt nach den Bedingungen der Aufgabe klar, daß beyde Ebnen entweder eine und dieſelbe, oder einander parallel, ſind.

II. Nun ſey AB eine ſöhlige Linie in der erſteru Gangesebne und MN eine in der zweyten: Jene in der tiefern Stelle, dieſe in der höhern:

So haben beyde Linien der ihnen zugehörigen Ebne Streichen: Alſo einerley Streichen, und ſind folglich parallel.

III. Man nehme in AB nach Gefallen einen Punkt E an, und verrichte von ihm bis in einen Punkt Q in MN, (der alſo höher als E liegt), einen Zug.

IV. Durch AB denke man ſich eine ſöhlige Ebne, GR; und auf dieſe ſey von Q das Loth QF gezogen; Man ziehe EF:

So iſt QF der EQ Seigerteufe und EF ihre Sohle.

V. Beyde (QF, EF) hat man aus dem Zuge (III); auch der EQ oder EF Streichen, (333).

Folglich nach 255 auch den Winkel FEA den EF mit EA macht.

VI. Man ſetze

$$EF = b$$
$$QF = h$$
$$FEA = q$$

und beyder Ebnen (I) Neigungswinkel, (welche man gleich groß gefunden hat),

$$= p.$$

VII. Des andern Ganges Ebne ſchneide die ſöhlige Ebne durch AB in GH:

So ſind GH, AB, MN parallel (Geom. 46 S. 1. Z.).

VIII. Auf GH ſey QI ſenkrecht; Man ziehe FI welche auch auf GH ſenkrecht ſeyn wird (G. 46. S. 6. Z.), und folglich QIF der Ebne POMN Neigung (Geom. II. Th. 2. Erkl.): alſo $= p$ (VI).

IX. Folg=

IX. Folglich (eb. Tr. 6. S.)

$FI = h . Cot\, p.$

X. Nun ſey FK ſenkrecht auf AB; ſo liegen die Punkte K, F, I, in einer und derſelben geraden Linie:

Denn FK, FI, ſind Perpendikel aus einem Punkte F in der Ebne durch zwo Parallelen AB, GH, auf dieſe Parallelen (VII, VIII, V).

XI. Nach eb. Tr. 3. S. aber hat man

$KF = b . \sin q.$

XII, Nun kann der Punkt Q, und folglich auch F, (des Punkts Q Projektion auf GR), zwo Lagen haben.

Erſte. Beyde können auf der Seite liegen, wohin von E die Ebne CD fällt.

Der Linie EQ und folglich auch der EF Streichen iſt alſo öſtlich oder weſtlich, nachdem CD gegen Morgen oder Abend fällt; oder gegen Abend oder Morgen aufſteigt.

Die 119 Figur ſtellt das vor.

Zweyte. Q, oder F, können auf der Seite liegen nach der CD von E aufſteigt.

Wenn alſo CD gegen Abend oder Morgen aufſteigt; alſo gegen Morgen oder Abend fällt; ſo hat EQ oder EF, weſtliches oder öſtliches Streichen:

In der 120. Figur iſt das dargeſtellt.

XIII. Bey der erſten Lage iſt der Parallelen AB, GH, Abſtand

$$KI = KF + FI$$
$$= b . \sin q + h . Cot\, p \text{ (IX, XI)}$$

Bey der zweyten hingegen hat man

$$KI = FK - FI$$
$$= b . \sin q - h . Cot\, p \text{ (a. O.)}.$$

XIV. Sollen nun beyde Gangesebnen eine und dieſelbe alſo beyde Gänge einer und derſelbe, ſeyn:

So muß GH (VII) in AB zu liegen kommen:

Denn GH liegt mit AB in einer ſöhligen Ebne und zugleich auch in der Ebne MP, welche mit DC einerley ſeyn ſoll, (Fig. 121).

XV. Weil aber alsdenn Q in der Ebne DC (I) und über der durch AB gehenden ſöhligen Ebne, iſt:

So liegt F nothwendig nach der Seite von AB zu, wohin dieſe Gangesebne DC aufſteigt, wie in der zweyten Lage (XII).

XVI. Nun ſind aber auch I und K nur ein Punkt: Alſo iſt

$$FI = FK$$

Folglich

$$FI - FK \text{ oder } b.\sin q - h.\,\mathrm{Cot}\, p, = 0:$$

Alſo

$$b.\sin q = h.\,\mathrm{Cot}\, p.$$

XVII. Dieſe Gleichung könnte ebenfalls bey der erſten Lage (XII) ſtatt finden, wenn in der 119 Figur F in der Mitte zwiſchen GH (VII) und AB (II) läge.

XVIII. Man muß aber aus dem verrichteten Zuge (III) wiſſen, ob die erſte oder zweyte Lage ſtatt findet.

Wie man dies daraus erfahren kann, iſt aus XII begreiflich.

XVIIII. Ich kann alſo annehmen, man weiß, daß die zweyte Lage ſtatt findet.

XX. Bekommt man alsdenn die Gleichung

$$b.\sin q = h.\,\mathrm{Cot}\, p \text{ (XVI)}:$$

So zeigt ſie folgendes an:

Aus dem Punkte F, (Fig. 120) des Punkts Q (III) Projektion auf der durch AB gehenden und des andern Ganges Ebne PM in GH ſchneidende Ebne, ſo daß ſich GH mit AB auf einer und derſelben Seite von F befindet, fallen auf AB und GH gleich lange Perpendikel:

Folglich gehen AB und GH in eine einzige gerade Linie zuſammen;

Und

Und die beyden Perpendikel auch in ein einziges;
Und die beyden Punkte K, I, in einen einzigen.
Alsdenn entſteht folglich die 121 Figur.

XXI. Wenn alſo die zweyte Lage (XII) und die Gleichung $b.\sin q = h.\mathrm{Cot}\, p$, (XVI) zuſammen ſtatt finden:

So ſind beyde Gangesebnen eine und dieſelbe und folglich auch beyde Gänge einer und derſelbe.

XXII. Haben zwo Gangesebnen gleich große Neigungen und ſind beyde zugleich entweder recht oder widerſinnig fallend:

So liegen ſie in einer Ebne, wofern

$$\sin q = \frac{h.\mathrm{Cot}\, p}{b},$$

Haben ſie aber einerley Streichen: So liegen ſie in einer Ebne, woferne beyde zugleich recht- oder widerſinnig fallen, und

$$\mathrm{Cot}\, p = \frac{b.\sin q}{h}$$

iſt.

Beyde Formeln erhält man aus (XVI), wo p und q zur Gangesebne DC gehören.

XXIII. So viel iſt zwar in dieſer Unterſuchung geometriſch gewiß; Aber es fragt ſich demohnerachtet noch: ob auch beyde Gänge ein Gang? zumal da ein Gang mehr als das blos geometriſche einer Ebne iſt.

Die Sache erhält ſchon einen großen Grad der Wahrſcheinlichkeit, wenn an beyden Stellen einerley Gangarten brechen: Noch größer wird dieſe Wahrſcheinlichkeit, wenn weder im Hangenden noch Liegenden des Ganges ein anderer Gang zu überfahren iſt, der ihm faſt gleichlaufend ſtreichet.

Da aber ein Gang ſowohl Veränderungen ſeiner Lage, als auch ſeines phyſiſchen, unterworfen:

So kann man unter den in XXI und XXII angezeigten Umſtänden ſelten mit Gewißheit, nur ziemlich zuverläßig, ſagen, daß beyde Gänge einer und derſelbe ſind.

Daher gilt bey Streitigkeiten über eines Ganges Eigenthum nicht mehr der Meßkunſt Anwendung, ſondern der Beweis muß vom Vater, d. i. von Funde her mit offenen Durchſchlägen geführt werden.

Man ſehe Herrn von Oppel §. 876; Lobethhans Einleitnng zum Bergwerksrechte §. 89; Bauſſens Einleitung zu den in Deutſchland üblichen Bergrechten ꝛc. Cap. X, §. 44; Schönbergs ausführliche Berginformation, Seite 48 u. f.

§. 555.

Anmerkung.

Die Vorſchriften in XVI und XXI, giebt auch der Herr von Oppel §. 875, 877, aber ohne Beweis. Herr Hofr. Käſtner hat über das bisherige (555) ausführlichere Unterſuchungen angeſtellt, und ſie in der 28. Anmerkung ſeiner Markſcheidekunſt mitgetheilt, von den ich das meiſte im vorigen §. beygebracht habe.

Hier will ich noch anmerken, daß für Q tiefer als A, des Punkts F erſte Lage auf der Seite von AB iſt, nach der die Ebne CD ſteigt, aber in ſeiner zweyten Lage dahin zu liegt, wohin CD fällt.

XXVIII.

Vierung.

§. 556.

Man denke ſich zwo Ebnen, davon die eine mit des Ganges hangenden Saalbande, die andere aber mit ſeinem liegenden eine parallele Lage hat, und jene 3 ½ Lachter vom hangenden und dieſe ſo viel vom liegenden Saalbande entfernet iſt:

So

So nennt man den Raum, den beyde Ebnen und die Saalbänder begränzen, dieſes Ganges **Vierung**; die Ebnen ſelbſt aber, mögen die **Vierungsebnen** heiſſen.

§. 557.

Die **Vierungsgerechtigkeit** eines älter belehnten Ganges auf einen jünger belehnten beſteht darinne, daß alle Punkte des leztern Ganges die nicht über 3 ½ Lachter von dem ihm am nächſten liegenden Saalbande des erſtern entfernt ſind, dieſem älter belehnten zugehören.

§. 558.

Bey Treibung der Stöllen kommen einige Fälle vor, in denen auf das Recht des Alters nicht geſehen wird, dennoch aber einem Gange die Vierungsgerechtigkeit zukommt.

Hiervon ſehe man Herrn **von Oppel** §. 917. Schönbergs Berginform. S. 197 ꝛc. und überhaupt von der Vierungsgerechtigkeit daſ. S. 2, 3, 30, 31, 32, 33; u. a.

§. 559.

Einen Punkt in den Vierungsebnen zu finden, muß man von ſeinem hangenden Saalbande in die Gegend des Hangenden und von deſſen liegenden Saalbande in die Gegend des Liegenden eine gerade Linie ziehen, die auf ihrem Saalbande ſenkrecht aufſteht und 3 ½ Lachter lang iſt (und Geom. 46. S. 5. Z. Erl.).

§. 560.

Eine ſolche Linie ſteht auf des Gangesebne ſenkrecht, und macht mit einer ſöhligen einen Winkel der dieſes Ganges Neigung Ergänzung zu 90° iſt.

Denn (122 Fig.) BA ſey die Linie ſeines Fallens und DB eine ſolche wie 559 erfodert: ſo ſteht DB auf AB ſenkrecht, und ſchneidet verlängert, in C, die

 durch

durch A gehende ſöhlige Ebne; Man ziehe CA: ſo iſt BAC des Ganges und DCA der DC Neigung: aber △ ABC iſt bey B rechtwinklicht: Folglich BCA = 90° — BAC.

§. 561.

Wenn ein jünger belehnter Gang einen älter belehnten ſchneidet: So treffen nicht alle Linien die auf einem Saalbande des letztern Ganges ſenkrecht ſtehen das dieſem am nächſten liegende Saalband des jüngern Ganges in 3 ½ Lachter.

Aber alle Punkte einer Vierungsebne von dem ihm am nächſten liegenden Saalbande des ältern Ganges, haben genannte Entfernung: Daher auch die Punkte ihres Durchſchnittes mit dem Saalbande des jüngern Ganges.

§. 562.

Erklärung.

Dieſen Durchſchnitt wollen wir mit dem Herrn Bergmeiſter Scheidhauer die **Vierungslinie** nennen, dergleichen ſowohl in der Gegend des Hangenden als Liegenden des ältern Ganges ſtatt findet.

§. 563.

Ihre Punkte ſind alſo alle von dem ihr am nächſten liegenden Saalbande des ältern Ganges genau 3 ½ Lachter entfernt, und auf des jüngern Ganges Saalbande befindlich.

§. 564.

Ihre Lage iſt einerley mit der Lage der Kreuzlinie beyder Gänge:

Denn beyde ſind vermöge 556 und G. 2. Erkl. Zuſatzes, einander parallel.

§. 565.

Die Entfernung d der Vierungslinie von der Kreuzlinie zu finden.

Aufloͤ=

Aufloͤſung.

I. Die Ebne FEB (123) ſtelle das eine Saalband des aͤltern Ganges vor, deſſen Neigung $= \varphi$ und Streichen $= \gamma$ bekannt, die Ebne FBD hingegen des genannten Saalbande am naͤchſten liegende des juͤngern Ganges, deſſen Fallen $= \varphi'$ und Streichen $= \gamma'$ gegeben;

Ueberdies ſey FB beyder Kreutzlinie, ACG die durch einen Punkt B in FB gehende ſoͤhlige Ebne, und DH die Vierungslinie.

II. Man ziehe DE auf FEB, aber DB und EB auf FB ſenkrecht:

So iſt DB das geſuchte d und DE $= 3\frac{1}{2}$ Lachter $= 3, 5$ Lachter (I, 563).

III. Nun hat man zween Faͤlle zu unterſcheiden:

1) Wenn beyde Gaͤnge einerley Streichen haben.

IV. Da liegt FB in der durch B gehenden ſoͤhligen Ebne ACG (491), und

$$\left.\begin{array}{l} EBC = \varphi \\ DBA = \varphi' \end{array}\right\} (291).$$

V. Nun iſt in dem bey E rechtwinklichten Dreyecke DEB

$$\sin DBE : 1 = DE : DB,$$

oder

$$\sin DBE : 1 = 3, 5 \text{ Lr.} : d:$$

Alſo

$$d = \frac{3, 5 \text{ Lr.}}{\sin DBE};$$

Aber

$$ABD + DBE + EBC = 2\,R$$

oder

$$\varphi' + DBE + \varphi = 2\,R:$$

Alſo

$$DBE = 2R - \phi' - \phi$$
$$= 2R - (\phi' + \phi).$$

VI. Folglich

$$d = \frac{3,5 \text{ Lr.}}{\sin(\phi + \phi')}.$$

2) Wenn beyde Gänge verſchiedenes Streichen haben.

VII. Da iſt ebenfalls

$$\sin DBE : 1 = DE : DB;$$
$$= 3,5 \text{ Lr.} : d.$$

Hingegen der Winkel DBE iſt der, den beyde Gangesebnen mit einander machen, und nach 497 gefunden werden muß.

VIII. Es bedeute daher hier gleichfalls

a der nach 255 aus γ und γ' (I) gefundene Winkel;

n' aber der Winkel, den die Kreuzlinie BF mit dem Durchſchnitte des jüngern Gangesebne mit der ſöhligen ACG, und

n, der, den BF mit dem Durchſchnitte des ältern Gangesebne ACG, macht:

So hat man

$$\left.\begin{aligned} \sin DBE &= \frac{\sin\phi \, \sin a}{\sin n'} \\ &= \frac{\sin\phi' \, \sin a}{\sin n} \end{aligned}\right\} \text{(a. D.)}:$$

IX. Alſo

IX. Alſo

$$\left.\begin{aligned} d &= \frac{\dfrac{3,5\ \text{Lr.}}{\sin\varphi\ \sin a}}{\sin n'} \\ &= \frac{\dfrac{3,5\ \text{Lr.}}{\sin\varphi'\ \sin a}}{\sin n} \end{aligned}\right\}\ (\text{VII}).$$

Folglich

$$d = \frac{3,5\ \text{Lr.} \times \sin n'}{\sin\varphi\ \sin a}$$

$$= \frac{3,5\ \text{Lr.} \times \sin n}{\sin\varphi'\ \sin a}.$$

§. 566.

Es ſey im Falle 2) des vorigen §. BH eine auf des jüngern Gange gezogene ſöhlige Linie:

So iſt der ihr Streichen $= \gamma'$ (565, I) und ſchneidet die Vierungslinie DH unter einen Winkel DHB $= n'$ (565, VIII, und 564).

Wäre die ſöhlige Linie Bh auf des Aeltern Gange gezogen: So würde ſie die Vierungslinie hE unter einen Winkel $= n$ geſchnitten haben.

Aber

$$BH = \frac{DB}{\sin DHB}$$

$$= \frac{d}{\sin n'}$$

$$= \frac{3,5\ \text{Lr.}}{\sin\varphi\ \sin a}$$

und

und eben ſo

$$Bh = \frac{3,\,5\ \text{Lr.}}{\text{ſin}\ \varphi'\ \text{ſin}'\ a}.$$

§. 567.

Durch einen Punkt H (Fig. 124) in der Vierungslinie, DH, gehe eine ſöhlige Ebne OQH; M ſey ein anderer Punkt, deſſen Seigerteufe MN = p in Beziehung auf OQH, alſo, wie viel M höher oder tiefer liegt als H, bekannt:

Man ſucht HM.

Auflöſung.

Der Winkel DHQ iſt der Vierungslinie DH Neigung, welche = α' ſeyn mag; dieſe aber iſt einerley mit der Kreuzlinie BF ihrer (564). Man kann alſo α' nach 489 berechnen.

Nun iſt in dem bey N rechtwinklichten Dreyecke

$$\text{ſin}\ \alpha' : 1 = NM : HM$$

Folglich

$$HM = \frac{NM}{\text{ſin}\ \alpha'}$$

$$= \frac{p}{\text{ſin}\ \alpha'}.$$

§. 568.

Auf einer ſöhligen Ebne ACE, (Fig) 125), die Vierungslinie DH, alſo eine Linie D′h′ zu verzeichnen, auf der alle Punkte des jüngern Ganges FBD fallen, die von des ältern ſeinen MBP, drey und ein halbes Lachter entfernt ſind.

Auflöſung.

I. Wenn beyde Gänge verſchiedenes Streichen haben.

I. Man

I. Man nehme auf der ſöhligen Ebne einen Punkt B an, der einen der Kreuzlinie vorbildet;

II. Ziehe durch dieſen eine ſöhlige Linie BD in dem Streichen des jüngern Ganges;

III. Nehme auf ihr von B weg eine Länge BD $= \frac{3,5\ \text{Lr.}}{\sin\varphi\ \sin a}$ (566) entweder dahin zu, wohin der Gang fällt, oder wohin er aufſteigt, nachdem nämlich die Vierungslinie in der Gegend des Hangenden oder Liegenden des ältern Ganges verzeichnet werden ſoll:

IV. So beſtimmt ſich ein Punkt D der in der Vierungslinie DH liegt;

V. Zieht man durch dieſen eine ſöhlige Linie hD′ in dem Streichen der Kreuzlinie BF:

So hat man das Verlangte.

VI. Beweis.

Nach 566 und I, II, III muß D in der Vierungslinie DH liegen.

Man ſtelle ſich daher durch D eine ſeigere Ebne vor, die mit der durch die Kreuzlinie BF, parallel iſt:

So geht jene durch DH (564) und ſchneidet die ſöhlige Ebne ACE in D′h.

Es müſſen folglich in D′h alle Punkte des Jüngern Ganges fallen, die von des Aeltern $3\frac{1}{2}$ entfernt ſind.

Aber D′h hat auch mit BF einerley Streichen.

II. Wenn beyde Gänge einerley Streichen haben.

VII. Man ziehe durch B (I) eine Linie BD′ (Fig. 126) in einem Streichen, das von dem der Kreuzlinie um 6 Stunden verſchieden iſt;

VIII. Nehme BD $= \frac{3,5\ \text{Lr.} \times \text{Cot}\,\varphi'}{\sin(\varphi' + \varphi)}$, und zwar von B nach der Gegend, nach der des Aeltern Gang,

entwe=

entweder fällt oder aufſteiget; Das erſte muß geſchehen, wenn die Vierungslinie DH im Hangenden, das andere aber, wenn ſie im Liegenden genannten Ganges angegeben werden ſoll:

VIIII. Hiedurch nun beſtimmt ſich auf ACE ein Punkt D′ durch welchen eine Linie hD′ in der Kreutzlinie Streichen gezogen, die verlangte Linie, giebt.

X. Beweis.

Für dieſen Fall liegt die Kreutzlinie BF in der ſöhligen Ebne ACE (491).

Man denke ſich durch die Vierungslinie DH eine ſeigere Ebne DHD′, welche die ſöhlige in D′h ſchneiden wird.

Dieſer Durchſchnitt iſt mit FB parallel (564) und die zuverzeichnende Linie, (Bed.).

Man ziehe BD′ auf hD′ ſenkrecht:

So iſt der BD′ Streichen von dem der BF um 6 Stunden verſchieden, alſo bekannt (489), und

$$DBD' = \varphi'.$$

Ferner ſey DB auf HD ſenkrecht, alſo = d:

So iſt in dem bey D′ rechtwinklichten Drenecke DD′B

$$1 : \text{Cos}\,\varphi' = d : D'B,$$

$$= \frac{3,5\ \text{Lr.}}{\sin(\varphi' + \varphi)} : DB;$$

Folglich

$$D'B = \frac{3,5\ \text{Lr.} \times \text{Cos}\,\varphi'}{\sin(\varphi' + \varphi)}.$$

XXIX.

XXIX.

Vermeſſen.

§. 569.

Der ſöhlige Flächenraum, darinne Gewerken Befugniß erhalten haben, Bergwerk zu bauen, heißt **verliehenes Feld;**

Dieſes über Tage abſtecken und ſeine Gränzen angeben, daſſelbe **vermeſſen**, oder **verſchnüren.**

§. 570.

Auf Gängen wird das verliehene Feld nach einer ſöhligen Länge in des Ganges Hauptſtreichen geſtreckt.

§. 571.

Man nennt ſolches **ſtreichendes Feld.**

§. 572.

Die Breite eines ſolchen Feldes beſtimmt des Ganges Mächtigkeit und Vierung.

§. 573.

Das Vermeſſen geſchieht nach **Fundgruben** und **Maaßen.**

In **Freyberg** iſt eine Fundgrube = 60 Lachter.
Maaße = 40 Lr.

Im **Obererzgebürge** iſt die
Fundgrube = 42 Lachter
Maaße = 28 Lachter.

Von letzterer Größe ſind auch die Fundgruben und Maaßen auf dem Harz und zu **Joachimsthal.**

§. 573′.

Sonſt vermaße man noch **Lehnen** und **Wehren.**

Ein Lehn aber war = 7 Lr. und zwey Lehne gaben ein Wehr.

§. 574.

Der Punkt, wo das Anhalten der Fundgrube zu nehmen iſt, heißt der **Fund**.

§. 575.

Dieſer iſt entweder vom beliehenen Gewerken **willkührlich** angenommen, oder durch die **erſte Entblöſung** eines Ganges, durch erſtes **Einwerfen des Kübels und Seils**, oder **durch** beſonderes **Angeben im Muthzeddel und Verleyhbuche beſtimmt**, oder **auch mittelſt Eydes beſchworen**.

In jedem Falle aber muß dem Markſcheider der Fund von Gewerken, oder vom Bergmeiſter des Orts, oder auch wohl durch einen in Rechtskraft ergangenen Bergbeſcheid angewieſen, oder durch Marken und Markſcheideſtufen beſtimmt ſeyn, (574).

§. 576.

I. Von dem Funde aus wird gemeiniglich die eine Hälfte der Fundgrube dem Gebürge hinaufwärts, die andre aber demſelben hinabwärts erſtrecket.

II. Ihre Gränzen beſtimmen zwo ſeigere Ebnen, deren Streichen von dem Hauptſtreichen um 6 Stunden verſchieden und welche von dem Funde um eine ſöhlige Länge deren Streichen mit dem Hauptſtreichen übereinkommt und der halben Länge der Fundgrube, gleich iſt, entfernt ſind, (570).

III. An jeder Seite (I) der Fundgrube werden Maaßen angehängt, von den die, ſo an der Seite der Fundgrube liegen, wo das Gebürge anſteigt, die obern, die aber auf der andern Seite, wo das Gebürge abfällt, ſich befinden, die untern Maaßen heißen.

Die erſte, zweyte, dritte ꝛc. obere Maaße iſt die erſte, zweyte, dritte ꝛc. von der Fundgrube an; und ſo auch bey den untern Maaßen.

IV. Die

IV. Die Gränzen dieſer Maaßen beſtimmen ebenfalls ſeigere mit den in II parallele Ebnen, die aber nach dem Hauptſtreichen um eine ſöhlige Länge = der Länge einer Maße, von einander entfernt ſind, (570).

§. 577.

Solche Ebnen wie in II und IV vor. § mögen die **Gränzflächen** einer Fundgrube, oder Maaße heiſen.

§. 578.

Zuweilen, und wenn der Fund auf einem Gange am Fuſſe des Gebürges genommen, kann die ganze Fundgrube vom Funde weg nach einer Seite zu erſtrecket werden. Der Bergmeiſter des Orts muß aber dies in Verleyhbuch beſonders anmerken laſſen.

§. 579.

Ohne Beſtimmung des Fundes können keine Maaßen vermeſſen werden, (576).

§. 580.

Die Berggeſetze erlauben auf einem Gange nur eine Fundgrube zu beſtätigen; doch macht folgender Fall hievon eine Ausnahme.

Wenn ein Gang in das Gegengebürge, das von dem, worinne ſchon der Fundgrübner liegt, durch einen **Erbfluß** abgeſondert wird: So heißt der Theil des Ganges im Gegengebürge, von des Erbfluſſes Mitte angerechnet, das **Gegentrom**; Und auf dieſem wird noch eine Fundgrube und zugehörige Maaßen verliehen, es mag nun des Gegentrom ein jüngerer oder der ältere abbauen wollen. Beyder Fundgruben und Maaßen aber haben ihre gemeinſchaftliche Gränze in des Erbfluſſes Mitte.

§. 581.

Kann zu Ende des vermeſſenen Feldes wegen eines Erbfluſſes oder der ſchon beſtimmten Gränze des Feldes einer Gewerkſchaft, u. ſ. w. keine völlige Maße eingebracht

bracht werden: So heißt dieſer Theil des verliehenen Feldes ein **Ueberſchaar.**

§. 582.

Auf Flötzen und Stockwerken wird, wo es angeht, das Feld nach einem söhligen rechtwinklichten Parallelogramm abgegeben, und **geviertes Feld,** genannt.

§. 583.

Seine Breite hat alſo ein Streichen das von dem ſeiner Länge um 6 Stunden verſchieden iſt.

§. 584.

Eine **gevierte Fundgrube** iſt meiſt 28 Lachter lang und breit, eine **gevierte Maaße** aber 14 Lachter.

An vielen Orten haben die gevierten Fundgruben und Maaßen eben die Länge, wie die bey ſtreichendem Felde, ihre Breite aber iſt 28 Lachter, auch 14 Lachter.

In Eisleben iſt ein **geviertes Lehn,** 66 Lachter lang und 22 Lachter breit.

§. 585.

Auf Seifenwerken wird nach 100 Lachter Länge und 50 Lachter Breite vermeſſen.

§. 586.

In ſolchem Felde darf man nur ſo tief als das Seifengebürge liegt bauen.

Hingegen Gänge, Flötze, Stockwerke erlauben die Bergrechte innerhalb dem verliehenen Felde ſo tief als möglich, oder wie der Bergman ſagt: bis in ewige Teufe, abzubauen.

Dieſe wird bey Flötzen und Stockwerken ſeiger genommen, bey Gängen aber nach ihrer Donlege.

§. 587.

Die Punkte, in den ſich die gemeſſenen Fundgruben und Maßen endigen, heiſſen **Marken;**

Die in ſelbigen ins Geſtein eingehauene Zeichen, **Markſcheideſtufen;**

Die

Die über Tage deshalb geſetzten Gränzſteine, Lochſteine auch Markſteine,

Und jede der ſeigern Ebnen, die einer Gewerkſchaft verliehenes Feld begränzen, die Markſcheide.

§. 589.

Beym gevierten Felde werden wenigſtens in die Winkelpunkte Lochſteine geſetzt, das heißt: **Es wird mit 4 Lochſteinen bereint.**

§. 590.

Es muß angewieſen werden, nach welcher Gegend der gevierten Fundgrube Länge geſtreckt werden ſoll.

Dann aber wird dieſelbe, wenn es nicht andere Umſtände ändern *), ſo vermeſſen, daß der Fund in der Fundgrube Mitte liegt, jede Maaße aber, wo ſie der Lehnträger hinlegt, an die Fundgrube angeſchloſſen, und ſo auch Maaßen an Maaßen.

§. 591.

Bauwürdigkeit des Feldes, die Gränze anderer Gewerkſchaften Feldes, Lage des Gebürges, und dergleichen Umſtände mehr, laſſen oft nicht zu, daß noch eine Maaße mit ihrer gehörigen Länge und Breite eingebracht werden kann.

Dann muß man eine andere ſöhlige geradlinichte Figur beſtimmen, deren Flächeninhalt gleich dem der Maaße iſt.

§. 592.

Bey ſtreichendem Felde kann jeder Punkt in der durch den angewieſenen Fund gehenden Fallinie des Ganges Hauptebne (469) als ein Anhaltepunkt der Fundgrube angeſehen werden (574, 576 II, IV; 586); Und die Fundgruben und Maaßen nehmen in ſolchen Fallinien ihren Anfang und ihr Ende, (576).

*) M. ſ. Hertwigs Bergbuch, Seite 148 §. 9; Bergbau Spiegel, 2 Buchs 8 Cap. 16 §.

§. 593.

Jeder Punkt in der ſeigern Linie durch den angewieſenen Fund kann beym gevierten Felde zum Anhalten des Vermeſſens (569) dienen; Und die Gränzen der gevierten Fundgruben und meiſtens auch der Maaßen ſind vier ſeigere einander rechtwinklicht ſchneidende Ebnen (582, 586, 597).

§. 594.

Iſt auf einem Gange ein Punkt als der Endpunkt einer Fundgrube, oder Maaße gegeben, nebſt des Ganges Hauptſtreichen: So kann man dadurch alle übrigen höher und tiefer fallende Punkte, in den ſich eben der Theil des vermeſſenen Feldes endiget, beſtimmen (592).

§. 595.

In welcher Tiefe auch der Fund angewieſen wird: So iſt dies doch in Rückſicht des zu verſchiedenen Feldes gleichgültig und ändert nichts in Beſtimmuug ſeiner Gränzen (592, 593).

§. 596.

Die ſöhlige Linie, die von einem Punkte einer von zwo gleichlaufenden ſöhligen Linien bis an die andere rechtwinklicht gezogen iſt, heißt dieſer gleichlaufenden Linien ſöhlige Entfernung.

§. 597.

Die ſöhlige Entfernung zwoer Fallinien des Ganges Hauptebne, wovon jede durch einen Endpunkt einer Fundgrube oder Maaße geht, iſt gleich der Länge (573) genannter Fundgrube oder Maaße, (592, 576).

§. 598.

I. A (Fig. 127) ſey auf dem Ausſtreichen AB eines Ganges der End- oder Anfangspunkt einer Fundgrube oder Maaße;

JE eine durch AB gehende ſeigere Ebne;

AD

AD deren Durchſchnitt mit der durch A laufenden ſöhligen;

AC die nach dem Hauptſtreichen des Ganges gezogene ſöhlige Länge der Fundgrube, oder Maaße,

Und AB die durch C gehende Gränzfläche, welche AB und AD in B und D ſchneide:

So iſt, wenn das Streichen von AB nicht gleich dem Hauptſtreichen iſt, AD > AC; wie aus 576 und Geometrie 9 S. 10 Z. erhellet.

II. Hätte AB mit AC gleiches Streichen:

So müßte AD auf AC liegen, und beyde Linien müßten folglich einander gleich ſeyn.

§. 599.

Es mag A (598 I) der Fund, oder der Endpunkt einer Fundgrube oder Maaße ſeyn, ſo ſey AC = d:

Man ſoll von A aus, den Punkt D (a. O.) beſtimmen.

Aufloſung.

Aus des Ganges Hauptſtreichen und dem Streichen ſeines Ausgehenden AB ſuche man nach 255 einen Winkel DAC = η:

So hat man D durch

$$AD = \frac{d}{\text{Coſ}\,\mu} \quad (577;\ \text{eb. Tr. 3. S.}).$$

§. 600.

Wäre des Ausgehenden AB Neigung BAD = f gegeben: So hätte man

$$AB = \frac{AD}{\text{Coſ}\,f}$$

$$= \frac{d}{\text{Coſ}\,\mu\,\text{Coſ}\,f}.$$

 §. 601.

§. 601.

Beſtimmt man auf einer ſöhligen Ebne in der Grube einen Punkt, der in einer Linie liegt, die durch den Lochſtein, oder an Tage angewieſenen Fund geht, und (wie bey Gängen) entweder ein Streichen hat, das von dem Hauptſtreichen des Ganges um 6 Stunden verſchieden, oder, (wie bey Flötzen ꝛc.) ſeiger iſt: So ſagt man: **Man fälle einen Lochſtein oder den Fund auf dieſe ſöhlige Ebne.**

Geſchieht dieſe Beſtimmung mit dem in der Grube gegebenen Fund über Tage: So heißt das, **den Fund zu Tage ausbringen;**

Auf gleiche Art verſteht man die Redensart: **Eine Markſcheideſtufe von einem Stolln oder Strecke auf eine höhere oder tiefere Strecke, oder zu Tage aus, bringen.**

§. 602.

Den Fund A (Fig. 128) zu Tage auszubringen.

Aufloͤſung.

1) Bey ſtreichendem Felde.

I. Man bringe deſſen Oertung B zu Tage aus (427);

II. Ziehe von da eine ſöhlige Linie BC nach der Gegend, nach der der Gang von A aus aufſteigt, die aber ein Streichen hat, (das von dem Hauptſtreichen des Ganges um 6 Stunden verſchieden iſt):

III. Und nehme

$$BC = AB \cot \varphi$$

wo φ des Ganges Fallen und AB die ſeigere Entfernung der Punkte A, B.

Beweis.

AC ſey die durch A gehende Fallinie der Hauptebne des Ganges: So liegt C in dieſer Linie (601); Und

eine Linie wie II der Aufloſung verlangt muß AC in den geſuchten Punkte C ſchneiden, und mit AB bey B einen rechten Winkel CBH machen.

Man findet daher BC nach eb. Tr. 6 Satze.

2) Bey gevierten Felde.

Da bringe man des Fundes A Oertung zu Tage aus, (601).

§. 603.

Auf gleiche Art kann man einen Lochſtein, den über Tage gegebenen Fund, in die Grube fällen, wenn man nur dazu § 430 zu Hülfe nimmt.

Auch ſo laſſen ſich Markſcheideſtufen auf höhere und tiefere Strecken oder zu Tage aus bringen.

§. 604.

I. Einen auf einem Gange gegebenen Punkt A, (Fig. 129) es mag nun der Fund, oder ein Lochſtein oder eine Marke ſeyn, auf eine angewieſene höhere oder tiefere Strecke in CD zu bringen, iſt folgendes Verfahren brauchbar:

II. Auf der gegebenen Strecke nehme man auf dem Gange einen Punkt D an, und ziehe von D bis A:

III. Dadurch findet ſich der DA Sohle = DB und deren Streichen, (333).

IV. Nun ſuche man aus genannten Streichen und dem von BC, (als der durch A gehenden Fallinie AC Sohle), den Winkel DBC = ε, (255.).

Ferner aus eben dem Streichen der BC und dem Hauptſtreichen, (als dem der ſöhligen Linie DC, [Bed.]) den Winkel BCD = μ:

V. So hat man

$$DC = \frac{BD.\ \sin \varepsilon}{\sin \mu} \text{ (eb. Tr. 10 S.).}$$

VI. Dieſes DC muß man von D aus in dem Hauptſtreichen nach der Gegend ziehen, nach der der

Gang fällt, wenn W. BCD = μ ſpitzig; Iſt er aber ſtumpf: ſo muß DC nach der entgegengeſetzten Richtung genommen werden. Dies alles muß geſchehen, wenn A höher als C liegt; Iſt hingegen A tiefer: So erfolgt die Sache umgekehrt.

§. 605.

Streichendes Feld zu vermeſſen.

Aufloſung.

I. Wenn der Fund über Tage gegeben iſt.

Da beſtimme man nach 276 eine auf dem Funde in des Ganges Hauptſtreichen laufende Linie, deren Sohle ſo groß iſt, als die Längen der zu vermeſſenden halben oder ganzen Fundgrube und die verliehenen obern oder untern Maaßen betragen, (576, 578, 572).

Nun gebe man vom Funde aus nach a. § eine ſöhlige Linie an deren Länge = der halben Fundgrube (576) oder der ganzen (578), und merke deren Endpunkt an, von dem weg man auf gleiche Art die erſte Maaße, und von deren Endpunkte die zweyte, u. ſ. f. beſtimmt.

An dieſe ſo gefundenen Punkte, werden die Lochſteine geſetzt.

Wenn man richtig gemeſſen hat, muß der Endpunkt der letzten Maße mit dem Endpunkte der abgeſteckten Linie zuſammen fallen.

Uebrigens muß man wiſſen, ob man obere oder untere Maaßen oder beyde zu gleich, zu vermeſſen hat.

II. Iſt der Fund in der Grube gegeben:

So bringe man ihn zu Tage aus (602), und verfahre alsdann wie vorhin.

§. 606.

Wollte man Lochſteine auf des Ganges Ausſtreichen ſetzen: So wird man ſich ſchon nach 509, 599, oder 600 zu helfen wiſſen.

§. 607.

§. 607.

Geviertes Feld zu vermeſſen.

Aufloͤſung.

I. Der Fund f (Fig. 130) iſt entweder uͤber Tage gegeben oder nicht; Im letztern Falle bringe man ihn zu Tage aus (602).

II. Hierauf beſtimme man durch den Fund eine Linie ic in einem Streichen, nach welchem der Fundgrube Laͤnge ic gelegt werden ſoll, und deren Sohle ſo groß als gleichgenannte Laͤnge (276).

III. Wenn naͤmlich der Fund in der Mitte kommen ſoll: So macht man fc = fi;

Sollte aber dies nicht ſeyn und der Fund in a oder e liegen, und von da aus nach ab oder ed vermeſſen werden: So nimmt man ab oder ed, = ic.

IV. Durch der Fundgrube Endpunkte [c oder i; oder b oder d oder a oder e (III)] ziehe man Linien bd, ae in einem Streichen das von dem der Fundgrube Laͤnge um 6 Stunden verſchieden iſt, und deren Sohle = der Fundgrube Breite (276).

V. Wenn naͤmlich der erſte Fall in III ſtatt findet: So macht man cb = cd = ie = ia = ½ Breite der Fundgrube; fuͤr den zweyten aber macht man bd = ae = Br der Fundgrube.

VI. Laͤßt man in den ſo beſtimmten Punkten a, b, e, d, Lochſteine ſetzen:

So iſt die Fundgrube vermeſſen, (582).

VII. Um auch ein oder etliche Maaßen von bd, oder ba, oder ae, oder ed aus, zu vermeſſen:

So verlaͤngere man, wenn dieſes aus c in g geſchehen ſoll, ic bis dahin, und mache cg = der Laͤnge der zu vermeſſenden Maaße (276).

Aus g beſtimme man eine der cg winkelrechten Linie nach p oder h, wohin nämlich der Maße Breite gelegt werden ſoll, und mache deren Sohle gh = jtzt genannter Breite (a. O.).

Giebt man aus c eben ſo die ſöhlige Länge cq = gh ab: So erhält man der Maaße vier Winkelpunkte c, g, h, q, worinn Lochſteine geſetzt werden können.

VIII. Auf ähnliche Art verfährt man bey den übrigen Maaßen.

IX. Tritt bey Vermeſſung der letzten Maaße der Fall 591 ein: So kann man ſich, wenn man gehörig Geometrie weiß, leicht helfen.

Es wird indeſſen, da ſich deshalb keine allgemeinen Regeln geben laſſen, genug ſeyn, hievon einige Fälle anzuführen.

X. Liegt der eine Mittelpunkt g der letzten Maaße ch in der Grenzlinie SK der Maaße oder Fundgrube mK eines älter Belehnten, und der jüngere wollte das innerhalb h, g, n liegende Feld mit zu der nun zu vermeſſenden Maaße gl nehmen, deren längſte Seite ſich nach go, der Verlängerung von gh (VII) erſtrecken ſoll:

So ziehe man von g bis K, wodurch ſich die ſöhlige Länge gK und deren Streichen findet (333).

Nun ſuche man aus genanntem Streichen und der gh ihres (VII) den Winkel hgK, (255); überdies aus der gewöhnlichen Länge und Breite (584) einer Maaße, ihren Flächeninhalt = A (G. 42 S.):

So giebt

$$\frac{A}{gK.\sin hgK}$$

die ſöhlige Länge go, kl, die man von g und K aus in der gh Streichen abzugeben hat, (G. 67 S; und eb. Tr. 3. S; und 276).

XI. Hätte die längſte Seite nach gk zu gelegt werden ſollen:

So erhielte man

$$gu \text{ oder } hw = \frac{A}{hg. \sin hgK}$$

XII. Wenn fe (Fig. 131) eine Maaße des ältern Belehnten, ab aber eine des jüngern iſt, und dieſer das zwiſchen c, e, b, in freyen liegende Feld zu Lehn haben will, das der deshalb noch an ab zu hängende Maaße ch längſte Seite ci nach cb erſtrecket werden ſoll:

So ziehe man von c nach e, und verfahre übrigens wie in X.

XIII. Soll in cl der verlängerten ce, die längſte Seite zu liegen kommen:

So beſtimmt man ihre oder der bm Größe nach XI.

XIV. Soll das Feld eKcbe mit zur Maaße kommen:

So ziehe man nicht nur von c bis e, ſondern auch noch von c bis K;

Dadurch weiß man die ſöhligen Längen ce, cK, (333); überdem iſt Kc als die Länge oder Breite der Maaße fe (XII) bekannt.

Aus dieſen drey Seiten aber kann man des Dreyecks Kce Flächeninhalt = B finden (eb. Tr. 21 S.).

Zieht man dieſen von A (X) ab: So erhält man den Flächeninhalt eines Parallelogramms, cm, oder ch, welches nach XII oder XIII, von c und b aus nach l, m, oder von c und e aus nach i, h, abgegeben werden ſoll.

§. 608.

Wenn (Fig. 132) abde eine gevierte Fundgrube oder Maaße, und e der Fund, oder ſonſt ein richtiger Winkelpunkt genannten Feldes:

So

So iſt

$$eb = \sqrt{(ed^2 + bd^2)},$$

$$\tang bed = \frac{bd}{ed},$$

und aus dieſem Winkel und der ed Streichen findet ſich das der eb (256).

Giebt man daher nach 276 in genannten Streichen eine ſöhlige Linie $eb = \sqrt{(ed^2 + bd^2)}$, ab:

So muß deren Fundpunkt mit dem Lochſteine in b zuſammen fallen.

§. 609.

Dieß dient zur Prüfung, ob die Lochſteine gehörig geſetzt ſind.

Voigtel, (Markſcheidekunſt S. 146), hat ſich hiezu ſchon eines ähnlichen Verfahrens bedient; nur ſucht er ſin bed aus eb : bd = r : ſin bed.

§. 610.

Auf einem Gange iſt der Fund angewieſen:

Man ſoll in Grundriſſe die Theile des Grubengebäudes angeben, welche in die Fundgrube, und welche in jede Maaße, fallen.

Aufloͤſung.

I. Man ziehe die auf dieſem Gange verführten Baue ab, (328 ꝛc.);

II. Zeichne ſie in Grundriß (396),

III. Und ſuche des Ganges Hauptſtreichen (XXIV).

IV. Durch den Punkt, der im Grundriſſe den Fund vorſtellet, ziehe man in dem gefundenen Hauptſtreichen, eine Linie;

V. Trage auf ſelbiger von dieſem Punkte aus mittelſt des Riſſes verjüngten Maßſtabes, auf beyde Seiten die Länge der halben Fundgrube, oder nur auf einer Seite die Länge der ganzen (578).

VI. Und

VI. Und aus den ſo erhaltenen Fundpunkten der Fundgrube zu deren beyden Seiten, oder nur auf einer, die Länge einer Maaße, ſo oft als erfodert wird.

VII. Durch die ſo erhaltenen Punkte ziehe man endlich Linien, die die in V, winkelrecht ſchneiden; (597).

§. 611.

Wenn man die Fundamentallinie des zu dem Grundriſſe (610 II) zu fertigenden Seigerriſſes mit der Linie des Hauptſtreichens (a. §. V) parallel ziehet, und die Linien in a. § VII verlängert, und durch den Seigerriß fortziehet:

So ſchneiden ſelbige auch auf dem Seigerriſſe die Theile der daſelbſt verzeichneten Baue ab, die zur Fundgrube und jeder Maaße gehören, (13, 16).

§. 612.

Wer das Verfahren 607 wohl inne hat, ſieht leicht, wie geviertes Feld im Grundriß verzeichnet werden kann.

Das Verzeichnen im Seigerriß geſchieht wie gewöhnlich (399).

§. 613.

Wenn jemand ſein Feld über Tage abpfählen läßt, entweder blos zu ſeiner eignen Nachricht, oder damit eine andere mit ihm markſcheidende Gewerkſchaft ihre Maaßen vermeſſen laſſen kann:

So ſagt man, daß dieſes **Feld mit verlohrner Schnur vermeſſen oder überſchlagen werde.**

Geſchiehet aber dieſes Vermeſſen mit gewiſſen Feyerlichkeiten, und wird zugleich das Feld gehörig verlochſteinet auch jedem Lochſteine gewöhnliche Zeugen beygelegt:

So heißt es ein **erbliches Vermeſſen**; oder man ſagt: daß ein **Erbbereiten gehalten werde.**

§. 614.

Von dem beym Erbbereiten gewöhnlichen Solennitäten findet man Nachricht in Schönbergs Berginformation 1ſten Theile, Seite 28 § 38; im 2 Buche 9 Capitel Spans Bergbauſpiegel; Hertwigs Bergbuche unter dem Worte: Erbbereiten, § 3 und 4; auch in einer kleinen Schrift: vom Erbbereiten (1757).

§. 615.

Bevor erblich vermeſſen wird, muß der Markſcheider auf dem Gebürge die Punkte angeben, in welche die Lochſteine zu ſetzen ſind, (603, 604).

Anmerkung.

§. 616.

Wird ein Markſcheider zu Verrichtung eines bey Bergrechtshändeln erfoderlichen Zuges gebraucht: So muß er allemal in Gegenwart derjenigen ziehen, deren Gerechtſame dabey zu beobachten ſind. Es iſt ihm daher nicht genug, die ſtreitige Frage mit allen damit verknüpften Umſtänden wohl inne zu haben, ſondern er handelt auch ſehr vorſichtig, wenn er ſich von dem Bergrichter, der ihm einen ſolchen Zug auftrug, ſchriftliche Anweiſung geben läßt: was er eigentlich abzuziehen und dabey anzumerken habe.

Iſt indeſſen die eine von den ſtreitigen Partheyen mit ſeiner Arbeit nicht zufrieden: So kann dieſe mit Erlaubniß des Bergamts auf ihre Koſten von einem andern Markſcheider den erfoderlichen Zug verrichten laſſen.

Weichen beyde Markſcheider in ihren An- und Abgaben von einander ab: So kann von den zwiſtigen Partheyen ein dritter Zug von einem dritten Markſcheider verlangt werden, der hierinne den Ausſchlag geben ſoll.

Ein ſolcher Zug wird ein **Währzug** genannt.

Die Unkoſten hiezu muß die Parthey, die ihm verlangt, tragen; oder beyde, wenn beyde ihn verlangten.

Er muß in Beyſeyn der Bergbeamten geſchehen: (von Schönbergs Berg-Inſt. 1.ſter Theil, 111te Seite 8 §).

Was der Währzug entſcheidet, dabey bleibt es, bis durch offenes Durchſchlagen ein anderes erwieſen.

XXX.

Abſteckung ſeigerer Ebnen.

§. 617.

Wenn man auf der Erdfläche zwiſchen einer geraden Linie Endpunkte, (die durch gewiſſe Merkmale bezeichnet ſeyn können), andere, die mit ihnen in einer ſeigern Ebne liegen, zu beſtimmen hat:

So heiſſen dies die Feldmeſſer eine gerade Linie abſtecken.

Eigentlicher heißt es mit Herrn Prof. Mayer (pr. Geom. I Theil § 30) eine Vertikalfläche, oder: ſeigere Ebne (7) abſtecken.

§. 618.

Wenn alſo dies verlangt wird: So müſſen dazu zween Punkte gegeben ſeyn.

§. 619.

Abſteckeſtäbe ſind runde Stangen von guten trockenen Holze, 5 bis 6 Fuß hoch, ohngefähr 1 Zoll dicke und unten mit einer eiſernen Spitze oder Stachel verſehen, um ſie damit in dem Boden zu befeſtigen.

§. 620.

Sind dieſe Stäbe an ihren obern Ende mit einer Fahne verſehen: So heiſſen ſie Meßfahnen.

§. 621.

Selbige werden 10 und mehr Fuß hoch gemacht, um ſie über niedrige Gebüſche und Anhöhen hervorragen zu laſſen und erkennen zu können.

§. 621.

Sollen Stäbe vertikal in einer ſeigern Ebne ſtehen; So müſſen offenbar ihre Axen ſich in einer ſolchen Ebne befinden.

§. 622.

Eine ſeigere Ebne abzuſtecken, wenn man aus einem (A) der dazu gegebenen Zween Punkte A, B, (Fig. 133) den andern B ſehen kann.

Auflöſung.

In A, und B befeſtige man in Boden vertikal ein Paar Abſteckeſtäbe oder Meßfahnen AC, BD mittelſt eines an ſie herabhangenden Lothes:

So iſt eine Ebne durch AC und BD eine ſeigere (7).

Nun trete man zween oder drey Schritte hinter AC, und laſſe in E einen Abſteckeſtab oder eine Meßfahne EF vertikal ſo ſtecken, daß, wenn man mit dem Auge längſt AC vorbey und nach BD hin viſiret, es ſcheinet, als wenn AC, BD, EF, gleichſam einen einzigen Stab ausmachten.

So verfahre man mit allen noch einzuſetzenden Stäben; welche insgeſammt, wo nicht völlig genau, doch ohne großen Irthum in einer einzigen ſeigern Ebne liegen werden.

§. 623.

Auf dieſe Art kann man nicht nur eine Vertikalfläche zwiſchen A und B abſtecken, ſondern auch, wenn es nöthig iſt, über A oder B hinaus erweitern.

Reicht man dann mit den vorhandenen Stäben, deren man wenigſtens 6 und ein Paar Fahnen (620) haben muß, nicht aus, welches ſich oft zuträgt: So kann man von denen bereits in der Mitte eingeſetzten

Stäben

Stäben einige ausziehen, und an ihrer Statt etwa 2 bis 3 Fuß hohe Pfähle einſchlagen laſſen; da man alsdenn die Arbeit weiter fortſetzen kann.

Mayers practtiſche Geometrie, I Th. § 32.

§. 624.

Die Dicke des vor dem Auge ſtehenden Stabes verurſachet, wie man leicht bemerken wird, allemal im viſiren merkliche Hinderung, daß es daher nicht ohne Schwierigkeit abgeht, die folgenden Stäbe mit den erſtern genau in eine ſeigere Ebne zu bringen.

Auch iſt dieſe Hinderung deſto größer, je näher ſich das Auge hinter dem Stabe befindet.

Den daher entſpringenden Fehler einigermaaßen zu beſtimmen, dient aus vor. § angef. Buches 33 §. folgendes.

§. 625.

I. In O (Fig. 134) ſey das Auge; vor ihm in einer gewiſſen Entfernung ein Stab, deren Durchmeſſer ab, ſeiger aufgerichtet; desgleichen über cd, mn ein paar andere Stäbe, und die Mittelpunkte von ab, cd, mn, ſeyen i, l, k:

So ſind Vertikallinien durch dieſe Punkte der Stäbe Axen.

II. Liegen i, l, k in einer geraden Linie, alſo die ſeigern Linien dadurch in einer Ebne:

So ſind die Stäbe über ab, cd, mn in einern ſeigern Ebne (621).

III. Das Auge O befinde ſich in der durch i, l, gezogenen geraden Linie liO und viſire an dem über ab auf gerichteten Stabe hinaus; Man ziehe die Ziellinien Oah, Obf und verlängere mn zu beyden Seiten:

So iſt hf der Raum, den die Dicke ab des vor dem Auge ſtehenden Stabes in der Entfernung Om zu bedecken ſcheint, und alles was innerhalb des Winkels hOf liegt, wird dem Auge O von ab bedeckt.

IV. Wenn man alſo in 622, die Stäbe ſo ſetzen wollte, daß ſie einander zu decken ſchienen: So begienge man offenbar Fehler.

Denn man ſetze innerhalb hOf einen Stab, wohin man will, in μ: So ſcheint es als wenn dieſer von den Stäben über ab, cd bedeckt würde, aber er befindet ſich nicht in der erweiterten ſeigern Ebne durch il, ſondern in einer durch i und μ, welche von jener um den Winkel μik abweicht.

Dieſer iſt alſo der Fehler, den man begienge, wenn man genannte ſeigere Ebnen für eine und dieſelbe hielte.

Aber W. kif wäre der größte, den man begehen könnte.

V. Iſt nun Ok in Rückſicht ab ſehr groß: So kann man ohne merklichen Irthum W kif = kOf ſetzen, und hat, wenn ib die halbe Dicke der nächſten Stange vor dem Auge = L Zolle, ihre Entfernung von O, oder Oi = E Zolle,

$$\text{tang kof} = \frac{L}{E} \text{ (eb. Tr. 19 S. vor.).}$$

VI. Wäre die Entfernung Ok in der ein Stab mit denen über ab, cd in eine ſeigere Ebne ausgeſtecket werden ſoll, = F Zolle: So hätte man (III)

$$hf = \frac{2F.L}{E} \text{ Zoll;}$$

weil

$$Oi : Ok = ib : kf \text{ (Geom. 26. S.),}$$

und

$$2 . kf = hf.$$

VII. Aus V erhellet: je dicker der Stab und je näher er ſich vor dem Auge befindet, deſto größer iſt der Fehler kOf.

VIII. Hieraus ſieht man leicht, wie dieſer Fehler ſo viel als möglich vermindert werden kann.

Einige

Einige rathen deshalb in den nächſten Stab vor dem Auge kleine Löcher der Länge herab bohren zu laſſen, wodurch denn freylich die Gefahr zu fehlen beträchtlich vermindert wird.

IX. Indeſſen kömmt die ganze Sache auf des Auges O Lage an.

Man muß daſſelbe etwas ſeitswärts, wie in O, halten, dergeſtalt, daß die Ziellinie obdn an der Stäbe Seitenfläche hinaus ſtreichet und ſie alſo in b, d, n berühret.

§. 625.

I. Auch der ſchiefe Stand verurſacht bey Abſteckung einer ſeigern Ebne, Fehler.

Dieſe laſſen ſich, (nach vor. § angef. O.) folgendermaſen beurtheilen.

II. Stehen beyde Stäbe AC, BD, (Fig. 135) vertikal: So laſſen ſich die folgenden leicht in eine Ebne bringen (624).

III. Stünde aber Bd ſchief: dann würde ein Beobachter, welcher hinter AC z. E. nach d oder der Richtung cd viſirte, den dritten Stab nicht bey E in der erweiterten ſeigern Ebne AB, ſondern in e, wo der Stab ef in die Ziellinie Cdf einträfe, ſetzen laſſen: daß man alſo ſtatt der Vertikalfläche ABF, die Cde erhielte.

Beyde alſo machen, wenn Ae, AE ſöhlige Linien ſind, mit einander den Winkel EAe, und A, B, e liegen nicht in einer und derſelben ſeigern Ebne.

IV. Man fälle von d auf Ae das Loth dc und von c auf AE das cn:

So giebt letzters an, wie weit d auſſerhalb der ſeigern Ebne ABF liegt.

V. Man hat aber

$$\sin cAn = \frac{cn}{Ac} \text{ (IV und eb. Tr. 19. S. Vör.),}$$

und, wenn der Stab Bd nur einigermaaßen von A entfernet iſt, ohne merklichen Irthum

$$\text{ſin } cAn = \frac{cn}{AB}.$$

VI. Wenn man alſo die ſeigere Ebne Acf mit ABF für einerley annimmt: So iſt der dadurch begehende Fehler eAE, deſto beträchtlicher, je weiter d auſſerhalb ABF und je näher Bd (III) der AC (II).

VII. Steht Bd zwar ſchief, aber doch in ABF: So iſt

$$cn = 0,$$

und daher auch

$$W\ eAE = 0.$$

VIII. Da in manchen Fällen, beſonders in bergigten Gegenden, die Stäbe ſehr nahe an einander kommen, und man oft an ihren obern Ende vorbey viſiren muß: So ſieht man, wie nothwendig in ſolchem Falle ihre ſeigere Stellung iſt.

IX. Aus dem bisherigen ergeben ſich noch für 622 folgende brauchbare Regeln:

1.) Die Abſteckeſtäbe und Meßfahnen müſſen ſo weit, als es nur angeht, von einander geſetzt werden, damit, wenn ſolche ja aus zufälligen Urſachen eine ſchiefe Lage bekommen ſollten, der daraus zu befürchtende Fehler vermindert wird, (VI).

2.) Man muß allemal, ſo viel als möglich, bey einem Punkte des Stabes, der näher am Boden liegt, vorbey viſiren; weil ein ſolcher Punkt ſich weniger auſſer der wahren Vertikalfläche befindet, als jeder höherer.

§. 626.

A, B, (Fig. 136) ſeyen zween Punkte auf der Erdfläche;

Von dem einen A aus, kann der andere B nicht geſehen werden:

Man ſoll einen Punkt C angeben, der in der durch A, B laufenden ſeigern Ebne AB liegt.

Aufloͤſung.

Man verrichte von A bis B einen Zug, und bemerke darunter einen Punkt D, von dem man glaubt, daß er ſich in der ſeigern Ebne AB befinde.

Aus dieſem Zuge aber laͤßt ſich der AB und AD Streichen, nebſt deſſen Beſchaffenheit finden, auch die ſoͤhlige Laͤnge von AD, $= b$, (333);

Ueberdies erhaͤlt man aus genannten Streichen den Winkel CAD $= \mu$ (255).

Nun gebe man von D aus eine ſoͤhlige Linie DC in einem von der AD um 6 Stunden verſchiedenen Streichen ab, dergeſtalt, daß DC der DA zur Rechten oder Linken zu liegen kommt, nachdem AD ſich rechter oder linker Hand AB befindet;

Mache

$$DC = b \tan \mu \text{ (eb. Trig. 5. S.)}.$$

Und laſſe in den ſo beſtimmten Endpunkt C der DC einen Pfahl ſeiger einſchlagen.

§. 627.

Beſtimmt man auf dieſe Art mehrere Punkte E F, G, H, J ꝛc.: So ſteckt man dadurch eine ſeigere Ebne AB ab.

Die zu E, F, G, H, J gehoͤrigen D kann man gleich waͤhrenden Zuges, der von A bis B und uͤber B hinaus geſchieht, anmerken; Auch den Zug ſelbſt in der ohngefehr beurtheilten ſeigern Ebne AB, verrichten.

§. 628.

Die Aufgabe 626 haͤtte auch mittelſt des Winkelweiſers aufgeloͤſt werden koͤnnen, indem man von A

bis B gezogen, daraus der AB Streichen geſucht und übrigens nach 231 verfahren, hätte.

§. 629.

Beyde Verfahren (628, 627) können einander zur Probe dienen.

§. 628.

Wäre $\mu = 0$: So wäre es auch DC.

Hieraus erhellet, wie 626 gebraucht werden kann, das Verfahren 622 zu unterſuchen.

§. 629.

627 dient auch, zu Abſteckung einer ſeigern Ebne, wenn zwar B von A aus geſehen werden kann, aber zwiſchen A und B ſich ſehr tiefe Thäler befinden.

§. 630.

Die ſöhlige Entfernung des Punktes C′ von A (626), oder

$$AC = \frac{b}{\text{Cof}\ \mu}.$$

§. 631.

I. Soll von einem gegebenen Punkte A (Fig. 137) bis in einen andern B ein **Feldgeſtänge** ſchieben und nirgend ſeitwärts gebrochen ſeyn:

So giebt man die ſeigere Ebne, in der es zu führen iſt, nach 622, oder 627 an.

II. Soll es aber weder über noch unter ſich die geringſte Beugung haben: So muß man aus A in B eine Linie abgeben, deren Lage mit AB einerley iſt.

Das Verfahren hiezu iſt folgendes:

Kann man aus A den Punkt B ſehen: So ſchraube man in A gehörig den Winkelweiſer und viſire nach B, wodurch man der AB Streichen und Fallen finden kann. Uebrigens aber verfahre man nach 223.

Iſt B von A aus nicht ſichtbar: So ziehe man von A bis B. Dadurch erhält man der AB Lage, und kann alsdann, wie vorhin, verfahren.

III. Von den Punkten, die zwiſchen A und B zubemerken, können welche, wie G, ſich in das Gebürge vertiefen.

In ſolchem Falle muß man auf des Gebürges Oberfläche Punkte, wie F, angeben, wo angeſeſſen werden muß, wenn im Gebürge Durchſchnitte gemacht, oder Röſchen getrieben werden ſollen, die alle Hinderniſſe aus dem Wege räumen, den Feldgeſtänge eine ganz gerade Richtung zu geben.

Die Beſtimmung ſolcher Punkte geſchieht folgendergeſtalt:

Auf dem nächſten Pfahle DE, wo noch der auſſer dem Gebürge fallende und zu AB gehörige Puukt E angemerkt werden kann, ſchraube man, wie erfoderlich, den Winkelweiſer, und beſtimme den Punkt J wo AB des Gebürges Oberfläche trift (223); Schlage in J einen Pfahl JK ſenkrecht, und gebe von K aus KH iu der Lage AB ab (a. §);

Der an H vertikal eingeſchlagene Pfahl HF giebt F, den Punkt auf des Gebürges Oberfläche ſeiger über G. Mißt man nun JK und HF: So erhält man KJ — HF = FG, = der ſeigern Tiefe des G unterm F.

Wie man von A aus weiter zu verfahren hat, um einen andern Punkt M, auf des Gebürges Oberfläche, nebſt MN, zu beſtimmen, fällt in die Augen.

§. 632.

I. M (Fig. 138) ſey ein Punkt in der geraden Linie AB, deren Neigung BAE = φ bekannt (333);

C unter M in der durch AB laufenden Vertikalebne ABE nach 626 beſtimmt,

Und AL die ſöhlige Entfernung des C von A nach 630 berechnet, ſo wie CL = DN, der Seigerteufe von AD (626) nach 333 gefunden.

Da nun:

$$ML = AL'. \text{tang } \phi \text{ (eb. Tr. 5 S.)}:$$

So hat man

$$CM = AL. \text{tang } \phi - CL.$$

II. K habe mit C, H mit M, und J mit L einerley Bedeutung, und K liege über H.

Weil nun KJ nach 626 und 333; AJ, des K ſöhlige Entfernung von A, nach 630, und HJ = AJ. tang ϕ, bekannt:

So hat man

$$KH = KJ - AJ. \text{taug } \phi.$$
$$= -(AJ. \text{tang } \phi - KJ).$$

III. Wenn man alſo nach 627 in der ſeigern Ebne ABE einen Punkt C oder K angiebt, deſſen Seigerteufe in Rückſicht A, = p, und ſöhlige Entfernung von A, = f:

So iſt dieſes Punktes Abſtand von dem gerade über oder unter ihm ſich befindenden Punkte M oder H der AB

$$= \pm (f. \text{ tang } \phi - p), \text{ [I, II]}.$$

IV. Hiedurch laſſen ſich auf dem Gebürge Punkte in einer Linie, wie II, III vor. §s erfodert, beſtimmen.

XXXI.

Markſcheider Angaben, die bey Waſſerleitungen vorkommen.

§. 633.

Von Punkten A, C, oder E, F die von der Erdkugel (32) Mittelpunkte K (139 Fig.) gleich weit entfernt ſind, ſagt man: daß ſie gleich hoch oder wagrecht liegen.

§. 634.

Höher liegende Punkte ſind weiter vom Mittelpunkte K entfernet, als **niedriger** liegende.

§. 635.

Zu einer Horizontallinie wird erfodert, daß alle Punkte in ihr gleich hoch liegen, und alle Vertikallinien auf ſie winkelrecht ſtehen (6).

Da man nun die Erde als eine Kugel anſehen kann (32): So liegt die **wahre Horizontallinie** AC für einen Punkt A der Erdoberfläche in der Peripherie des durch A laufenden größten Kreiſſes dieſer Kugel.

§. 636.

Die ſcheinbare Horizantallinie AB für A ſteht in genannten Punkte auf der durch ihn gehende Vertikallinie AK ſenkrecht.

§. 637.

Sie iſt alſo eine Tangente von AC (635 und G. 19 S. 1 Z.).

§. 638.

Durch einen Punkt C in der wahren Horizontallinie AC (635) gehe die Vertikallinie FK, welche die ſcheinbare Horizontallinie AB (636) in B ſchneide:

So heißt BC die mit AC zuſammengehörige **Senkung des wahren Horizonts unter dem ſcheinbaren;**

§. 639.

Und die lothrechte Tiefe CD um welche ein Punkt D auf der Erdfläche tiefer liegt als ein anderer A, das **Gefälle** des Punkts D in Rückſicht A, oder des Bodens von A bis D.

§. 640.

CD = DB — CB.

Dieſe Differenz muß für das eigentliche Gefälle poſitiv ſeyn; für das **uneigentliche** aber, oder wenn D höher als A läge, negativ.

§. 641.

So lange der Bogen AC (635) = b in Vergleich des Erdhalbmeſſers KC = r ſehr klein iſt, ſo lange kann man ohne merklichen Irthum CB (638) $= \frac{b^2}{2r}$ ſetzen.

Beweis.

CG ſey = 2r: So iſt

$BG \times BC = ABq$ (eb. Trig. 16 S. 7. 3.)

$= BCq + 2r. BC.$

Man kann aber nach der Vorausſetzung AB = b und BCq in Rückſicht 2r. BC, = Null nehmen, ohne dadurch einen merklichen Fehler zu begehen:

Alſo hat man

$b^2 = 2r. BC.$

§. 642.

I. Wenn x ein ſehr kleiner Bruch: So kann man $1 + 2x$ für $(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$ ſetzen; weil denn x^2 gegen $1 + 2x$ verſchwindet.

Man erhält alſo für $x = \frac{1}{2} n$,

$(1 + \frac{1}{2} n)^2 = 1 + n.$

Folglich

$\sqrt{(1+n)} = 1 + \frac{1}{2} n.$

II. Für $\sqrt{(1-n)}$ hat man $1 - \frac{1}{2} n$.

III. Da $\text{Cos}\, b = \sqrt{(1 - \sin b^2)}$;

So ergiebt ſich für ein ſehr kleines b

$\text{Cos}\, b = \sqrt{(1 - b^2)}$

$= 1 - \frac{1}{2} b^2$, (II).

§. 643.

Man kann auch

$CB = \frac{1}{2} r b^2$,

nehmen.

Beweis.

Beweis.

KB $=$ r. ſec b (eb. Tr. 4. Erkl.);

Alſo

$$BC = r \sec b - r.$$

$$= r\left(\frac{1}{\mathrm{Cos}\, b} - 1\right), \text{[a. O. 5. Zuſ.]}$$

$$= r\left(\frac{1 - \mathrm{Cos}\, b}{\mathrm{Cos}\, b}\right).$$

Da aber b ſelten $>$ $\frac{1}{2}$ Grad, folglich meiſt von geringer Größe iſt:

So kann man Coſ b $= 1 - \frac{1}{2} b^2$ ſetzen, (vorigen § III):

Folglich

$$BC = r\left(\frac{1 - (1 - \frac{1}{2} b^2)}{1 - \frac{1}{2} b^2}\right)$$

$$= \frac{r. \frac{1}{2} b^2}{1 - \frac{1}{2}. b^2}$$

Weil aber $\frac{1}{2} b^2$ gegen 1 unbeträchtlich: So hat man BC wie angegeben.

§. 644.

I. Dieſe Formel ſetzt b in Decimaltheilen des Sinustotus $= 1$ voraus.

Wäre aber b in Sekunden gegeben: So müßte man für b den Werth $\frac{b}{206264}$ ſetzen (139 Bew.) und alſo

$$BC = \frac{1}{2} r. \frac{b^2}{206264^2}$$

$$= \frac{1}{2}. \frac{19632120}{206264^2}. b^2 \;(32)$$

$$= 0,$$

$= 0,0002307 \cdot b^2$, in par. Fuß.
$= 0,0002653 \cdot b^2$, in Leipz. Fuß.
$= 0,0000379 \cdot b^2$, in Frb. Lachtern.

II. Für ein gegebenes b in Längenmaße muß man wiſſen, daß ein Grad auf der Erde = 342645 par. Fuß: Alſo 1 Sekunde = 95, 2 par. Fuß.
= 109, 5 Leipz: Fuß
= 15, 6428 Frb. Lachter.

Wäre nun b = m Lachter: So hätte man

$$BC = \frac{0,0000379}{(15,643.)^2} \cdot m^2$$

$$= 0,0016\ 22 . m^2.$$

Für b = p Pariſerfuß, ergiebt ſich

$$BC = 0,00000002545 . p^2.$$

Man ſehe Herrn Prof. Mayers praktiſche Geometrie § 199.

§. 645.

Für einen andern Bogen β iſt die zugehörige Senkung des wahren Horizonts unter dem ſcheinbaren

$$= \tfrac{1}{2} r \beta^2, (643)$$

oder

$$= \frac{\beta^2}{2r} (641).$$

Woraus erhellet, daß ſich dieſe Senkung wie das Quadrat der ihr zugehörigen Weite verhält.

§. 646.

Hienach ſind Tafeln berechnet worden, aus den man für ein gewiſſes b oder β die ihm zugehörige Senkung nehmen kann.

Solche Tafeln finden ſich in Büchern vom Waſſerwägen.

Unter andern, in Picards Abhandlung vom Waſſerwägen mit Lamberts Beyträgen, (Berlin 1770), Seite

Seite 6, und 155: Böhms Feldmeßkunſt, S. 304; Scherffers Inſtitutionum Geometricarum parte ſecunda, (Wien 1770), Seite 99 ꝛc.

Indeſſen ſind die gegebenen Formeln (644) dieſen Tafeln vorzuziehen, zumal wenn man ſich der Logarithmen bedient.

§. 647.

I. Da für den Sinustotus = 1

$$BC = r \sec b - r \text{ (643 Bew.)},$$
$$= r (\sec. b - 1)$$

und

$$\sec. b = 1 + \tfrac{1}{2} b^2 + \frac{5}{24} b^4 + \frac{61}{720} b^6 + \text{ꝛc.}$$

(Kästners Analyſ. d. U. §. 303).

So hat man für jeden Bogen b die Senkung

$$BC = r \left(\tfrac{1}{2} b^2 + \frac{5}{24} b^4 + \ldots\right),$$

woraus auch für ein kleines b die Formel 643 folgt.

II. Für den Sinustotus = r iſt, für jede Weite,

$$BC = \frac{b^2}{2r} + \frac{5 b^4}{24 r^3} + \frac{61 b^6}{720 r^5} + \text{ꝛc.}$$

woraus für ein ſehr kleines b auch die Formel 642 folgt.

III. Nach beyden Formeln läßt ſich der Fehler finden, den man begienge, wenn man BC nach 643 oder 642 berechnete. Und man wird ſehen, daß er für b = 1 Grad noch eine geringe Größe iſt: Alſo für b kleiner als 1 Grad eine noch geringere.

Indeſſen zeigt Lambert, (in ſ. Beytr. zu Picards Abh. vom Waſſerw. im V. Abſchnitte), daß die berechnete BC allemal um den 570ten Theil unzuverläßig werde; und räth daher bey großen Nivellements an, nicht viel über eine viertel Meile auf einmal hinaus zu nivelliren, wenn man für alle Fehler ſtehen wollte.

§. 647.

§. 647′.

In 641 wurde die Tangente AB für den Bogen AC genommen.

Wenn man dieſes darf, muß AB vor AC nicht merklich verſchieden ſeyn.

Nun iſt aber in Decimaltheilen des Halbmeſſers = 1

Bogen $\frac{1}{2}°$ = 0, 0087269

Tang 1° $\frac{1}{2}°$ = 0, 0087266:

Alſo AB — AC = 0, 0000005.

Für den Erdhalbmeſſer = 3272020 Toiſen iſt dieſer Unterſchied = 0, 97 Toiſe.

Für Bogen und Tangente von $\frac{1}{4}°$ beträgt er 0, 32 Toiſe.

Und die Tangente von 9′ iſt von ihren Bogen noch nicht in zehnmillionen Theilchen des Halbmeſſers unterſchieden.

Wäre AB = 4000 Toiſen: So betrüge AB — AC noch nicht 0, 004 Toiſen oder 0, 00394 Lachter, wie man leicht ſieht, wenn man aus der Tangente den Bogen berechnet, (Anal. des Unend. 299).

§. 648.

Eines gegebenen Punktes D Gefälle in Rückſicht eines andern angewieſenen A zu finden, wenn A und D nicht über 2 $\frac{1}{4}$ Meile von einander entfernt ſind.

Aufloſung.

I. Man verrichte von A bis D einen Zug;

II. Suche der AD Sohle und Seigerteufe, (333).

III. Jene ſey = m, dieſe = P;

IV. So hat man das verlangte Gefälle
= P — 0, 001622 m^2.

V. Kommt

V. Kommt dieſe Differenz poſitiv:
So liegt D tiefer als A, wie erfodert wird (639);
Kommt ſie negativ:
So zeigt dies an, daß D höher als A ſich befinde; (646).
Iſt ſie aber = 0:
So ſind D und A wagrecht.

Beweis.

Auf die ſcheinbare Horizontallinie AB ſey aus D das Loth DL gefällt:
So iſt

$$AL = m$$

und

$$DL = P.$$

Wenn aber A, D nicht über $2\frac{1}{4}$ Meile von einander entfernt ſind, ſo kann man ohne merklichen Irthum AB für den Bogen AC (638) als die Weite von A bis D, nehmen, (648), und alſo dadurch DL = DB = P folglich AL = AB = AC = m ſetzen; da man alsdenn nach 640 und 644 II die Formel IV erhält.

Für D unter AC iſt DB > CB; über C, (in D',) < CB; in C, = CB; woraus V erhellet.

§. 649.

Ein Punkt D (Fig. 140, 141) ſey von A ohngefehr $2\frac{1}{4}$ Meile entfernt;

Eines andern Punktes E **Weite** von D ſey eben ſo groß, oder weniger größer als $2\frac{1}{4}$ Meile:

Man verlangt des E Gefälle in Rückſicht A.

Auflöſung.

I. Man verrichte von A bis D, und dann von D bis A einen Zug;

II. Suche

II. Suche nach vor. § das Gefälle CD von D in Rückſicht A;

III. Eben ſo das von E bezogen auf D, (648).

IV. Und addire dieſes (III) zu jenem (II); wobey man ſich aber der Addition mit entgegengeſetzten Größen erinnern wird.

Beweis.

Aus K, (ſo der Erdkugel Mittelpunkt vorſtellt,) ſey durch A und D die Kreisbogen AC F, HDG gezogen:

So iſt CD = FG = dem Gefälle von D, und FE = dem von E, in Rückſicht A; aber GE = dem von E bezogen auf D′.

Nun liegt D entweder tiefer oder höher oder eben ſo hoch als A.

Findet der erſte Fall ſtatt (Fig. 140): So iſt für E

1.) tiefer als D und A.

$$FE = DC + GE;$$

2.) höher als D und tiefer als A,

$$FE' = DC - GE'$$
$$= DC + (- GE'.)$$

3.) höher als D nnd A,

$$FE'' = GE'' - (FG)$$
$$= GE'' - (DC)$$
$$= DC + (- GE'').$$

Für den zweyten Fall hat man (Fig. 141)

$$FE = GE - DC$$
$$= - DC + GE;$$
$$FE' = DC - GE'$$
$$= - DC + GE;$$
$$FE'' = - DC + (- GE'').$$

Für den dritten Fall iſt DC = o, und man hat

$$FE = o \pm GE; \text{(648. V).}$$

§. 650.

§. 650.

A, F ſeyen zween ſehr weit von einander, entfernete Punkte:

Man ſoll das Gefälle von F in Rückſicht A finden.

Aufloͤſung.

Zwiſchen A und F nehme man Punkte D, E, ꝛc. an, die nicht uͤber $2\frac{1}{4}$ Meile von einander liegen;

Suche nach 648 das Gefälle von D in Rückſicht A, und nach 649 das von E ꝛc. bezogen auf A; dann aber, nach eben dieſen §, das Verlangte.

Beweis.

Die Sache erhellet aus dem Verfahren ſelbſten.

§. 651.

Das bisherige Verfahren, das Gefälle zu finden, wird in der Markſcheidekunſt hinreichend ſeyn, zumal da es weit richtiger iſt, als das gewoͤhnliche der Markſcheider, auch dieſen ſelten in dieſer Abſicht Meilen weit entlegene Punkte vorkommen.

Nimmt man zwiſchen A und F (650) ohngefehr $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ Meile von einander entfernte Punkte und bedient ſich des **Käſtneriſchen** Gradbogens: So wird man das verlangte Gefälle ſehr genau finden.

Indeſſen kann auch der Markſcheider hiezu mit Vortheil eine gute **Waſſerwage** gebrauchen.

Eine ſolche iſt die **Brandersche**, welche im Weſentlichen mit **Siſſon** ſeiner übereinkommt, nur daß bey dieſer in dem Brennpunkte des Objektivs ein Haarkreuz iſt, bey jener aber ein **Branderſches** Glasmikrometer.

Die Beſchreibung von **Siſſons** Waſſerwage findet ſich im V Bande der Schwediſchen Abhandlungen, S. 144 ꝛc. der deutſchen Ueberſetzung; Herr **Brander**

beſchreibt ſeine in **Lamberts** Anmerkungen über die Branderſchen Mikrometer von Glaſe ꝛc. (Augſpurg 1769), Seite 63 u. f. Aus **Lamberts** Beyträgen zu **Pikards** Abhandlung von Waſſerwägen, Seite 290 ꝛc. kann man auch ihre Einrichtung ſehen.

Uebrigens lernt man aus den in 646 angeführten Schriften nicht nur mehrere Waſſerwagen kennen, ſondern auch das Verfahren ſelbſt; dazu noch, u. a. Herrn **Silberſchlags** ausführlichere Abhandlung der Hydrotechnik, (2 Theile: Leipzig 1772), zu ſetzen iſt, wo von § 170 bis 183 von Waſſerwägen gehandelt wird.

§. 652.

Auf des Gebürges Oberfläche iſt ein Punkt A gegeben, auch ohngefähr die Gegend, wohin zu ein anderer Punkt mit A in einer ſöhligen Ebne liegen ſoll:

Man verlangt dieſen Punkt.

Aufloͤſung.

I. Man verrichte von A (Fig. 143) nach dieſer Gegend zu einen Zug bis in C, einen Punkt, den man für den verlangten hält, und

II. Suche nach 333 der AC Seigerteufe.

III. Iſt dieſe = o:

So iſt C der verlangte Punkt:

IV. Iſt ſie aber ſteigend:

V. So ſchlage man in C einen Pfahl ſenkrecht, daß das Stück des Pfahls von C bis an ſein oberes Ende B, = der Seigerteufe (II) iſt; oder daß man von C aus ein Stück BC = genannter Größe, nehmen kann,

VI. Und gebe von B aus, ohngefehr nach dem Anſteigen des Gebürges zu, eine ſöhlige Linie BC ab:

VII. Wo

VII. Wo dieſe in des Gebürges Oberfläche in E, eintrift, da iſt der verlangte Punkt.

VIII. Iſt die Seigerteufe II zu groß, daß V nicht angeht:

So nehme man CB = einem Theile dieſer Seigerteufe, und thue, was VI verlangt;

In E ſchlage man einen Pfahl ſenkrecht und nehme EF = der Seigerteufe (II) übrigen Theil, und thue von F aus, was VI befielt:

So erhält man das Verlangte.

Wäre dieſer Theil der Seigerteufe noch zu groß:

So ſieht man leicht, wie man damit auf ähnliche Art verfahren kann.

IX. Hat man die Seigerteufe CB (II) [144. Fig.] fallend gefunden:

X. So ſchätze man das ohngefehre Anſteigen des Gebürges, und berechne daraus und aus CB, wie weit von C dem Gebürge herabwärts ein Punkt E liege, der mit A ſich in einer ſöhligen Ebne befindet.

XI. Hierauf ſetze man von C bis in E oder etwas weiter herabwärts in D, den Zug fort;

XII. Suche die AD Seigerteufe DF; und verfahre übrigens, wenn dieſe ſteigend iſt, wie in V, VI, VII.

XIII. Sollte D noch zu hoch liegen:

So muß man den Zug noch weiter herabwärts fortſetzen, bis man einen Punkt erhält, der mit A in einer ſöhligen Ebne oder tiefer liegt.

§. 653.

Auf des Gebürges Oberfläche iſt ein Punkt A (Fig. 144) gegeben, auch ohngefähr die Gegend, wohin zu ein anderer um eine gegebene Seigerteufe tieferer Punkt liegen ſoll:

Man verlangt ihn.

Auflöſung.

I. Man thue I, II, vor. §;

II. Liegt C tiefer als es ſoll:

So ſchlage man vertikal in C einen Pfahl, CD, (145 Fig.);

Nehme CB = der Differenz der gefundenen (I), und gegebenen Seigerteufe,

Und mache, was VI vor. § verlangt:

So iſt E der verlangte Punkt.

III. Kann man an CD nicht CB nehmen:

So wird man ſich VIII (vor. §) erinnern.

IV. Iſt C höher als verlangt wird:

So verfahre man nach X, XI, XII, XIII, vor. § und II dieſes.

§. 654.

I. Wenn man nach vorigen beyden §en mehrere nach einer gegebenen Richtung liegende Punkte beſtimmt, die entweder mit dem nächſt vorhergehenden in einer ſöhligen Ebne, oder um eine gegebene Seigerteufe tiefer, liegen:

So giebt man eine Linie an, die zur Richtung des Weges eines zuführenden Waſſergrabens dienen kann.

Doch muß dabey der Waſſerarchitekt hauptſächlich auf drey Stücke ſehen: 1) gehörige Breite, und Tiefe, 2) erfoderliche Röſche, und 3) Verwahrung des Waſſers gegen das Verſeigern.

Kann der Graben noch ſo geführt werden, daß ihm benöthigten Falls mehrere Waſſer zugeführt werden können: So darf dies nicht vorbey gelaſſen werden.

II. Man ſieht, daß die Weiſſung des Weges des Grabens nicht blos für den Markſcheider gehört, ſondern meiſt auf den Waſſerarchitekt ankomme, dem dazu noch ein guter Situationsriß der Gegend, in der der Waſſergraben zuführen, ſehr nützlich ſeyn wird.

III. Nach 653 kann auch eines Teichs Spiegel abgeſteckt werden.

§. 655.

Wenn von A bis B (Fig. 146) ein Graben geführt werden ſoll: So muß deſſen untere durch A, B laufende Fläche, oder ſeine Sohle, gehörige Röſche haben, welche von dem Gefälle, das B in Rückſicht A hat, oder haben ſoll, abhängt.

Iſt nun E ein Punkt auf des Gebürges Oberfläche über des Grabens Sohle:

So heißt die ſeigere Linie ED von E auf dieſe Sohle, die Tiefe derſelben unter E.

Läge genannte Sohle höher als E: So hieſſe ED die Höhe dieſer Sohle über E.

§. 657.

Wenn die Krümmung der Erdoberfläche zwiſchen A und B (Fig. 147) nicht in Betrachtung gezogen werden darf (648′); die ſöhlige Entfernung des Punktes B von A, oder AF = S, die des E von A, oder AC = ſ, das Gefälle von B in Rückſicht A, oder BF = P und das der ſöhligen Länge ſ zugehörige, oder DC = x

So iſt

$$S : ſ = P : x$$

und daher

$$x = \frac{ſP}{S}.$$

§. 658.

I. Die Seigerteufe EC von AE ſey = K:

So iſt, für E über des Grabensſohle

$$ED = EC + CD$$

$$= K + \frac{ſP}{S},$$

 unter

unter derſelben,

$$E'D' = E'C' - D'C'$$
$$= K - \frac{fP}{S}.$$

II. Liegt E in des Grabensſohle, in D, oder D′: So iſt

$$ED = 0$$

und

$$K = \frac{fP}{S}.$$

III. Für E, über D iſt K kleiner als $\frac{fP}{S}$, aber unter D′, größer.

IV. Für E′ tiefer als A iſt Sg AE′ $= - E'C' = - K$.

Sieht man nun des Grabensſohle Tiefe unter E als poſitiv und ihre Höhe über E′ als negativ an, und heißt die zu ſuchende Höhe oder Tiefe = y:

So enthält

$$K + \frac{fP}{S} = y$$

alle Fälle die hier vorkommen können, man muß nur auf das Poſitive und Negative des K gehörig Rückſicht nehmen.

§. 659.

I. Wäre A und B auf des Gebürges Oberfläche, und des Grabens Tiefe = T bekannt:

So hat man

$$y = K + T + \frac{fP}{S}$$

(IV vor. §), wo T allemal poſitiv iſt.

II. Läge aber B auf des Grabens Sohle, aber nicht A:

So hat man y allemal nach a. O.

§. 660.

§. 660.

A und B liegen auf des Grabens Sohle und des von A nach B zu führenden Grabens Weg A E E′ B iſt angewieſen:

Man ſoll des Grabens Sohle Tiefe oder Höhe, unter oder über jedem der vorgegebenen Punkte E, E′ ꝛc. finden.

Aufloͤſung.

Man ziehe von A durch E, E′ ꝛc. bis in B;

Suche P, S, und jedes Punktes ſ und K, (648, 657),

Und daraus nach 658 IV das Verlangte.

§. 661.

Wenn A und B nicht auf des Grabens Sohle lägen, aber T gegeben wäre:

So wird man ſich bey Auflöſung voriger Aufgabe nach 659 zu helfen wiſſen.

Für den Fall 659 II bleibt genannte Auflöſung ungeändert.

§. 662.

Von A nach B ſoll ein Graben geführt werden, deſſen Weg A E E′ B angewieſen; und ſein Gefälle ſoll auf jede 100 Lachter ſöhliger Länge = P ſeyn:

Man verlangt, was 660 verlangte.

Aufloͤſung.

I. Wenn die Bedingung 657 ſtatt findet, ſuche man jedes Punktes ſ und K, (333):

So hat man das Verlangte

$$= K + T + \frac{ſP}{100} \text{ Lr. (659 und Bed.).}$$

II. Fände genannte Bedingung nicht ſtatt:

So verfahre man nach I bis ſo weit als es angeht (657, 648);

Dieſen letzten Punkt ſehe man als einen neuen Anhaltepunkt an, und verfahre wie vorhin (I); Nur muß bey jede nun zu ſuchende Höhe oder Tiefe des Grabensſohle, zu $K + T + \frac{f.P}{100}$ ꝛc., noch dieſes letzten Punktes Höhe über dieſer Sohle addirt, oder ſeine Tiefe davon ſubtrahirt werden.

§. 663.

Nach 660, 661, 662, laſſen ſich Punkte des Grabensſohle angeben, daß er dadurch geführt überall einerley Röſche erhält, worauf man ſonderlich bey Führung eines Grabens zu ſehen hat; doch können gewiſſe Umſtände davon abzugehen erlauben, oder es ſelbſt fodern. Wenn man z. B. den Graben in einen Teich bringt, ſo kann man ihm bis dahin mehr Röſche als gewöhnlich geben, der aber vom Teiche aus die gehörige, welche entweder ſchon vorgeſchrieben iſt, oder von dem Gefälle des Waſſerlaufs Entpunkt in Rückſicht ſeines Anfangspunktes abhängt. Und man kann ſo dann am füglichſten bey einem jedem Theile des Grabens, der eine beſondere Röſche erhalten ſoll, das Verfahren angef. hen beſonders beobachten.

§. 664.

Wenn CB (Fig. 148) eine ſöhlige Linie = S, der das Gefälle AB = P zugehört:

So heißt der Winkel ACB der **Gefällwinkel.**

§. 665.

Er ſey = ϑ:

So iſt

$$\tang \vartheta = \frac{P}{S}.$$

§. 666.

§. 666.

Es ſey A ein Punkt auf der Sohle einer in die Gegend C dem auf die ſöhlige Länge S gegebenen Gefälle P gemäß zu treibenden Waſſerröſche: Man verlangt ihre Länge, AC, und deren Streichen, auch das ihr zukommende Gefälle, BA.

Auflöſung.

Man verrichte von A bis in die durch C gehende ſeigere Ebne einen Zug:

So läßt ſich BC = S AC = ſ überdies der AC Streichen finden (333);

Auch iſt ϑ, (665), bekannt:

Alſo

$$AC = \frac{ſ}{\text{Cos}\,\vartheta} \text{ (eb. Tr. 4. S. 3.)}$$

$$BA = ſ \tan \vartheta; \text{ (a. D. 5. S.)}$$

oder auch B'A wie 657 giebt.

§. 667.

Wäre C auch auf der Röſchen Sohle gegeben, aber dabey nicht S und P:

So findet ſich BA nach 648 IV und BC = ſ nach a. D. III, auch der AC Streichen (333).

Daraus aber hat man ϑ (665), und

$$AG = \surd(BA^2 + ſ^2),$$

$$= \frac{BA}{\sin \vartheta};$$

oder auch wie vorhin.

§. 668.

Wenn auf der Oberfläche des Gebürges der Anfangspunkt A der Röſchenſohle, oder der Punkt der Einröſchung, gegeben:

So läßt ſich der Punkt C, wo genannte Sohle dieſe Oberfläche auf der andern Seite wieder ſchneidet, oder wo man wieder ausröſchet, nach 653 finden;

Dann auch der AC Streichen und Länge, (666).

§. 669.

Der AC Länge und Streichen, nebſt deſſen Beſchaffenheit, iſt gegeben, auch P und S, (664): Man ſoll C finden.

Aufloͤſung.

Man ziehe von A bis in D (150. Fig.) mit verlorner Schnur;

Dadurch erhält man der AD Streichen und deſſen Beſchaffenheit auch S AD = BE = b;

Nun ſuche man ACB = ϑ, (665);

$$BC = S\ AC$$
$$= AC\ \mathrm{Cof}\ \vartheta;$$

Und aus den bekannten Streichen

$$W\ EBC = w.$$

Dann aber hat man

$$EC = \sqrt{(BC^2 + b^2 - 2\ BC.\ b\ \mathrm{Cof}\ w)}$$
$$= \sqrt{(AC^2\ \mathrm{Cof}\ \vartheta + b^2 - 2\ AC.\ b\ \mathrm{Cof}\ \vartheta\ \mathrm{Cof}\ w)}$$

und

$$\mathrm{fin}\ BEC = \frac{BC\ \mathrm{fin}\ w}{EC};$$

aus welchem Winkel, (BEC), und der AD Streichen ſich das von EC und deſſen Beſchaffenheit finden läßt.

§. 670.

I. Wenn von A (Fig. 149) das Waſſer bis B mittelſt Spundſtücken gebracht, oder welches eben das, von A bis B eine Waſſerleitung geführt wer-

den

den ſoll: So muß ebenfalls deren Weg angewieſen auch jedes Spundſtückes Länge = e gegeben ſeyn. Gemeiniglich iſt e = 12 Fuß.

II. Nun ſind entweder P und S (664) vorgeſchrieben, oder man muß dieſe Größen für B in Rückſicht A ſuchen, (648): Alſo weiß man allemal ϑ (665); daraus aber und aus e ergiebt ſich die ſöhlige Entfernung der Pfeiler Mittelpunkte

$$= e \operatorname{Cos} \vartheta.$$

III. Oft iſt B von des letzten Pfeilers Mittelpunkte nicht ſo weit entfernt, daß des letzten Spundſtückes Länge = e würde.

Da muß man, um dieſe Länge zu finden, aus dem Zuge die ſöhlige Entfernung q genannter Punkte berechnen, (333): Man hat alsdann die zu ſuchende Länge

$$= \frac{q}{\operatorname{Cos} \vartheta}.$$

IV. Dieſe Formel gilt allemal, wenn die ſöhlige Entfernung der Pfeiler Mittelpunkte gegeben, oder dieſe Punkte ſelbſt ſchon angewieſen ſind.

V. Eines Pfeilers ſeigere Höhe DE erhält man, wenn man aus dem Zuge von A bis dieſes Pfeilers Mittelpunkt D, die Seigerteufe von AD = DC = K, und deſſen Sohle AC = ſ berechnet, (333), da denn

$$DE = -K + \frac{ſP}{S} \text{ (II und 658 IV)},$$

wenn A in der untern Ebne des Bodens liegt; befindet ſich aber A in der obern Ebne, auf der das Waſſer läuft: So kommt des Bodens Dicke in Betrachtung und muß zu $-K + \frac{ſP}{S}$ addirt werden.

VI. Daß

VI. Daß der Ausdruck für DE etwas negatives geben muß, iſt aus 658 IV begreiflich. Will man in deſſeu DE poſitiv erhalten: So muß man $K - \frac{fP}{S}$ machen, (658 D); dann aber hat man in dem Falle, wenn auf des Bodens Dicke Rückſicht zu nehmen iſt, dieſe von $K - \frac{fP}{S}$ abzuziehen.

VII. Die Zahl der Spundſtücken von A bis zum letzten Pfeiler = der Anzahl derſelben.

§. 671.

Sollen die Waſſer von A bis B mittelſt eines Dammes gebracht werden:

So findet ſich aus dem gegebenen oder gefundenen P und S, jedes Punktes der Ebne, worauf die Waſſer laufen, Erhöhung über jeden Punkt des angewieſenen und ausgeſteckten Weges des Dammes,

$$= -K + \frac{fP}{S}.$$

Vor. §s VI gilt auch hier.

§. 672.

Der Endpunkt B (Fig. 151) eines Grabens oder einer Waſſerleitung iſt angewieſen;

Man ſoll den dazu gehörigen Anfangspunkt finden.

Auflöſung.

Wenn in der Nähe ein flieſſendes Waſſer das gefaßt werden kann.

Man ziehe von B bis an dieſes Waſſers Ufer in A, und

Berechne das Gefälle des B gegen A, (648).

Iſt dieſes brauchbar: So kann man A für den verlangten Anfangspunkt annehmen. Wo nicht: So iſt

iſt es entweder zu klein, (wo man auch A tiefer als B hätte finden können), oder zu groß. In beyden Fällen ſetze man den Zug durch, nach Belieben nicht gar zu weit von einander entfernte, im erſten Falle dem Ufer hinaufwärts im zweyten ſelbigen hinabwärts genommene Punkte C, D, E ꝛc. fort, und berechne das Gefälle des B gegen jedem derſelben: Bey welchem Punkte es dem gehörigen Gefälle gleich oder am nächſten kommt, den kann man für den geſuchten annehmen.

Wenn in der Nähe eine Quelle oder Teich.

Da ziehe man bis dahin.

Findet ſich die Quelle höher als B: So kann ihr Waſſer nach dieſem Punkte geleitet werden; Auch des Teiches Waſſer, wenn B gegen einem Punkte auf der Sohle des Teiches am Damme ein eigentliches Gefälle hat, das nur nicht wegen ſeiner beträchtlichen Minderkeit unbrauchbar iſt, wiewohl bey jedem eigentlichen Gefälle des B in Rückſicht eines Punktes das Waſſer von ſelbigen nach B hinläuft.

§. 673.

Kann man nach vorigem § mit der Sohle eines Waſſerlaufes an dem Ufer eines flieſſenden Waſſers nicht tief genug einkommen: So muß man ſehen, ob daſelbſt die Waſſer durch Anlegung eines Wehrs ſo hoch als nöthig angeſpannt werden können.

Dies geſchieht: Wenn man an dieſem Ufer einen Punkt A beſtimmt, bis an welchen die Waſſer treten müſſen, um über die Sohle des Waſſerlaufs hoch genug zu ſtehen; hierauf Punkte angiebt, die mit A in einer ſöhligen Ebne liegen, und an beyden Ufern herum und dem Strohme aufwärts durch ſolche Stellen laufen, wo das Waſſer bey gewöhnlichen Fluthen anzulaufen pfleget. Dies giebt nun eine Linie bis an welche der Strohm durch das anzulegende

Wehr

Wehr aufgeſchwellet werden muß. Hieraus aber läßt ſich beurtheilen, ob ein ſolches Wehr anzulegen, und ob und wo die Ufer zu erhöhen und ſodann für des Waſſers Austreten und Durchbruch zu verwahren ſind. Uebrigens können auch die beyden Punkte, bis an welche der obere Wehrbaum zu erhöhen, nach 652 angegeben werden.

§. 674.

I. Graben, die die Aufſchlagewaſſer wieder abführen, Abzugsgraben, giebt man ſelten mehr als $\frac{1}{8}$ Lachter Gefälle auf 100 Lachter ſöhlige Länge; Doch läßt man ſeine Sohle beym Anfangspunkte auf wenige Lachter Länge mehr anlaufen, damit des Waſſerrades Schaufeln nicht im Waſſer waden dürfen, wenn daſſelbe etwa zurück gedämmt werden ſollte.

II. Damit indeſſen eines ſolchen Grabens Sohle ſo tief gelegt werde, daß von dem Gefälle ſo wenig als möglich verlohren gehe: So wird meiſtens ſein Endpunkt angewieſen.

Iſt nun auch dieſes Grabens Weg vorgezeichnet, und man verrichtet von dem gegebenen Endpunkte durch dieſe vorgeſchriebene Punkte einen Zug: So hat man des Grabensſohle Vertiefung unter jedem dieſer Punkte $= - K + \frac{ſ}{800}$ und Erhöhung über jeden $= K + \frac{ſ}{800}$, (I und 658 IV); wobey zu merken, daß K und ſ in Achtellachter ausgedrückt ſeyn müſſen.

§. 675.

Wenn B′ (Fig. 152) des Abzugsgraben, B des obern Grabens Endpunkt und BC′ das Gefälle (674 I) des B′ gegen dem Anfangspunkte A′ des Abzugsgraben gegeben:

So

So hat man der Punkte A, B′ ſeigere Entfernung A′B $= Sg\, B'B - B'C$.

§. 676.

Iſt nebſt dem Endpunkte B′ (Fig. 153) des Abzugsgraben auch ſeine ſöhlige Länge $aB' = g$ ſammt deren Streichen und deſſen Beſchaffenheit bekannt, überdies A′B, (vor. §):

So läßt ſich B finden, wenn man von A bis D mit verlohrner Schnur zieht;

Dadurch weiß man $EB = S\, B'D = f$ und W EB′a (333, 254); daraus aber EA, oder $S\, DB, = \surd(f^2 + g^2 - 2\, fg\, Coſ\, EB'a)$, und $ſin\, aEB' = \frac{S\, DB.\, ſin\, aB'E}{g}$; aus dieſem W aEB′ aber und DB′ und deſſen Beſchaffenheit, das Streichen der DB und ob es öſtlich oder weſtlich, (256).

§. 677.

Will man einen Stolln AB (Fig. 154) zu einen Waſſerlauf brauchen, und jenen deshalb umwenden, d. h. ſeine Sohle dergeſtalt hauen, daß nun die Waſſer nach der Gegend laufen, von der ſie vorhin durch ihn abgeführt worden; So läßt ſich die Tiefe DB jedes Punktes D der neuen Sohle AD unter jedem B der AB folgendermaaßen finden.

Man verrichte von A bis B mittelſt des Gradbogens einen Zug:

Suche daraus $BC = Sg\, AB$, und $AC = S\, AB$, (333);

Dann aber der ſöhligen Länge AC zukommende Röſche CD (338 I):

So hat man

$$BD = BC + CD.$$

§. 678.

Die meiſten der in dieſem Abſchnitte vorkommenden Aufgaben lehrt Herr **von Oppel** von § 827 bis 841 mittelſt der im 504 § ſeiner Markſcheidekunſt beſchriebene Waſſerwage auflöſen.

Mir ſcheinen die bisherigen Verfahren, wenigſtens eben das zu leiſten, ohnerachtet ſie in keinem Markſcheidebuche ſo vorgetragen ſind.

XXXII.

Markſcheider Angaben, die beym Teichbaue vorkommen.

---

§. 679.

Das bey einem Teiche erfoderliche Nivellement der Gegend kann von dem Markſcheider nach 648 649, 650, verrichtet werden.

§. 680.

Wenn man da, wo der Damm hinkommen ſoll, ſeine vorgeſchriebene Richtung durch Abſteckung einer Vertikalfläche angiebt, und dabey Punkte auf der Erdoberfläche beſtimmt, bis in welche das Waſſer bey ſeinem gegebenen höchſten Stande ausſpiegelt:

So heißt das **einen Teich abſtecken.**

§. 681.

Dazu muß allezeit des Teichesſohle tiefſter Punkt gegeben ſeyn.

Aus dieſem nämlich wird die Vertikalfläche (680) zu beyden Seiten abgeſteckt.

§. 682.

Auf der Erdoberfläche iſt ein Punkt A (Fig. 155) gegeben, auch ohngefehr die Gegend, wohin

hin zu ein anderer um eine gegebene Seigerteufe höherer Punkt liegen ſoll:

Man verlangt dieſen.

Aufloͤſung.

Sie iſt mit der in 653 voͤllig einerley.

§. 683.

Einen Teich abzuſtecken.

Aufloͤſung.

I. Von dem tiefſten Punkte E der Teichſohle aus, ſtecke man nach B und C (Fig. 156) in des Dammes Richtung eine ſeigere Ebne ab.

II. Und beſtimme in derſelben auf der Erdoberflaͤche zween Punkte B, C, die um den gegebenen hoͤchſten Waſſerſtand AE hoͤher liegen als E (682);

III. Eben einen ſolchen Punkt D gebe man auf der Erdflaͤche in der ſeigern Ebne an, die ohngefehr mitten durch den Teich geht;

IV. Endlich gebe man zwiſchen B und D ſowohl als C und D Punkte ab, die mit B, C und D in einer ſohligen Ebne liegen, (652 680).

§. 684.

I. Man kann zu dieſem Geſchaͤfte mit Vortheil die Rothiſche Bergwage (Fig. 153, I) gebrauchen, von der folgendes hier aus Herrn Geheimden Rath Boͤhms Feldmeßkunſt mit zu theilen, dienlich ſeyn wird.

II. Einrichtung. AB iſt ein Richtſcheid von leichtem Tannenholze, 10 Fuß lang 1 Zoll dicke;

An deſſen beyden Enden A, B ſind zween Fuͤſſe AC, BD von guten trocknem Eichenholze rechtwinklicht befeſtigt, deren jeder 1 Fuß lang 1 Zoll dicke und 2 Zolle breit ſeyn kann. Sie ſind unten zu geſchaͤrft, um ſie genau auf einen verlangten Punkt zu ſetzen; ſie

ſind aber auch des Abnutzens wegen mit eiſernen Blechen beſchlagen.

In des Richtſcheides Mitte E iſt ein $3\frac{1}{2}$ Fuß hoher und 1 Zoll dicker Arm EO von Eichenholze feſt aufgeſetzt; An ihn kann EG = $1\frac{1}{2}$ Fuß = GF, ſeyn, welches letzte Stücke man ſich der Bequemlichkeit wegen abrunden läßt.

An des Arms letzten Theil FR (Fig. 157, II) = $\frac{1}{2}$ Fuß iſt ein Breth KN (Fig. 153 I) in Geſtalt eines rechtwinklichten Parallelogramms angebracht.

Es wird aus Birnbaumholz 8 Zolle hoch 16 Zolle lang und 1 Zoll dicke gefertiget; darauf mit KL eine Parallele, (etwa $\frac{1}{2}$ Zoll darunter) gezogen; aus dieſer Parallele Mitte O einige concentriſche Halbkreiſe beſchrieben, und dieſe von L nach K in 180 Grade und jeden wieder in 4 gleiche Theile getheilet.

In O iſt ein zarter, runder wohl polirter ſtählerner Stift eingeſchlagen, woran der Perpendikel OQ (Fig. 153, IV) zu hängen kommt.

Dieſer kann von meßingenen Bleche gemacht werden, und muß unten bey Q, wo er die Grade anzeigen ſoll, fein zu geſpitzt ſeyn; auch, damit er bald zur Ruhe komme, das breite Stücke bey P, gleichförmig mit Bley begoſſen werden. Damit er aber nicht verloren gehe, iſt der Stift in O mit einer Schraube oder einem Haken zu verſehen.

Das Breth KN muß nun an des Armes EO Theil FR dergeſtalt befeſtiget werden, daß KL mit AB und CD aufs genauſte parallel laufe.

In dieſer Rückſicht bohrt man in FK zwey Löcher S, R (Fig. 157 II); das obere R rund, das untere S etwas länglicht.

Auch zwey ſolche Löcher werden durch das Breth KN gebohrt, daß ſie auf die vorigen genau paſſen.

Durch

Durch jedes dieſer beyden Löcher wird eine Schraube geſteckt, dergeſtalt, daß der Kopf T (Fig. 157 III) wider das Breth KN drückt und hinter FR erſtlich das runde Stücke Eiſen U vorgeſteckt und die Schraubenmutter W angeſchraubet, wird. Damit aber der Kopf T dem Perpendikel nicht im Wege ſey, hat man ihn in das Breth KN einzulaſſen.

III. Juſtirung. CD muß genau = 10 Fuß und die Linie von O nach 90° auf CD ſenkrecht ſeyn.

Erſteres erhält man leicht, wegen dem zweyten aber, iſt die Wage am kürzeſten folgendermaaßen zu juſtiren.

Man ſetze die Wage hin;

Merke die Punkte an, wo die Füße auf ſtehen;

Auch wie viel der Perpendikel über oder unter 90° anzeige;

Wende nun die Wage herum, daß C zu ſtehen kommt, wo vorher D geſtanden, D aber, wo vorher C,

Und ſehe, was der Perpendikel in dieſer zweyten Lage der Wage angiebet.

Beträgt dieſes ſo viel über oder unter 90° als was bey der erſten Lage unter oder über 90° betrug: So iſt die Wage richtig;

Wo nicht: So laſſe man die Schraube, die durch das Loch S in FR geht, etwas nach und verſchiebe das Breth KN bis der Perpendikel ſo viel über oder unter 90° anzeigt, als was er in der erſten Lage unter oder über 90° angab;

Fahre hierauf mit Umwenden der Wage und Verſchieben des Brethes ſo lange fort, bis der Perpendikel in beyden Lagen des Inſtruments aufs genaueſte gleich viel, auf der einen Seite über, auf der andern unter 90° anzeiget;

Als dann aber ziehe man die Schraube wieder an, daß das Breth KN feſte bleibe.

IV. Gebrauch. Dieſer und der Grund davon, kommt im Weſentlichen mit dem, was deshalb vom Gradbogen geſagt worden, überein; nur findet man durch dieſe Bergwage immer gleich langer Linien Neigungen, wodurch denn deren Seigerteufe und Sohlen wie gewöhnlich, berechnet wird. Indeſſen findet ſich ihr Gebrauch ausführlich beſchrieben in dem in I a. Buche § 115 und 116; vorher aber ſchon in der 1755 von ihrem Erfinder, Herrn Rothe, herausgegebene: Beſchreibung einer neuen Bergwage.

Wie ſie beym Teichabſtecken gebraucht werden kann, läßt ſich aus folgendem beurtheilen:

Man ſetze der Bergwage einen Fuß, AC (Fig. 157) in B (Fig. 156) und rücke den andern ſo lange, bis der Perpendikel auf 90° ſpielt; So iſt der Punkt, in dem der andere Fuß BD, (Fig. 157), die Erdfläche ſchneidet, der verlangte. Auf die Art giebt man aus dem gefundenen wieder einen andern, und auf gleiche Weiſe mehrere, an.

§. 685.

Wenn ein ſchon vorhandener Teich erhöhet werden ſoll:

So verfährt man bey Abſteckung ſeines neuen Spiegels auf ähnliche Art, wie 683, oder 684 IV.

§. 686.

I. Wenn die ſeigere Ebne 683 I durch des Dammes Mitte geht: So ſteckt man ſeine untere Breite ab,

Wenn man (Fig. 156) von B und C aus auf beyden Seiten ſöhlige Linien BF, BG, CH, CJ in einem Streichen zieht, das von dem vorhin genannten ſeigern Ebne um 6 Stunden verſchieden iſt, und BF = BG = CH = CJ = $\frac{1}{2}$ Dammbreite, macht; dann aber zwiſchen F H, und G, J eine ſeigere Ebne abſteckt.

II. Geht

II. Geht eine ſeigere Ebne 683 I durch die einen Endpunkte F, H, des Dammes unteren Breite: So findet man die andern G, J:

Wenn man FG, HJ ſo zieht, wie I verlangt und ſelbige = dieſer Breite macht.

Zwiſchen G und J nun kann man eine Vertikalfläche abſtecken.

§. 687.

Iſt des Dammes obere Fläche oder Kappe nicht ſöhlig: So ſuche man darauf angenommener Punkte Seigerteufen bezogen auf den höchſten Endpunkt dieſer Fläche (333).

Man kann alsdann beurtheilen, wie der Damm auszugleichen.

§. 688.

Es ſey A, (Fig. 158, 159), der Anfangspunkt eines durch B, C, bis wieder in A verrichteten Zuges, durch den man der ſöhligen Linien AB, BC, CD Streichungſinuſſe und Streichungkoſinuſſe weiß:

Man verlangt des Dreyecks ABC Inhalt = a.

Auflöſung.

Man hat hier zween Fälle.

Erſte: Wenn des Dreyecks ABC letzten Seite CA Streichkoſinus ſüdlich, (159).

Da iſt

a = Strk AB Strſ BC +
½ (Strſ AB Strk AB
— Strſ BC Strk BC
— Strſ AC Strk AC).

Zweyte: Wenn Strk CA nördlich, (Fig. 158).

Dann hat man

a = Strſ AB Strk BC +
½ (Strſ BC Strk BC
— Strſ AB Strk AB
— Strſ AC Strk AC).

Beweis.

Auf die durch A, B, C gehende Mittags- oder Magnetlinien SN, (Fig. 158, 159), deren nördliches Ende N, werden von B, C, A die Perpendikel BD, CE, AF, gefällt, und DB bis in G und CE bis in H verlängert:

So iſt

AD = Strk AB
BD = Strſ AB;
BE = Strk BC
= CG
CE = Strſ BC
= BG
CF = Strk AC
FA = Strſ AC;
= CH.

Nun iſt in der 159. Fig. Strk CA ſüdlich, und in der 158ſten nördlich: Aber in jener iſt.

1) Δ ABC = dem Rechtecke DF — (Δ ADB + Δ BCG + Δ CAF)

in dieſer

2) Δ ABC = dem Rechtecke DC — (Δ ADB + Δ BCG + Δ CAH)

Und

DF = AD (DB + BG)
= Strk AB (Strſ AB + Strſ BC);
DC = GC (DB + BG)
= Strk BC (Strſ AB + Strſ BC);

Δ ABD

$\triangle$ ADB = $\frac{1}{2}$ Strk AB Strſ AB
$\triangle$ BCG = $\frac{1}{2}$ Strk BC Strſ BC
$\triangle$ ACF = $\frac{1}{2}$ Strk CA Strſ CA
= $\triangle$ CAH:

Alſo, für 1)

$\triangle$ ABC = Strk AB (Strſ AB + Strſ BC)
— ($\frac{1}{2}$ Strſ AB Strk AB
+ $\frac{1}{2}$ Strſ BC Strk BC
+ $\frac{1}{2}$ Strk CA Strſ CA),

für 2)

$\triangle$ ABC = Strk BC (Strſ AB + Strſ BC)
— ($\frac{1}{2}$ Strſ AB Strk AB
+ $\frac{1}{2}$ Strſ BC Strk BC
+ $\frac{1}{2}$ Strk CA Strſ CA),

woraus man für beyde Fälle, a, wie angegeben, findet.

§. 689.

Bey dieſer Berechnung kommt das Poſitive und Negative der Streichſinnſſe und Streichkoſinuſſe nicht in Betrachtung.

§. 690.

Wenn die Figur ABCDEFGH, (Fig. 160), lauter auswärtsgehende Winkel hat, und man theilt dieſe Figur von einem ihrer Winkel Scheitel A aus mittelſt Diagonalen in Dreyecke:

So erhält man ſo viele Dreyecke, als die Figur Seiten hat, weniger zwey.

Eben das erhält man auch bey einer Figur ABCD EFGH, (Fig. 161), die einwärts gehende Winkel hat, wenn man dieſe Theilung von eines ſolchen Winkels Scheidelpunkte B aus, verrichtet.

§. 691.

Aus dem Streichen zwoer nächſt aneinander liegenden Seiten einer Figur läßt ſich der Winkel finden, den ſie einſchlieſſen (254).

Kommt dieſer größer als 12 Stunden: So iſt es ein einwärtsgehender Winkel.

Auf die Art kann man ſehen, ob eine Figur einwärtsgehende Winkel habe, ohne die Figur erſt zu zeichnen.

§. 692.

Von A durch B C, D .... bis wieder in A iſt ein Zug verrichtet worden, durch den man der Figur Seiten Streichſinuſſe Streichkoſinuſſe und Streichen weiß, (33):

Man ſoll dieſer ſöhligen Figur Inhalt ſuchen.

Auflöſung.

Man verzeichne die abgezogene Figur in Grundriß;
Zerlege ſie nach 690 in Dreyecke,
Und berechne jedes Inhalt einzeln, (688):
Ihre Summe giebt den verlangten Inhalt.

§. 693.

I. Man kann dieſen auch ohne Fertigung der Figur Grundriß finden.

II. Geſetzt, man ſollte ihn für die Figur ABCDEFG, (Fig. 160, 161) ſuchen: So ſehe man vor allen Dingen, ob die Figur lauter auswärtsgehende Winkel oder auch mit einwärtsgehende, habe, (691).

III. Im erſten Falle berechne man den Inhalt auf folgende Art:

IV. Man nehme die Seiten, wie ſie nach der Ordnung des Zuges vom Anfangspunkte A, (Fig. 160), auf einander folgen, daß alſo AB die erſte, BC, die zweyte, CD die dritte ꝛc. iſt.

Nun ſuche man nach 688 den Inhalt von Dreyecken,

Erſtlich aus Strſ AB, Strk AB Strſ BC, Strk BC, Strſ AB + Strſ BC = Strſ AC, Strk AB + Strk BC = Strk AC;

Denn

Dann aus Strſ CD, Strk CD, Strſ AC, Strk AC, Strſ AC + Strſ CD = Strſ AD, Strk AC + Strk CD = Strk AD;

Hierauf aus Strſ DE, Strk DE, Strſ AD, Strk AD Strſ AD + Strſ DE = Strſ AE, Strk AD + Strk DE = Strk AE;

Ferner aus Strſ EF, Strk EF, Strſ AE, Strk AE, Strſ AE + Strſ EF = Strſ AF, Strk AE + Strk EF = Strk AF,

Und aus Strſ AG, Strk AG, Strſ GF, Strk GF, Strſ AF, Strk AF:

Die Summe dieſer ſo gefundenen Inhalte giebt den verlangten.

V. Hat die Figur ABCDEFGH, noch einwärtsgehende Winkel, (Fig. 161):

So ſehe man eines ſolchen Winkels Scheitelpunkt, B, als des Zuges Anfangspunkt an, zähle von dieſem aus, die Seiten, und verfahre übrigens wie in IV.

§. 694.

Weiß man einer geradlinichten Figur Seiten und Winkel: So läßt ſich ihr Inhalt = M folgendermaaßen finden.

Für ein ordentliches Vieleck, deſſen Seite = a und deren Anzahl = n, hat man

$$M = \frac{1}{2} naa \sin \frac{360^\circ}{n}.$$

Iſt die Figur irregulär: So kann man aus ihren gegebenen Seiten und Winkeln, ſo wohl alle Diagonalen als auch deren zugehörige Höhen berechnen. Alsdann verfährt man entweder nach Geometrie 42 Satzes 16 Zuſatze, oder man berechnet blos die Diagonale und ſucht, nach eb. Trig. 21 Satze. 2, den Inhalt jedes Dreyecks, in die die Figur vertheilt iſt: dieſe Inhalte ſummirt geben M.

§. 695.

Den Innhalt eines Teichſpiegels zu finden.

Auflöſung.

Die Linie, wo ſich des Dammes innere Abdachungsfläche und der Waſſerſpiegel einander ſchneiden, ziehe man ab;

Von dieſer Linie einen Endpunkte bis zum andern verrichte man durch genannten Spiegels Gränzpunkte einen Zug:

Dadurch finden ſich dieſer Fläche Seiten Streichſinuſſe, Streichkoſinuſſe und Streichen;

Aus dieſen aber läßt ſich nach 693 der verlangte Inhalt finden.

§. 696.

Wenn man ſich den Damm mit einer ſeigern Ebne durch ſeine Breite, geſchnitten vorſtellt: So hat man (Fig. 162) ein Trapezium ABCD davon AB = des Dammes obere Breite, DC = ſeiner untern, BC, AD die Fallinien der äuſſern und innern Abdachungsflächen.

Es mag das **Dammprofil** heißen.

§. 697.

Seinen Inhalt zu finden, wenn AB = a, DC = b, BC = c, AD = d und des Dammes Höhe AE oder CE = e, gegeben.

Auflöſung.

Wenn AB parallel DC.

Da iſt der Inhalt

$$= \frac{1}{2} e (a + b),$$ (Geom. 42. S. 18. 3).

Wenn AB nicht parallel DC,

Berechne man aus a und e des Dreyecks ABC Inhalt $= \frac{1}{2} ae$;

Daraus und aus a und c ſuche man den Winkel B durch

ſin

$$\sin B = \frac{e}{c};$$

Aber aus a, e, B die Diagonale AC = f, = √ (a² + c² — 2ac Coſ B).

Und hierauf des Dreyecks ADC Inhalt

$$= \tfrac{1}{4} \sqrt{(b+d+f)(b+d-f)(b+f-d)(d+f-b)}$$ [Tr. 21. S.].

Hiezu ½ ae addirt, giebt das Verlangte (42. S. 18. Zuſ.).

§. 698.

Wenn BF = e:

So iſt gemeiniglich in dem bey F rechtwinklichten Dreyecke BFC,

$$BF : FC = e : e;$$

Daher

$$f^2 = a^2 + c^2 - 2ac\left(1 - \frac{e^2}{c^2}\right)$$

$$= a^2 + c^2 - 2ae.$$

§. 699.

Wenn der höchſte Waſſerſtand = h:

So iſt gemeiniglich

$e = h + 2$ Fuß; auch $= h + 1\tfrac{1}{2}$ Fuß

$a = h$

$b = 4h$:

Alſo, [wenn die Zahl, (wie hier 2 Fuß,) die anzeigt, um wie viel e höher als h, = n,]

$c = (h + n)\sqrt{2}$, (698, und Geom. 15 S.)

$= 1,4142.. \times (h + n)$

und

$d = (h + n)\sqrt{5}$; (Geom. a. S. und weil gewöhnlich

$d : e = 2 : 1$);

oder auch

$d = 2,2383.. \times (h + n)$.

§. 700.

§. 700.

I.) Man hat daher des Dreyecks ABC Inhalt $= \frac{1}{2} h (h + n)$; (697, 699);

II.) $f_{,}^{2} = h^2 + 2 (h + n)^2 - 2h^2$, (698, 699)

$$= h^2 + 4hn + 2n^2$$

$$= h^2 + 2n (2h + n):$$

Alſo

$$f = + \sqrt{(h^2 + 2n (2h + n))}.$$

III.) Des Dreyecks ADG Inhalt iſt

$$= \frac{1}{4} \sqrt{[(3h + 2,2383.. (h + n) + f) \times (3h + 2,2383.. (h + n) - f) \times (h.\,2,7616.. - n.\,2,2383... + f) \times (n.\,2,2383.. - h.\,2,7616... + f)]},$$ (a. D.).

§. 701.

Den Inhalt eines Teichdammes zu finden.

Aufloͤſung.

Wenn des Dammes ABDFA, (Fig. 163), obere Laͤnge L gleich der untern, und die Endflaͤchen AF, BD vertikal auch die Kappe AE und untere Flaͤche HD ſoͤhlig.

Da iſt der Damm ein rechtwinklichtes vier ſeitiges Prißma:

Man ſuche daher den Inhalt des Dammprofils, (697, 700), und multiplicire ihn in L.

Wenn des Dammes untere Laͤnge $L' > L$ und AE mit HD parallel.

Dann kann man ihn als eine abgekuͤrzte Pyramide, anſehen.

Iſt daher der Inhalt von AE $= S$, der von HD $= B$:

So iſt des Damms ſeiner

$$= (B + S + \sqrt{BS}) \tfrac{1}{3} e,$$ (G. 63. S. 4.3.).

Dieſer

Dieſer findet ſich aus S, b, a, e,

$$= \tfrac{1}{3} e S\left(1 + \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}\right) \text{[a. O.]};$$

Oder auch

$$= \tfrac{1}{3} S(h+n)\left(1 + \frac{4h}{h} + \frac{16h^2}{h^2}\right), \text{[699]}$$

$$= 7 S (h+n);$$

Aber aus B, b, a, e

$$= \tfrac{1}{3} e B\left(1 + \frac{a}{b} + \frac{a^2}{b^2}\right) \text{(G. a. O).}$$

Oder auch

$$= \tfrac{3}{4} B (h+n), \text{(699).}$$

§. 702.

Weil

$$7 S (h+n) = \tfrac{3}{4} B (h+n):$$

So iſt

$$\frac{28}{3} S = B.$$

Iſt daher L′ gegeben: So kann man des Dammes untere Breite finden.

§. 703.

Wenn ein Teich an allen Stellen gleich tief iſt, oder doch beynahe gleiche Tiefe hat: So kann man ihn als eine abgekürzte Pyramide anſehen, deren Höhe = dem Waſſerſtande. Eines ſolchen Teiches Inhalt findet man nach Geom. 63. S. 4. Zuſatze.

Hat ein Teich, wie gewöhnlich, nicht aller Orten gleich große Tiefe, ſondern iſt, bey Punkten des Waſſerſpiegels, die näher dem Damme ſind, größer als bey entferntern: So findet ſich des Teiches Inhalt ziemlich genau, wenn man ihn als eine umgekehrte, abgekürzte Pyramide anſieht, deren Höhe gleich iſt dem Waſſerſtande im Mittel des Teiches.

XXXIII.

Höhenmeſſung mit dem Barometer.

§. 704.

Die Queckſilberſäule im Barometer (Aer. 67) hält mit dem Drucke der Luft das Gleichgewicht, (Aer. 72).

§. 705.

Ihre Höhe heißt die Barometerhöhe.

§. 706.

Stünde alſo das Queckſilber in dem Gefäße CD (Fig. 164) bis an BC in der Röhre aber bis an A: So wäre BA die Barometerhöhe.

§. 707.

Dichtigkeit und Federkraft der Luft nimmt beſtändig ab, auf je größere Höhen man kommt.

§. 708.

Daher iſt die Barometerhöhe zu gleicher Zeit auf Bergen kleiner, als am Fuße derſelben oder im Thale.

§. 709.

Weiß man alſo das Geſetz, nach welchem ſich der Druck der Luft in verſchiedenen Höhen über der Erdfläche richtet: So hat man auch ein Mittel, aus gegebenen Barometerhöhen ſogleich die Höhe einer gewiſſen Stelle über der andern zu finden.

§. 710.

Die Naturlehrer nehmen folgendes Geſetz an.

Die Dichte der Luft verhalte ſich bey gleicher Wärme an jeder Stelle über der Erdfläche, wie die Kraft, womit ſie zuſammengepreßt wird.

§. 711.

Dieſes Geſetz hat Mariotte, und vorher ſchon Robert Boyle, durch Verſuche gefunden, bey denen die

die Luft mit doppelter oder dreyfacher Kraft in die Hälfte, oder in den dritten Theil des vorigen Raums zuſammengepreßt ward.

Obgleich manche Umſtände auf dieſes Geſetzes Richtigkeit Einfluß haben, ſo kann man es doch in den Oertern, wohin wir mit dem Barometer kommen, annehmen; wenigſtens kann man dieſe Umſtände Anfangs bey Findung einer Regel, wie 709 erwähnt, beyſeite ſetzen, um die Unterſuchung nicht allzuverwickelt zu machen. Hernach aber müſſen ſie in Betrachtung gezogen werden, wovon weiter unten.

§. 712.

Zwiſchen den Parallelen am, bd, (Fig. 165), ſey eine Luftſäule von der Erdoberfläche bis an der Atmosphäre äuſſerſtes Ende enthalten;

Die ganze Höhe am durch Horizontalebnen ce, fg, hi, u. ſ. w. in eine ſehr große Anzahl kleiner einander gleiche Theile ac, cf, fh, u. ſ. w. getheilt:

So iſt auf die Art die ganze Luftſäule abmd in lauter gleich große Schichte aceb, cfeg, u. ſ. w. getheilt, daß man die Luft in jeder, wegen ihrer geringen Höhe, als gleichförmig dicht annehmen kann.

§. 713.

Weil dieſe Schichte gleichen Raum haben; So verhalten ſich ihre Gewichte, wie ihre Dichtigkeiten.

§. 714.

Der Druck der ganzen Luftſäule auf die untere Fläche ab heiſſe P; der auf die Flächen ce, fg, hi, u. ſ. w. Q, R, S, u. ſ. w.:

So ſind P, Q, R, S, u. ſ. w. in folgender geometriſchen Proportion:

P;

$$P;\ P.\frac{Q}{P};\ P.\frac{Q^2}{P^2};\ P\frac{Q^3}{P^3};\ \text{u. ſ. w.}$$

deren Exponente $= \frac{Q}{P}$.

Beweis.

Es ſeyen

der Schichte	acbe;	cfeg;	fhgi;	u. ſ. w.
Dichtigkeiten	d,	d',	d'',	u. ſ. f.
Gewichte	p,	p',	p'';	u. ſ. w.:

So hat man

$$Q = P - p,$$
$$R = P - p - p',$$
$$S = P - p - p' - p'',$$

u. ſ. w.:

Alſo

$$d : d' = Q : R,\ (710)$$
$$= P - p : P - p - p';$$
$$d' : d'' = R : S,\ (\text{a. O.}),$$
$$= P - p - p' : P - p - p' - P'',$$

u. ſ. w.

Folglich nach 713

$$p : p' = P - p : P - p - P',$$
$$p' : p'' = P - p - p' : P - p - p' - p'',$$
$$p'' : p''' = P - p - p' - p'' : P - p - p' - p'' - p'''.$$

u. ſ. w.

Mithin nach Ar. VI Cap. 34, II

$$P : P - p - P - p : P - p - p'$$
$$P - p : P - p - p' = P - p - p' : P - p - p' - p''$$

u. ſ. w.

Setzt man nun ſtatt $P - p$, $P - p - p'$ u. ſ. w. die ihm gleichen Größen Q, R: So hat man

$$P : Q = Q : R,$$
$$Q : R = R : S,$$

u. ſ. w.

Alſo

Alſo

$$R = \frac{Q^2}{P}$$

$$= P\,\frac{Q^2}{P^2}$$

$$S = \frac{R^2}{Q}$$

$$= P\,\frac{Q^3}{P^3}$$

u. ſ. w.

Da nun

$$P = P$$

$$Q = P\,\frac{Q}{P};$$

So erhellet, was der Satz behauptet.

§. 715.

Es ſey vw die mte Schichte über ab, und xy die nte;

Der Druck der Luft auf vw $= X$

xy $= Y$;

Die Höhe av $= h$;

ax $= H$;

Die Barometerhöhe

bey a $= B$,

= v $= b$,

= x $= \beta$;

So verhalten ſich

$$h : H = m : n$$

und

P, X, Y wie B, b, β, (704, 710)

§. 716.

Es iſt

$$h : H = \log \frac{B}{b} : \log \frac{B}{\beta}.$$

Beweis.

$$X = P \left(\frac{Q}{P}\right)^m, [714, 715],$$

$$Y = P \left(\frac{Q}{P}\right)^n;$$

Alſo

$$\frac{X}{P} = \left(\frac{Q}{P}\right)^m$$

$$\frac{Y}{P} = \left(\frac{Q}{P}\right)^n,$$

Folglich

$$\log \frac{X}{P} = m \log \frac{Q}{P}$$

$$\log \frac{Y}{P} = n \log \frac{Q}{P}:$$

Mithin

$$\log \frac{X}{P} : \log \frac{Y}{P} = m : n.$$

$$= h : H, (715);$$

Aber

$$\left.\begin{matrix} X : P = b : B \\ Y : P = \beta : B \end{matrix}\right\} (715).$$

Alſo

$$h : H = \log \frac{b}{B} : \log \frac{\beta}{B}$$

$= \log$

$$= \log \frac{B}{b} : \log \frac{B}{\beta}$$

§. 717.

Die Erfahrung hat gelehrt, daß wenn B = 29 pariſer Zolle = 348 Linien, und man ſich um h = 12, 497 Toiſen über die unterſte Station a erhebt alsdann zu Ende der Höhe h, bey v, die Barometerhöhe nur 348 − 1 = 347 Linien iſt.

§. 718.

Man hat alſo

$$12,497 : H = \log \frac{348}{347} : \log \frac{348}{\beta} \; [716]$$

$$= 0,0012497 : \log \frac{348}{\beta}$$

Alſo

$$H = 10000 \log \frac{348}{\beta}$$

§. 719.

Einer andern Station r Barometerhöhe ſey = b, und die Erhöhung dieſer Station über der, wo die Barometerhöhe = 348 Linien iſt, = h:

So iſt

$$h = 10000 \log \frac{348}{b}.$$

§. 720.

Mittelſt des Barometers die Höhe (r x) eines Orts (x) über dem andern (r) zu finden; vorausgeſetzt, daß die Atmoſphäre zur Zeit der Beobachtung im Gleichgewichte auch wenigſtens zwiſchen beyden Oertern durchgängig gleich warm geweſen.

Auflöſung.

Man bemerke die Barometerhöhen b, β, in dem niedrigern Orte, r ſowohl als höhern, x,

Und mache

$$rx = 10000 \log \frac{b}{\beta},$$

oder

$$= 10000 (\log b - \log \beta);$$

So hat man das Verlangte.

Beweis.

$$ar = h, (719)$$
$$ax = H, (715)$$
$$rx = ax - ar$$
$$= H - h$$
$$= 10000 \log \frac{348}{\beta} - 10000 \log \frac{348}{b},$$

(718, 719),

woraus angegebene Formel folgt.

Exempel.

Geſetzt man fände am Fuſſe eines Berges die Barometerhöhe

$$b = 27 \text{ Zoll } 8 \text{ Linien}$$
$$= 332 \text{ Linien};$$

Auf des Bergesſpitze aber

$$\beta = 26 \text{ Zoll } 4 \text{ Linien}$$
$$= 316 \text{ Linien}:$$

So hat man

$$\log 332 = 2,5211381$$
$$\log 316 = 2,4996871$$

Unterſchied = 0, 0214510,

dieſen mit 10000 multiplicirt, giebt 214, 51 Toiſen, als die Höhe des Bergesſpitze über ſeinen Fuß.

Weil bey Beobachtung der Barometerhöhen faſt immer kleine Fehler vorfallen: So kann man ſich auf die Decimalbrüche der Toiſen nicht verlaſſen.

§. 721.

Dies Exempel findet ſich auch in Herrn Prof. Mayers praktiſchen Geometrie 2ten Theile, Seite 286; und die bisherigen Schlüße ſind einerley mit dem in daſigem 197. §.

§. 722.

Hätte das Geſetz 710 ſeine völlige Richtigkeit: So würde auch das Verfahren 720 die verlangte Höhe ganz genau geben. Indeſſen iſt ſchon aus 711 begreiflich, daß die nach 720 gefundenen Höhen nicht mit den trigonometriſchen Meſſungen derſelben übereinſtimmen können; Und die Erfahrung hat es auch gelehrt.

So glaubt Bouguer durch ſeine Erfahrungen gefunden zu haben, daß man, um die wahre Höhe zu erhalten, die Formel

$$\frac{2910000}{30} \log \left(\frac{b}{\beta}\right)$$

gebrauchen, oder von 10000 log $\left(\frac{b}{\beta}\right)$ den dreyſigſten Theil abziehen müſſe.

Es wird mir erlaubt ſeyn, die vornehmſten Umſtände, die auf das Geſetz 710 Einfluß haben, hier meiſt nach Herrn Prof. Mayers praktiſchen Geom. 198. § kürzlich beyzubringen.

§. 723.

Wegen der Vorausſetzung 720, daß der Zuſtand der Luft in dem unterſten Orte ſich nicht verändern darf während daß man ſich in den höhern begiebt und da die Barometerhöhe beobachtet, verfährt man ſicherer, wenn man mit einem andern Barometer in dem untern Orte den Stand des Barometers zu ver-

ſchiedenen Zeiten obſerviren läßt, während in dem obern Orte die Barometerhöhe beobachtet wird. Es verſteht ſich, daß die beyden Barometer, deren man ſich bey dieſem Verfahren bedient, mit einander übereinſtimmen, d. i. in dem untern Orte einerley Barometerhöhe anzeigen müſſen. Sollten ſelbige nach vorhergegangener ſorgfältigen Vergleichung nicht mit einander übereinſtimmen: ſo muß man den Unterſchied anmerken.

Aus dieſen zu unterſchiedenen Zeiten in dem untern Orte beobachteten Barometerhöhen, kann man leicht ſehen, ob ſich, während man in der obern Stelle die Barometerhöhe beobachtet, der Zuſtand der Luft durchaus verändert hat, oder nicht. Weiß man nun die Zeiten, in welchen die Barometerhöhen der beyden Orten beobachtet worden: So läßt ſich daraus ohne großen Irthum berechnen, wie hoch das Barometer in dem untern Orte zu der Zeit geſtanden haben muß, da man in dem obern die Barometerhöhe beobachtete.

II. Die Berechnung läßt ſich mittelſt der Regel detri folgendermaaßen anſtellen:

Geſetzt, Morgens um 8 Uhr habe man in dem untern Orte beyde Barometer mit einander vollkommen übereinſtimmend und ihre Höhe = 27 Zoll 4 Linien gefunden; um 3 Uhr Nachmittags aber, der Beobachter in der untern Stelle die Barometerhöhe = 27 Zoll 8 Linien, und der Beobachter in dem obern Orte Nachmittags um 1 Uhr den Barometerſtand = 26 Zolle $2\frac{1}{3}$ Linie: Nun ſchließe man:

Wie ſich verhält die Zeit von 8 Uhr Morgens bis 3 Uhr Nachmittags, zur Zeit von 8 Uhr Morgens bis 1 Uhr Nachmittags, ſo verhält ſich der Unterſchied der Barometerhöhen, die in dem untern Orte um 8 Uhr und 3 Uhr beobachtet worden, zum Unterſchiede dieſer Barometerhöhen von 8 Uhr bis 1 Uhr; alſo:

7 Stun-

7 Stunden: 5 Stunden = 4 Linien: $2\frac{6}{7}$ Linien.

Da alſo um 3 Uhr das untere Barometer um 4 Linien höher ſtand als um 8 Uhr: ſo würde es um 1 Uhr nur $2\frac{6}{7}$ Linie höher geſtanden haben, als um 8 Uhr: Folglich würde um 1 Uhr die Barometerhöhe in der untern Stelle = 27 Zolle 4 Linien + $2\frac{6}{7}$ Linie = 27 Zolle $6\frac{6}{7}$ Linie geweſen ſeyn, zu der Zeit, da ſie in dem obern Orte = 26 Zoll $2\frac{1}{3}$ Linie war.

Dieſe beyden letzten Barometerhöhen muß man gebrauchen, die Höhe des obern Ortes über dem untern zu finden.

§. 724.

Die verſchiedene Wärme ſowohl in der untern als obern Atmoſphäre verändert nicht nur den Zuſtand der Luft und deren Druck auf das Queckſilber, ſondern dehnt auch letzteres aus, und ändert folglich dadurch die Barometerhöhe.

Beydes muß bey Findung der Höhen der Oerter mittelſt des Barometers in Betrachtung gezogen werden.

Herr **De Lüc** hat bey ſeiner Regel, (die er in ſeinem Werke: Recherches ſur les modifications de l'Atmoſphére, ... 2 Theile, Genf 1772, 4°, aufgeſtellt hat), hierauf Rückſicht genommen, daher ſelbige auch der Wahrheit näher kommt, als die in 720.

Von angeführtem Werke hat Herr **D. Gehler** in Leipzig eine Uberſetzung mit lehrreichen Anmerkungen geliefert.

Alles aber, was zu Herrn **de Lücs** Regel gehört, hat Herr **H. Käſtner** in der ſeiner Markſcheidekunſt beygefügten **Abhandlung von Höhenmeſſungen durch das Barometer**, S. 348 u. ſ. f. ſehr deutlich und gründlich ausgeführt. Ueberhaupt findet ſich in dieſer Abhandlung faſt alles, was in dieſer Sache bisher gethan worden, mit Prüfung und Vergleichung geſammlet.

Da Herrn de Lücs Regel zu wichtig iſt, ſo halte ich es nicht für überflüßig, ſelbige auch hier nebſt kurzer Darſtellung ihrer Gründe beyzubringen.

§. 725.

Die Queckſilberſäule im Barometer iſt bey größerer Wärme länger als bey geringerer.

§. 726.

Nach Herrn de Lücs Erfahrungen wird eine 324 par. Linien lange Queckſilberſäule um 6 Linien länger, wenn ſie bis zur Hitze des ſiedenden Waſſers erwärmt wird.

§. 727.

Bey einem Queckſilberthermometer mit der Reaumürſchen Skale, (Karſtens Naturlehre § 419) muß alſo die Thermometerhöhe = 80 ſeyn, wenn die Queckſilberſäule in vor. § bis auf 6 Linien angewachſen iſt.

§. 728.

Für ein ſolches Thermometer, iſt aus Herrn de Lücs Erfahrungen anzunehmen:

Die Queckſilberſäule (726) iſt zu der Zeit = 324 par. Linien lang geweſen, da die Thermometerhöhe = 10 war.

§. 729.

Alſo hat man für eine Thermometerhöhe = m, die Barometerhöhe

$$= 324 + \frac{m - 10}{80} . 6 \text{ Linien},$$

und ihre Aenderung

$$= \frac{m - 10}{80} 6 \text{ Linien}$$

§. 730.

§. 730.

Man kann auch mit Herrn de Lüc annehmen: Bey gleicher Aenderung der Wärme ändern ſich die Längen von zwo Queckſilberſäulen in der Verhältniß ihrer Längen.

§. 731.

Wenn bey m Grade Wärme die Barometerhöhe = b Linien, und die Aenderung dieſes Barometerſtandes bey 10 Grad Thermometerhöhe, = x.

So hat man

$$324 + \frac{m - 10}{80} 6 \text{ Linien} : b \text{ Linien}$$

$$= \frac{m - 10}{80} 6 : x, \ [730].$$

Folglich

$$1 + \frac{(m - 10)6}{80 \cdot 324} : \frac{b}{324} = \frac{(m - 10)6}{80} : x;$$

Oder, (da m nicht größer als 80 wird, folglich $\frac{(m - 10)6}{80 \cdot 324}$ ein ſehr kleiner Bruch bleibt, ohne merklichen Irthum

$$1 : \frac{b}{324} = \frac{(m - 10)6}{80} : x:$$

Alſo

$$x = \frac{b \cdot (m - 10)}{324 \cdot 80} \cdot 6$$

$$= \frac{b \cdot (m - 10)}{4320}.$$

§. 732.

Wenn man ſich beym Verfahren 720, nach vor. § verbeſſerte Barometerhöhen bedient:

So giebt ſelbiges bey einer Wärme von $16\frac{3}{4}$ Reaumürſchen Graden die Höhe richtig an;

Bey geringerer Wärme aber muß man für jeden Reaumürſchen Grad $\frac{1}{215}$ der gefundenen Höhe abziehen, bey größerer zu ſetzen.

Dieſes folgt aus Herrn de **Lucs** Verſuchen.

§. 733.

Iſt alſo die Thermometerhöhe in der obern und untern Stelle, = m, die gefundene Höhe der einen Stelle über der andern = H, (720, 731):

So iſt, was noch von H abgezogen oder dazu geſetzt werden muß

$$= \frac{(16\frac{3}{4} - m)\,H}{215}, \ (732).$$

Dieſe Verbeſſerung aber iſt für m, die Thermometerhöhe in der untern Stelle, und n, den Thermometerſtand in dem obern Orte

$$= \frac{\left(16\frac{3}{4} - \frac{m+n}{2}\right)H}{215}$$

§. 734.

Alſo die geſuchte Höhe

$$= H - \frac{\left(16\frac{3}{4} - \frac{m+n}{2}\right)H}{215},$$

$$= H\left(1 - \frac{16\frac{3}{4} - \frac{m+n}{2}}{215}\right), \ [732].$$

Bey

Bey einer größern Wärme als $16\frac{3}{4}$ Grade wird der Bruch $\frac{16\frac{3}{4} - \frac{m+n}{2}}{215}$ negativ, und dieſer negative von 1 abgezogen wird poſitiv, zu 1 addirt, wie auch 732 verlangt.

§. 735.

Aus dem bisherigen läßt ſich nun Herrn de Lücs Regel im Zuſammenhange ſo darſtellen, wie man ſie in Herrn Prof. Mayers praktiſchen Geometrie, § 198 II, aber ohne Beweis, findet:

Sie iſt folgende:

I.) Die in dem obern Orte beobachtete Barometerhöhe ſey $= \beta$ par. Linien und zu eben der Zeit die Thermometerhöhe über dem Eispunkte $= m$;

II.) Die in dem untern Orte beobachtete und nach 723 II auf eben die Zeit (I,) reducirte Barometerhöhe $= b$ par. Linien; Thermometerhöhe $= n$ Grade über dem Eispunkte.

III.) Man verbeſſere wegen der Ausdehnung des Queckſilbers durch die Wärme die Barometerhöhe der obern Stelle um ſo viel Linien als die Größe $\frac{\beta(m-10)}{4320}$, [731], und die Barometerhöhe des untern Ortes um ſo viel Linien als die Größe $\frac{b(n-10)}{4320}$ angiebt, und nenne die ſolchergeſtalt verbeſſerten Barometerhöhen, nämlich

$$\beta - \frac{\beta.(m-10)}{4320}, = \beta'$$

$$b - \frac{b(n-10)}{4320}, = b';$$

IV.) Nun

IV.) Nun ſuche man aus β', b', (nach 720) die Höhe des obern Ortes über dem untern:

Sie wird ſeyn

$$= 10000 \log \left(\frac{b'}{\beta'}\right);$$

V.) Hierauf ziehe man von $16\frac{3}{4}$ Graden über dem Gefrierpunkte die halbe Summe der in beyden Stationen beobachteten Thermometerhöhen ab, und nenne den Reſt C:

So iſt

$$C = 16\tfrac{3}{4} - \left(\frac{m+n}{2}\right).$$

VI. Was IV giebt, multiplicire man mit $1 - \frac{C}{215}$:

So erhält man die wahre verbeſſerte Höhe des obern Ortes über dem untern:

Sie wird alſo in Toiſen ſeyn

$$= \left(1 - \frac{C}{215}\right) 10000 \log \frac{b'}{\beta'}.$$

§. 736.

Exempel.

Es ſey die Barometerhöhe in der untern Station, oder

$b = 27$ Zoll $4\frac{1}{2}$ Linien

$= 328, 5$ Linien;

Die Thermometerhöhe oder

$n = 18$ Grade

die Barometerhöhe in der obern Stelle, oder

$\beta = 26$ Zoll $2\frac{3}{4}$ Linie

$= 314, 75$ Linien

und die Thermometerhöhe oder

$m = 7$ Grade:

So

So iſt

$$\frac{\beta\,(m - 10)}{4320} = - \frac{3 \cdot 314,75}{4320}$$
$$= - 0,2 \text{ Linien},$$
$$\frac{b\,(n - 10)}{4320} = \frac{8 \cdot 328,5}{4320}$$
$$= + 0,6 \text{ Linien}.$$

Folglich die verbeſſerten Barometerhöhen, oder

$$\beta' = 314,75 + 0,2$$
$$= 314,95 \text{ Linien},$$
$$b' = 328,5 - 0,6,$$
$$= 327,9 \text{ Linien}.$$

Ferner hat man

$$C = 16\tfrac{3}{4} - \left(\frac{18 + 7}{2}\right)$$
$$= 16,75 - 12,5$$
$$= 4,25;$$

und

$$\frac{C}{215} = \frac{4,25}{215}$$
$$= 4,25 \cdot 0,0046$$
$$= 0,019:$$

Daher

$$1 - \frac{C}{215} = 0,981:$$

Folglich die verbeſſerte Höhe

$$= 0,981 \cdot 10000 \log \frac{327,9}{314,95}$$
$$= 0,981 \cdot 10000 \cdot 0,01\,74998$$
$$= 171,67 \text{ Toiſen}.$$
$$= 1030,02 \text{ par. Fuß}.$$

Die

Die Decimaltheile des Fuſſes kann man füglich auſſer Acht laſſen; (720 Ex.).

§. 737.

In dieſem Exempel waren die Thermometerhöhen über dem Eispunkte, folglich poſitiv. Sind beyde oder eine unter dem Eispunkte, alſo negativ: So muß man ſich bey Berechnung b′, β′, C, darnach richten.

§. 738.

Braucht man ein Farenheitiſches Thermometer: So muß man beym Verfahren 735 die beobachteten Grade deſſelben auf Reaumürſche bringen; wobey zu merken, daß $2\frac{1}{4}$ Farenh. Grade = 1 Reaumürſchen.

§. 739.

Herr de Lüc hat nach ſeiner Regel über 400 Höhen durchs Barometer gemeſſen, ſie mit den geometriſchen Meſſungen verglichen, und bey den meiſten nur einen ſehr geringen Unterſchied gefunden.

§. 740.

I. Er brauchte dazu, um deſto ſicherer zu verfahren, zwey Thermometer, deren Einrichtung man aus ſeinem Werke (724) ſowohl als aus Herrn H. Käſtners Abh. von Höhenmeſſungen § 293, 324, kennen lernet.

II. Das erſte war am Barometer, und diente zur Berechnung b′, β′; ſo wie das zweyte, die Temperatur der Luft anzugeben, und C zu finden.

Sowohl Barometer mit dem erſten Thermometer, als auch ſolche zweyte Thermometer brauchte Herr de Lüc zwey; eins an der einen Gränze der zu meſſenden Höhe, das andere an der andern.

Indeſſen begeht man eben keinen großen Fehler, wenn man ſich auch nur eines Thermometers bediente: Nur muß man ſelbiges neben dem Barometer in freyer Luft und an einen ſchattigen Ort hängen.

§. 741.

Die übrigen Vorſichten und Bemerkungen beym bisherigen Gebrauche der Barometer ſind, (meiſt aus Herrn Prof. **Mayers** praktiſchen Geometrie 198. § IV,) kürzlich noch folgende:

I.) Barometer und Thermometer müſſen in Abſicht ihrer Eintheilungen die nöthige Genauigkeit haben.

Das Queckſilber muß, ehe man damit ſowohl Barometer als Thermometer füllet, vorher wohl gereiniget und durchs Feuer von Luft befreyet werden: denn die Luft übern Queckſilber iſt die vornehmſte Urſache der Nichtübereinſtimmung der Barometer und Thermometer, daß, wenn dieſe Luft n mal dünner als die natürliche, die beobachtete Barometerhöhe um den nten Theil kleiner iſt als ſie in einem vollkommenen Barometer ſeyn würde, (**Käſtners** Abhandlung von Höhenm. § 7; 286,); Und wegen der Luft, die aus dem Queckſilber in die torricelliſche Leere ſteigen kann, auch wegen der an den innern Wänden der Röhre hängenden Luft, bleibt in dem Raume über dem Queckſilber eine unbekannte Maſſe Luft, die noch dazu durch Feuchtigkeit und Wärme eine ſehr verſchiedentliche Federkraft bekommen kann, (a. O. 287).

II.) Wegen der gewöhnlichen Einrichtung der Barometer und der genauen Angabe der Höhe des Queckſilbers (706) iſt es gut, wenn die eingetheilte Skale noch etwa $\frac{1}{2}$ Zoll bis unter die Oberfläche des Queckſilbers im Gefäſſe reicht, um den Stand dieſer Oberfläche an der Skale bemerken zu können.

Die Zolle an der Skale müſſen wenigſtens bis auf Linien genau getheilt ſeyn; und die äuſſerſten Zolle noch genauer, wenn man, kleinere Theile als Linien zu beſtimmen, ſich nicht auf das Augenmas verlaſſen will.

III.) Die Barometer, mit einer hölzernen Kapſel ſind nicht ganz zu Höhenmeſſungen tauglich, weil man die

den Stand der Oberfläche des Queckſilbers in dieſer Kapſel nicht bemerken kann.

Vorzüglicher und bequemer dazu ſind die Barometer von Herrn de Lüc, welche, wie die 166. Figur darſtellet, aus einer einzigen Glasröhre efbc beſtehen, die bey f wieder aufwärts ſich in eine weitere Röhre fbc, (welche die Stelle des gewöhnlichen Gefäſſes vertritt), krümmet. Die lange Röhre iſt oben wie gewöhnlich bey l verſchloſſen, die kurze fbc aber bey i mit einer kleinen Oefnung verſehen, damit die Luft auf die Oberfläche drucken könne. Sinkt oder ſteigt die Oberfläche e des Queckſilbers in der langen Röhre: So ſteigt oder ſinkt die Queckſilberoberfläche in der weitern Röhre. Man ſieht, daß ſich an der engen Röhre ſowohl als an der weitern eine Skale befinden müſſe, um die ſenkrechte Entfernung beyder Oberflächen bc und e genau zu erhalten. Nach Herrn de Lüc läßt ſich dieſe Skale folgendergeſtalt einrichten: Wo ſich das Queckſilber in beyden Schenkeln der gebogenen Röhre in eine Horizontallinie ſetzt, wenn dieſe Röhre an ihren beyden Enden noch offen, da ſchreibe man an jeden Schenkel Null; Nun trage man pariſer Zolle von dieſen beyden Gränzen, am langen Schenkel hinaufwärts, am kurzen niederwärts. Die Höhe des Queckſilbers erhält man bey einem ſo zugerichteten Barometer, wenn man die Zahlen, bey denen das Queckſilber im langen Schenkel ſowohl als im kurzen ſteht, addirt; (Käſtner a. a. O. § 289).

IV.) Bey Beobachtung der Barometerhöhen muß das Auge in der Fläche bc, oder e liegen in der ſich das Queckſilber endiget, damit man keine Parallaxe zu befürchten habe.

V.) Die Barometer ſowohl als Thermometer, müſſen ſo genau als möglich vertikal hängen.

§. 712.

§. 742.

Auſſer den angeführten Schriften (724), kann man vom Barometer und Thermometer noch folgende nachleſen:

Micheli du Creſt kleine Schriften von Thermometern und Barometern, aus dem Franz. von J. C. Thenn; Augſpurg 1770.

Strohmayers Anleitung, übereinſtimmende Thermometer zu verfertigen. Göttingen 1775.

Karſtens Lehrbegrif der geſammten Mathematik, 3ter Theil. Greifswalde 1769. Aeroſtatik III, IV. Abſchnitt.

Deſſen Anfangsgründe der Mathematik, 2ter Band. Greifswalde 1778. Aeroſtatik IV und V. Abſchnitt.

Deſſen Anfangsgründe der Naturlehre, Halle 1780; X und IXX Abſchnitt.

J. H. von Magellan phyſikaliſche mathematiſche Abhandlungen von J. 1779 und 1780. Leipzig 1781.

Branders Beſchreibung zweyer beſonderer und neuerer Barometer ꝛc. Augſpurg 1772.

§. 743.

Nach der Regel 720 oder 735 kann man auch die Tiefen der Gruben meſſen, ſo genau als es Regel und Umſtände erlauben.

Herr Prof. Zimmermann hat dergleichen barometriſche Beobachtungen auf dem Harze angeſtellt, wovon man in Herrn Hofr. Käſtners Abhandlung von Höhenmeſſungen § 396 u. ſ. w. Nachricht findet. Nach ihm daſelbſt Herr de Lüc; Käſtners Aer., neue Auflage, §. 79.

Auch **Celſius** hat ähnliche Beobachtungen gemacht, wovon man ebenfalls in a. B. § 241 ꝛc. und § 260 ꝛc. Nachricht antrift.

XXXIV.

Verzeichniß der Schriftſteller, die von der Markſcheidekunſt geſchrieben haben.

---

§. 744.

Den erſten ſchriftlichen Unterricht in der Markſcheidekunſt trift man in der Mitte des 16ten Jahrhunderts in dem bekannten Buche des **Agrikola** an. Sie iſt da gleichſam noch in ihrer Kindheit, und man muß über 100 Jahre warten, ehe man ſie in einiger Vollkommenheit ſchriftlich aufgeſetzt findet.

Das 16te und 17te Jahrhundert erndtete reichlich mathematiſche Kenntniſſe ein; nur ſcheinen ſelbige nicht bis zu den damaligen Markſcheidern gekommen zu ſeyn, welches ſich auch noch jetzt auf die meiſten fortgepflanzt hat. Selbſt die wenigen Schriftſteller, (**Agrikola, Reinhold, Voigtel**), die vor dem 18ten Jahrhundert über die Markſcheidekunſt geſchrieben, haben in ihren Markſcheidebüchern nicht die mathematiſchen Kenntniſſe angebracht, die man ſchon damals hätte von ihnen fodern können. Sie verdienen aber demohnerachtet den wärmſten Dank und **Voigtel** beſonders, der ſie zuerſt brauchbar vortrug.

So wie ſie **Voigtel** aufgeſtellt hatte, blieb ſie (ohnerachtet einige Markſcheidebücher nach der Zeit herauskamen), bis ſelbige von **Oppel, Scheidhauer** und **Käſtner** zu einem hohen Grade der Vollkommenheit gebracht wurde.

§. 745.

§. 745.

Schriften über dieſe Kunſt ſind ſchon hin und wieder im Buche angeführt worden.

Herr von Oppel giebt davon im 7 und 8ten § Nachricht; vollſtändiger aber, beſonders von den die das Syſtem behandelt haben, Herr Profeſſor Scheibel in ſeiner Einleitung zur mathematiſchen Bücherkenntniß, im zehnten Stückes zweyten Abſchnitte.

Mir ſcheint es nicht überflüßig, ſie darnach mit einigen Zuſätzen hier in chronologiſcher Ordnung aufzuführen.

§. 746.

Jahr: 1556.

GEORGII AGRICOLAE de Re Metallica, Libri XII. Quibus offiica, Inſtrumenta, Machinae, omnia denique ad Metallicam ſpectantia, non modo luculentiſſime deſcribuntur, ſed & per effigies, ſuis locis inſertas, adjunctis Latinis, Germanicisque appellationibus ita ob oculos ponuntur, ut clarius tradi non poſſint. Ejusdem de Animantibus ſubterraneis Liber, ab Auctore recognitus: cum Indicibus diverſis; quicquid in opere tractatum eſt pulchre, demonſtrantibus. Baſileae. Cum Privilegio Imperatoris in annos V. & Galliarum Regis ad Sexennium. In Folio, 5 Bl. Titel ꝛc. 538 Seiten, Text voller inſtructiviſcher Holzſchnitte, 19 Bl. lateiniſch-deutſches Bergwerks-Lexicon, 17 Bl. Regiſter, und 1 Blatt, auf welchem ſteht: Baſiliae apud Hieron. Frobenium & Nicolaum Epiſcopium. M. D. LVI. Menſe Martio.

Dieſer Schriftſteller iſt der erſte, der die Bergbaukunſt ſyſtematiſch behandelt hat, wenigſtens weiß man keinen ältern. Sein Werk iſt in ſchönen Latein geſchrieben, und verdient wirklich den großen Ruf, in dem er noch bey

Bergwerksverſtändigen ſteht. Im V. Buches zweyten Theile trägt er die damalige Markſcheidekunſt vor, nachdem er vorher im erſten von dem Grubenbaue gehandelt hat.

Andere Ausgaben dieſes Werkes erzählt Herr Prof. Scheibel a. a. O. Seite 473 und 474.

Man hat davon auch eine deutſche und italieniſche Ueberſetzung. Die deutſche iſt (nach angeführtem Buche) von 1557, und hat den Titel:

Vom Bergwerk xij Bücher Darinn alle Empter, Inſtrument, Gezeuge, vnd alles zu dieſem Handel gehörig, mitt ſchönen Figuren vorbildet vnd klärlich beſchrieben ſeindt, erſtlich in Lateiniſcher ſprach, durch den Hochgelerten vnd Weittberümpten Herrn Georgium Agricolam, Doctorn vnd Burgermeiſter der Churfürſtlichen ſtatt Kempnitz, jezundt aber verteütſcht durch den Achtparen vnd Hochgelerten Herrn Philippum Bechium, Philoſophen, Arzet, vnd in der Loblichen Vniverſitet zu Baſel Profeſſorn. Getruckt zu Baſel durch Jeronymus Froben, vnd Niclauſen Biſchoff, mitt Keiſerlicher Freyheit. In Folio. 4 Bl. Titel und Zuſchrift des Ueberſetzers 491 Seiten Text mit den nämlichen Figuren des Originals, 4 Bl. Deutſch, lateiniſch Regiſter und 2 Bl. Anzeige und Zeichen des Buchdruckers.

Ich beſitze eine deutſche Ueberſetzung von 1580. Sie führt den Titel:

Berckwerck Buch: Darinn nicht Allain alle Empter Inſtrument Gezeug, vnd alles, ſo zu dieſem Handel gehörig, mit Figuren vorgebildet, vnd klärlich beſchrieben. Sondern auch, wie ein rechtverſtendiger Berckmann seyn ſol,

vnd

vnd die Gång außzurichten ſeyen. Item, von allerley Gången, Klüfften, vnd abſetzen deß Geſteins. Von den Maſſen, vom Marſcheyden. Deßgleichen wie ein Gang zu hauwen, wie alle Schächt zu ſenken vnd auffzurichten ſeyen. Von den Stollen, Fellorten, Radſtuben, vnd andern Gebeuwen. Von allerley Trögen, waſſergeheuſſen, waſſerkunſt, Pompen vnd Rinnen, ꝛc. Vom böſen Wetter vnd andern ſorglichen zufellen, ſo den Berckheuwern widerfehrt. Vom probieren, vnd was ſonſt darzu vonnöhten. Wie man das Ertz bereiten, klauben, buchen, röſten, quätſchen, rädern, wäſchen, im Röſtofen brennen, vnd allerley Ertz mit nutz ſchmeltzen ſoll. Wie das Golt vom Silber, vnd das Silber vom Golt, Item das Kupffer vom Golt, vnd das Bley vom Golt vnd Silber, zu ſcheyden ſey, vnd wie die zwey köſtlichen Metall mit nutz ſollen gebrannt werden. Auch wie das Silber vom Kupffer vnd vom Eyſen zu ſeygern ſey. Letſtlich von allerley harten Säfften, die auß waſſern vnd flüßigen Säfften, oder vermiſchten ſteinen gemacht werden. Vnd wie entlich das Saltz zu ſieden, vnd Glaß zu machen ſey. Durch den Hochgelehrten vnd weitberühmten Herrn Georgium Agricolam, der Artzney Doctorn, vnd Burgermeiſter der Churfürſtlichen Statt Kemnitz, erſtlich mit groſſem fleyß, mühe vnd arbeit, in Latein beſchriben, vnd in zwölff Bücher abgetheilt: Nachmals aber durch den Achtbaren, vnd auch Hochgelehrten Philippum Bechium, Philoſophen, Artzt, vnd in der löblichen Vniuerſitet zu Baſel Profeſſorn, mit ſonderm Fleyß Teutſcher Nation zu gut verteutſcht vnd an Tag geben. Allen Berckherren, Ge-

werken Berckmeiſtern, Geſchwornen, Schichtmeiſtern, Steigern, Wäſchern vnd Schmeltzern, nicht allein nützlich vnd dienſtlich, ſondern auch zu wiſſen hochnotwendig. Mit Römiſcher Keyſ. May. Freyheit nicht nachzutrucken. Gedruckt in der Keyſerlichen Reichßſtatt Franckfort am Mayn, ꝛc. Im Jar, M. D. LXXX. In Folio. 4 Bl. Tittel und Zuſchrift des Verlegers. 461 Seiten Text mit den nämlichen Figuren des Originals; 3 Bl. Deutſch-Lateiniſch Lexikon und Zeichen des Buchdruckers; über letztern ſteht: Gedruckt in der Keyſerlichen Reichßſtatt, Frankfort am Mayn, durch Peter Schmidt, in verlegung Sigmundt Feyrabendts: darunter: ANNO M. D. LXXX.

1574.

Gründlicher vnd Warer Bericht. Vom Feldmeſſen, Sampt allem, was dem anhengig. Darin alle die jrthumb, ſo bis daher im Meſſen fürgeloffen, entdeckt werden. Desgleichen vom Markſcheiden kurzer vnd gründlicher vnterricht. Durch Eraſmum Reinholdum Doctorem. Mit Kay. May. Befreyung auf xxx Ihar. In 4. ohne Blätter- und Seitenzahl.

Das Werk vom Feldmeſſen beſteht aus fünf Theilen. Die Markſcheidekunſt hat folgenden beſondern Titel: Vom Markſcheiden kurzer vnd gründlicher Vnterricht. Durch Eraſmum Reinholdum, Doctorem. Mit Kay. May. Beſreyhung auf xxx Ihar M. D. LXXIIII. 14 Bogen.

Am Ende ſteht: Getruckt zu Erffurdt durch Georgium Bawmann wonhaftig aufm Viſchemarckt.

Der Urheber dieſes Buches, ein Sohn Eraſmi Reinholdi, eines bekannten Aſtronomen, berichtet in der Vorrede, daß man bisher dieſe Kunſt heimlich gehalten habe; daher es denn gekommen, daß faſt niemand etwas davon verſtanden, und oft 200 oder mehr Gewerke einem allein glauben müſſen. Agricola ſerwähnt auch dieſe Mode der damaligen Markſcheider.

Eine zu Frankfurt 1615 beſorgte Auflage führt Herr von Oppel § 7 an.

1686.

Geometria ſubterranea, oder Markſcheide-Kunſt, — durch NICOLAUS Voigteln, h. t. Churfürſtlich Sächß. und reſpective Hoch-Gräffl. Mannsfeld. Zehendnern in der Grafſchaft Mannsfeld, und Berg-Voigt in Thüringen, auch Markſcheidern, ꝛc. Mit Churfürſtl. Sächß. Gnädigſten Privilegio. In Verlegung des Autoris ſelbſten. Eisleben, Gedruckt durch Johann Dietzeln. In Folio. 1 Titelk. 4 Bogen Titel ꝛc. 152 Seiten, 9 Kupfertafeln, ganze Bogen.

Dieſer Schriftſteller iſt, wie ſchon erwähnt, der erſte, der die Markſcheidekunſt brauchbar vorgetragen, welches auch von ihm Herr von Oppel § 7 rühmt.

Mir ſcheint Voigtel mehr mathematiſche Kenntniſſe gehabt zu haben, als Bayer, (von dem weiter unten), wenigſtens war Voigtel mit Euklid's Elementen bekannt, wie aus vielen Stellen ſeines Buches erhellet. Eine nicht gemeine Erſcheinung.

Voigtel meldet auch in der Vorrede, daß dieſe Kunſt von den meiſten Markſcheidern

 geheim

geheim gehalten würde, überdieß ſey er, ſo viel ihm wiſſend, der erſte, der von dieſer Materie geſchrieben.

Man ſieht, daß ſeit Reinholds Zeiten nichts darüber in Druck herausgekommen, und Voigteln, Reinholds Werk nicht bekannt geweſen; Auch noch nicht, da er ſeines Buches zweyte Auflage beſorgte.

Sie führt den Tittel:

Vermehrte GEOMETRIA SUBTERRANEA, oder Marckſcheide-Kunſt — allen Bergwercks-Liebenden zum Unterricht und verſicherlichen Nutzen zum andern mahl herausgegeben, durch Nicolaus Voigteln, der Mannßfeld- und Eißleb-auch Hedtſtettiſchen Bergwercke Zehendnern. In Verlegung des Autoris: EISLEBEN, druckts Gottfried Andreas Leg Anno 1713. Ebenfalls in Folio. 4 Bl. Titel, Vorrede und Inhalt. 228 Seiten Text, 10 Kupfertafeln, ganze Bogen.

1710.

LEONH. CHR. Sturms — Vier kurtze Abhandlungen, I. Von Geometriſcher Verzeichnung der regulieren Vielecke. II. Von dem Gebrauch des Proportional-Circuls. III. Von der Trigonometria plana. IV. Von der Markſcheidekunſt, als ein Anhang dem kurtzen Begriff der geſamten Matheſis beyzufügen — Frankfurt an der Oder, Verlegts Jer. Schrey und Joh. Chr. Hartmann. In 8. 2 Bl. Titel ꝛc. 27 Seiten, 5 Kupfertafeln.

Sturm iſt in der Markſcheiderkunſt eben ſo wenig bewandert geweſen, als in den Theilen der Mathematik, die nicht nahe mit Baukunſt, Fortifikation und gemeiner praktiſchen Geometrie verwandt ſind.

1726.

1726.

JOH. FRJDER. WEJDLERJ Inſtitutiones Geometriaë Subterraneae. Cum Figuris aeneis. Vitembergae apud Viduam Gerdeſiam. Jn 4; 10 Bogen, 4 Kupfertafeln.

Dieſes Buch iſt bisher das einzige geweſen, das, ohnerachtet es vollſtändiger ſeyn könnte, zu Vorleſungen, zu gebrauchen und beſonders zu haben war.

Herrn von Oppels Urtheil (§ 7): daß er zuerſt die Markſcheidekunſt genauer mit mathematiſchen Begriffen, als ſonſt gewöhnlich, verbunden, iſt nicht ungegründet.

Die daſelbſt angefügten Sohlen und Seigerteufen Tafeln ſind von wenig Nutzen, ob gleich viele Markſcheider ſie brauchen. Nützlicher könnten ſie ſeyn, wenn Weidler, da er nun einmal hat ſolche Tafeln beyfügen wollen, ſie auf mehrere Decimalſtellen berechnet hätte. Weidler würde ſie gewiß weggelaſſen haben, wenn er nur den Markſcheidern gehörige trigonometriſche Kenntniſſe zu getrauet hätte. Daher mag es auch wohl gekommen ſeyn, daß ſein Markſcheidebuch gar nicht ſeinen mathematiſchen Einſichten entſpricht.

Indeſſen fand es doch damals Beyfall, da 1750 eine zweyte und verbeſſerte Auflage herauskam, die bey folgender Ueberſetzung zum Grunde gelegt worden:

Herr Johann Friedrich Weidlers — Anleitung zur unterirdiſchen Meß- oder Markſcheidekunſt, aus der lateiniſch-verbeſſerten Auflage in das Deutſche überſetzet, von Niklas Fuchsthaler aus den frommen Schulen, Lehrer der Größenlehre.

lehre. Wien, gedruckt, bey Johann Thomas Edlen von Trattnern — 1765; gr. 8; 117 Seiten, 4 Kupfertafeln.

1744.

Gründlicher und deutlicher Unterricht von dem gantzen Berg-Bau-Schmeltz-Weſen und Marckſcheiden, in drey Haupt-Theile eingetheilt — von Johann Gottfried Jugel, der Wiſſenſchaften Cultor. Berlin, zu finden bey Johann Andreas Rüdiger. In 4; 284 Seiten, 13 Kupfertafeln.

Dieſe Schrift iſt unter aller Kritik; und doch findet ſich eine neue Ausgabe:

Geometria ſubterranea oder unterirdiſche Meßkunſt der Berge und Grubengebäude, insgemein die Markſcheidekunſt genannt Zum Beſten derer, die ſich dieſer Wiſſenſchaft widmen wollen, nach einer jechs und dreyßigjährigen Bemühung herausgegeben, von Johann Gottfried Jugel. — Leipzig, verlegts Johann Paul Kraus, Buchhändler in Wien, 1773; 4; 3 Alph. 6 Bogen; 8 Kupfertafeln.

Des Herrn Verfaſſers Kenntniſſe in dieſem Fache haben ſich nach einer ſo langen Bemühung eben nicht verbeſſert.

1747.

Art, das Hauptſtreichen und Fallen der Steinkohlenflötze zu finden, von Andres Swab, Auſcultanten im Königl. Bergcollegio.

Dieſer Aufſatz findet ſich im IX B. der Abhandlung der Kön. Schwed. Akad. der Wiſſ. der Käſtneriſchen Ueberſetzung 165 bis 168 Seite.

Die Sache beruht mit den Aufgaben 453, 459 auf einerley Grund, iſt nur anders behandelt.

1749.

Anleitung zur Markſcheidekunſt nach ihren Anfangsgründen und Ausübungen kürzlich entworfen. Dresden. Verlegts George Conrad Walther Königl. Hof-Buchhändler. Gr 4; 484 Seiten; 2 Bl. Regiſter, 13 Kupfertafeln.

Anhang der Anleitung zur Markſcheidekunſt. Dresden 1752. gr. 4.; 165 Seiten, 1 Kupfertafel.

Dieſes klaſſiſche Werk verewigt den Nahmen ſeines zu früh verſtorbenen Verfaſſers des Herrn von Oppel. Er brachte die Markſcheidekunſt zuerſt zu einem hohen Grade der Vollkommenheit, indem er ein Werk lieferte, welches bisher das einzige war, daraus man vollſtändigen Unterricht dieſer Kunſt ſchöpfen konnte, und jedem Freunde der unterirdiſchen Geometrie ſchätzbar iſt. Es für jeden Markſcheider brauchbar zu machen, giebt er erſt von Arithmetik, Geometrie und ebenen Trigonometrie den nöthigen Unterricht, mit Anwendungen auf den Bergbau; Druckt die Vorſchriften zu den Markſcheider Angaben mit Worten aus, und läßt den, der Mathematik verſteht, die Rechtfertigung ſelbſt ſuchen, den, der das nicht weiß, zur Strafe in Unwiſſenheit.

Die Anzahl der Markſcheider iſt freylich klein, die dieſes Buch gehörig verſtehen, und die darinne enthaltenen Lehren in Ausübung zu bringen wiſſen. Dafür können ſie aber auch auf den Namen eines Markſcheiders

ders den gerechteſten Anſpruch machen. Die wenigen Fehler, die man darinne antrift, hat Herr Hofr. Käſtner angemerkt und berichtiget, (Anm. über die Markſcheidekunſt).

Gründlicher Unterricht vom Berg-Bau, nach Anleitung der Markſcheider-Kunſt — von Auguſt Beyern, Sr. Königl. Maj. in Pohlen und Churfl. Durchl. zu Sachßen, Berg-Commiſſario, Markſcheidern, auch des Raths und Berg-Schöppen-Stuhls zu Freyberg Aſſeſſore. Schneeberg, zu finden bey Carl Wilhelm Fulden, Buchhändlern. In Folio. 3 Bogen Titel, Vorr. Inhalt, 251 Seiten Text, 7 Seiten Regiſter, nebſt 8 Bogen Kupfertafeln und 6 halben Bogen Holzſchnitte.

Dieſes Buch enthält ſehr viel Gutes und Herr von Oppel fällt (§ 929) darüber ein vortheilhaftes Urtheil.

Es wird von den Markſcheidern nicht wenig geſchätzt, beſonders hoch von denen, deren mathematiſche Kenntniſſe ſich nicht über etwas Rechenkunſt und gemeine Geometrie erſtrecken.

1759.

Gründliche Anleitung zur Meßkunſt auf dem Felde, ſammt zweyen Anhängen vom Waſſerwägen und der unterirdiſchen Meß- oder Markſcheidekunſt — von Andreas Böhm, der Weltweißheit und Meßkunſt ordentlicher Lehrer und Aufſeher über die Univerſitäts-Bibliothek zu Gieſſen. Mit XXIV Kupfertafeln. Frankfurt und Leipzig, bey Heinrich Ludewig Brönner. In 4.; 2 Bogen Titel, Zuſchrift Vorrede; 304 Seiten.

Die

Die Markſcheidekunſt fängt Seite 241 an, und iſt eigentlich ein Auszug aus der Oppeliſchen Anleitung. Indeſſen lernt man daraus mehr, als aus Weidlern.

Dieſe Schrift iſt 1779 von neuem vermehrt und verbeſſert, aber nicht in der Markſcheidekunſt, aufgelegt worden.

1762.

Jacob Friedrich Malers Geometrie und Markſcheidekunſt. Mit Kupfern. Carlsruhe, druckts und verlegts Michael Macklot, Markgräfl. Baden= durchlachiſcher Hof- Buch- Händler. In 8. 1½ Bogen Titel und Vorbericht, 248 Seiten, 9 Kupfertafeln.

Der Unterricht von Markſcheiden geht S. 213 an. Iſt nicht vollſtändig.

Von 1767 iſt eine neue Auflage vorhanden, darinne Herr Hofr. Käſtner einiges vermehrt und verbeſſert hat, aber nicht in der Markſcheidekunſt.

1767.

Anleitung zur Markſcheidekunſt, oder unterirdiſchen Geometrie, worinnen die Praxis mit der Theorie verbunden, zum Nutzen und Gebrauch aller Liebhaber dieſer Wiſſenſchaft, hauptſächlich aber ſeiner Zuhörer. Verfaſſet von Johann Stephan Stigler, der Mathematik Profeſſor in dem churbaieriſchen Löbl. Cadetencorps. München. gr. 8. 7 Bl. Titel, Zuſchr. und Vorr. 79 Seiten 4 Kupfertafeln.

Nach dem Titel kann man mehr vermuthen als man findet: der Herr Verfaſſer hätte dem Buche mehr Vollſtändigkeit geben

ben müßen, wenn es ſeiner Abſicht hätte entſprechen ſollen. Weidler enthält mehr.

1772.

Wie die Abweichung der Magnetnadel von Norden aus dem Auf- und Untergange der Sonne durch Hülfe des Markſcheider-Compaſſes zu beſtimmen ſey?

Das Hauptſtreichen und Fallen eines Ganges, aus 3 auf demſelben gegebenen, ſich aber nicht in gerader Linie befindenden Punkten, zu beſtimmen.

Wo dies vom Herrn Bergmeiſter Scheidhauer abgehandelt wird, iſt § 284 IV angeführt.

1773.

D. Johann Peter Eberhards Neue Beiträge zur Matheſi applicata. Worinn die erſten Gründe der Mühlenbaukunſt, Hydrodechnik und Bergwerkswiſſenſchaft erklärt werden. Nebſt einigen Zuſätzen zur Mechanik, Optik und Gnomonik. Mit XXVI Kupfertafeln. Halle im Magdeburgiſchen, zu finden in der Rengeriſchen Buchhandlung. In 8. 1 Bogen Titel und Vorrede. 400 Seiten.

Man findet die Markſcheidekunſt von Seite 240 bis 256.

Des Herrn Verfaſſers Abſicht iſt wohl nicht geweſen, vollkommene Markſcheider zu bilden.

1775.

Betrachtungen über die Grubenprofile, und die Art ſelbe zu verfertigen, von Franz Dembſcher königlichen Markſcheider zu Schemnitz in Ungarn.

Vor-

Vorſchläge zur Verbeſſerung des Gradbogens, deſſen ſich die Markſcheider bedienen, von Lorenz Siegel, kaiſ. königl. Markſcheider und Probierer zu Schladming in Steyermark.

Dieſe beyden leſenswürdige Aufſätze finden ſich, (wie ſchon von dem andern § 146 *) angemerkt worden) in dem I Bande der Abhandlungen einer Privatgeſellſchaft in Böhmen. Prag, Med. 8. Der erſte ſteht S. 145 = 159; der zweite 160 = 163.

Anmerkungen über die Markſcheidekunſt. Nebſt einer Abhandlung von Höhenmeſſungen durch das Barometer. Von Abraham Gotthelf Käſtner, Königl. Grosbr. Hofrathe und Profeſſor der Mathematik und Phyſik. Göttingen, im Verlage der Wittwe Vandenhoeck. In 8; 27 Bl. Titel Zuſchrift, Vorrede und Inhalt, 440 Seiten, 4 Kupfertafeln.

Dieſe Anmerkungen, die jedem Kenner und Liebhaber der Markſcheidekunſt höchſt willkommen ſeyn mußten, ſind bey Gelegenheit der Vorleſungen über Weidlers Institutiones Geometriae Subterraneae entſtanden. Sie enthalten nicht blos Erläuterungen, ſondern meiſtentheils Berichtigungen, Zuſätze und andere lehrreiche Unterſuchungen; Anwendungen der Arithmetik, Geometrie, beyder Trigonometrien und Analyſis auf die Markſcheidekunſt; Vorſchläge, Markſcheider Arbeiten bequemer oder richtiger zu bewerkſtelligen; Aufloſungen von Aufgaben, die, beſonders in von Oppels und Bayers Büchern nicht deutlich genug, ohne Beweis, oder auch gar nicht, aufgelöſet ſind.

Die

Die Abhandlung von Höhenmeſſungen kennt man ſchon aus § 724.

1776.

Franz Ludwig Cancrinus, Hochfürſtlich-Heſſen-Hanauiſchen Cammerrathes, erſte Gründe der Berg und Salzwerkskunde. Sechſter Theil, andere Abtheilung. Frankfurt am Mayn. In 8; 1 Alph. 8 Bogen 33 Kupfertafeln.

Des 6ten Theiles erſte Abtheilung enthält, die Arithmetik, Geometrie und ebne Trigonometrie; die zweite hier angeführte, die eigentliche Markſcheidekunſt; ziemlich vollſtändig. Aufgaben durch die ſphäriſche Trigonometrie aufgelößt ſind nicht beygebracht. der Herr **Verf.** entſchuldigt ſich deswegen in der Vorrede. Hätte demohnerachtet **Kåſtners** Anmerkungen geſchickt benutzen und mehrere Aufgaben durch die ebene Trigonometrie auflöſen können, wodurch dieſes Buch brauchbarer worden wäre. Eine Erſparniß in den Kupfertafeln hätte ohne Schaden der Deutlichkeit wohl gemacht werden können.

1780.

Elemens de la géométrie ſouterraine, théorique & pratique, d'aprés les leçons de M. König, Directeur des Mines de Baſſe - Bretagne; extraits des Voyages métallurgiques de M. Jars, de l'ac. royale de ſc. A Paris, chez Jombert, fils áiné & junior & chez Cellot, rue Dauphine 1780.

Dieſes Buch habe ich noch nicht bekommen können. Nach dem Journ. encycl. 15 ſept. 1780. T. VI. P. III. p. 379 ſoll es gedrungen und doch deutlich geſchrieben ſeyn, auch von der Gänge Streichen, den Flö-

tzen, ꝛc. und von allen Markſcheiderarbeiten vollſtändigen Unterricht geben, ſezte aber arithmetiſche, geometriſche, und trigonometriſche Kenntniſſe voraus; die Kupfer ſollen vortreflich geſtochen ſeyn, und theils der Gruben Innere, theils Markſcheiderwerkzeuge vorſtellen.

Auf die Art wäre dieſe Markſcheidekunſt beſſer als die von Genſanne, welche ſehr fehlerhaft iſt. Ihre ganze Aufſchrift, und wenn ſie ans Licht getreten, iſt mir entfallen. Daher ich ſie hier nur erwähnen wolle, ſo wie auch, das **Clemm** in ſeinem mathematiſchen Lehrbuche etwas von der Markſcheidekunſt beygebracht hat; iſt aber ſo wenig und unvollſtändig, daß er es lieber hätte weglaſſen ſollen.

1781.

Anwendung der Geometrie und beyder Trigonometrien auf die Markſcheidekunſt.

Dieſer Aufſatz findet ſich als ein Anhang zu dem dritten Theile meiner Erläuterungen der Käſtneriſchen Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie. Iſt 212, 8. Seiten ſtark, und hält das meiſte, was in der Markſcheidekunſt vorkommen kann. Ich habe da zuerſt des Herrn Bergmeiſter Scheidhauers, ſcharfſinnige Theorie der Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe, ꝛc. bekannt gemacht, und mit Beweiſen unterſtützt. Was in genanntem Anhange ſteht, findet ſich hier verbeſſert und vermehrt.

Chriſtian Ludolph Reinhold — Geometria Forenſis, oder die aufs Recht angewandte Meßkunſt. Erſter Theil, welcher die reine Geometrie über und unter der Erde, wie auch auf dem Waſſer enthält. Mit 38 Kupfern. Münſter, bey Philipp Heinrich Perrenon. In 8. 262 Seiten, ohne Titel, Zuſchrift, Vorrede und Regiſter.

Die Markſcheidekunſt ſteht Seite 238-262. Sie iſt eben ſo wenig gut wie das ganze Buch gerathen.

§. 747.

Das ſind, ſo viel mir bekannt, alle Schriften die über die Markſcheidekunſt oder einen Theil derſelben heraus gekommen ſind.

Man ſieht, daß dieſe für den Bergbau ſo wichtige Kunſt meiſt von den deutſchen Mathematikern bearbeitet und nur von dieſen zu einem ſo hohen Grade der Vollkommenheit gebracht worden.

§. 748.

Noch einige Schriften in denen von des Markſcheiders Amt und Pflicht:

von Schönbergs Berg-Information 1ſter Theil 110te Seite, 2ter Theil 64 Seite;

Balthaſar Rößlers Bergbau-Spiegel des 4ten Buches 1, 2, 3 Capitel;

G. E. von Löhneiß Bergordnung 1 Theil 13 Artikel;

u. a. m. von den von Oppel § 8.

XXXV.

Zuſätze und Erinnerungen.

§. 749.

Zu §. 231, 276. (I) Hier kann man mit Vortheil folgende Vorrichtung brauchen, (Fig. 167):

AB iſt eine parallelipediſche Stange von Holz, ohngefehr $1\frac{1}{2}$ Lachter lang und 2 Zoll breit und dicke.

CD ein Breth, von leichten Holze 1 Achtellr. lang und eben ſo breit; Es iſt in 4 gleich große Quadrate GX, XH, HY, YG getheilt, welche mit ſchwarzer Farbe ausgemacht ſind, daß alſo in der Mitte ein weiſſes Creutz XYGH bleibt.

Dieſes Breth läßt ſich mittelſt einer eiſerner Zarge E an AB auf- und abſchieben, und in jeder verlangter Höhe durch die Stellſchraube bey E feſt ſtellen.

Damit aber das Breth allemal eine feſte Lage habe und doch bequem auf und abgeſchoben werden könne: So iſt auf jeder Seite der Zarge eine Feder, die oben und unten übergeht, angeniethet.

Um auch das Breth höher zu ſchieben als man reichen kann, ſo iſt an ſelbiges ein kleiner etwa $\frac{1}{2}$ Lr. langer Stab JF oben mittelſt eines Gewerbes alſo angeleimt, daß er neben der großen Stange AB herab hängt und ſamt derſelben mit einer Hand umfaſſet werden kann. Durch das Gewerbe kann JF auf die Seite geſchlagen werden, wenn die Tafel ſehr niedrig ſtehen ſoll.

Wie nun bey dem Verfahren 231, 276, dieſe Vorrichtung zu gebrauchen, fällt in die Augen.

II) Der Weg, in dem ein Lichtſtrahl von einem erhabnen Objekt in unſer Auge kommt, iſt eine krumme Linie (Käſtners Aſtr. § 136).

Ihre wahre Geſtalt weiß man noch nicht völlig genau, doch aber ſo viel: daß ſie in einer durchs Auge und Objekt gehende Vertikalfläche liegt; gegen die Erdfläche zu, hohl iſt, und nicht merklich von einem Kreisbogen abweicht, deſſen Halbmeſſer ohngefehr 7 bis 8 mal größer als der der Erdkugel; (Lamberts Eigenſchaften der Bahn des Lichts, [Berlin 1772,], dritte Abſchnitt § 100 und ſ. f.).

Dieſe Eigenſchaft des Lichts verurſacht, daß ein Objekt, (Fig. 168) höher zu liegen ſcheint, als es wirklich lieget.

Wenn daher in C das Auge, in A die wahre Lage des Objekts und man viſirt nach A: So ſieht man A in A′, daß, wenn CB eine horizontal Linie, die Neigung A′CB der Ziellinie um den Winkel A′CA größer iſt als ſie eigentlich ſeyn ſollte.

Dieſer Winkel heißt die Refraktion.

Dieſe muß man wiſſen, wenn man die wahre Höhe BA, und nicht die ſcheinbare BA′, haben will.

Die Regel dazu iſt nach Herrn Prof. Mayers praktiſche Geom. 200 §, XI folgende:

Die horizontale Weite des Objekts A von dem Orte des Auges C ſehe man als

als einen Bogen auf der Erdfläche an, und verwandle ihn in Minuten und Sekunden, und nehme davon den 16ten Theil: So hat man die Refraktion.

Nach Lambert (Eigenſchaften der Bahn des Lichts § 109) muß man von genannten Bogen den 14ten Theil nehmen.

Dieſe Verſchiedenheit rührt daher, daß Herr Prof. Mayer den Halbmeſſer der kreisförmigen Bahn des Lichts 8 mal größer als den Erdhalbmeſſer ſetzt, Lambert aber (a. a. O.) nur 7 mal.

Wenn A von C nicht weit entfernet iſt: So kann man ohne merklichen Irthum die Refraktion $= 0$ nehmen. Für einen Bogen von 3 Minuten, oder 17132 par. Fuß beträgt ſie nur $\frac{3}{16}$ Minute oder ohngefehr $10''$. Hätte man $A'CB = 17° 5'$ beobachtet: So fände ſich $ACB = 17° 5' - 10'' = 17° 4' 50''$.

Man ſieht, daß in der Markſcheidekunſt wenig oder gar nicht der Fehler, der von der Strahlenberechnung herrührt, in Betrachtung kommt. Indeſſen iſt es nöthig, Anfängern dieſer Kunſt auch davon Unterricht zu geben.

Uebrigens will ich noch anmerken: daß ob gleich die Refraktion vom Zuſtande der Luft abhängt, ſie doch nicht viel von dem was die Regel giebt, abweichen wird, wenn ſich auch dieſer Zuſtand merklich veränderte.

Wie man aber zu erfahren hat, dergleichen Aenderungen mit in Rechnung zu bringen, lehrt Herr

Profeſſor Mayer in ſeiner praktiſchen Geometrie, § 200 XIII.

§. 750.

Zu § 271. Dieſer muß ſo abgefaßt ſeyn:

I. Es ſeyen (Fig. 61, 62) AB, BC, zwo Linien, deren einen AB Endpunkt B, mit dem Anfangspunkte der andern BC verbunden iſt;

Man ziehe den Anfangspunkt A der erſten Linie AB mit dem Endpunkte C der andern BC durch eine gerade Linie AC zuſammen:

So iſt der Linien AB, BC Seigerteufen Summe = der Seigerteufe von AC.

Beweis.

Auf durch A, B gehende ſöhlige Ebnen fälle man von B, C, die Lothe BD, CF, CE, und ziehe BF, AE: So iſt

BD = Sg AB,
CF = Sg BC,
CE = Sg AC.

Nun können die Seigerteufen von AB und BC entweder

1) beyde ſteigend, oder

2) beyde fallend, oder

3) die eine ſteigend, und die andere fallend, ſeyn.

Für

Für 1) iſt, (Fig. 61)

$$CE = CF + FB,$$

aber

$$FE = BD, \text{(G. 12 S. 3. Z.)}:$$

alſo

$$CE = CF + BD.$$

Für 2) iſt CF und BD verneint: alſo

$$CE = (-BD) + (-CF)$$

Für 3) habe AB, (Fig. 62) die ſteigende Seigerteufe und BC die fallende:

So iſt

$$CE = FE - CF$$
$$= BD - CF, \text{(G. a. O.)}$$
$$= BD + (-CF).$$

II. Wenn A, B, C in einer und derſelben ſeigern Ebne liegen:

So iſt $\mathfrak{S}\,AB + \mathfrak{S}\,BC = \mathfrak{S}\,AC.$

Beweis.

$$AD = \mathfrak{S}\,AB$$
$$BF = \mathfrak{S}\,BC$$
$$AC = \mathfrak{S}\,AC,$$
$$= AD + DE$$
$$= AD + BF.$$

§. 751.

Zu § 273. dieſer § iſt bis: = der Seigerteufe von AF, richtig; aber dieſes: und die Summe ihrer Sohlen = der Sohle von AF, muß weggeſtrichen, und dafür geſetzt werden:

Und, wenn A, B, C, D... F in einer ſeigern Ebne, die Summe der Sohlen genannter Linien, = S AF.

§. 752.

Zu § 333. Daſelbſt ſetze man ſtatt des, was in der Auflöſung 4), 5), 6), 7) ſteht, folgendes:

4) Die Summe der Seigerteufe giebt der AF Seigerteufe, (273);

5) Durch die Diviſion der Summe der berechneten Streichkoſinuſſe in die Summe der gefundenen Streichſinuſſe erhält man der AF Streichen = β und deſſen Beſchaffenheit, (268, 269); dieſes aber iſt obſervirte oder reducirte Streichung, nachdem es der abgezogenen Linien iſt;

6) Aus β und der Streichkoſinuſſe Summe findet ſich nach 287, 7) der AF Sohle; Eben die nach a. Q. 3) aus β und der Streichſinuſſe Summe.

Aber

$$\sqrt{[(\text{Sg AF})^2 + (\text{S AF})^2]}$$

giebt AF,

7) Und die Diviſion der Seigerteufen Summe durch S AF, dieſer Linie Neigung und ob ſie ſteigt oder fällt, (268, 269).

Gründliche Anleitung
zur
Markſcheidekunſt.

Dritte Abtheilung.

Sammlung

von,

dem Markſcheider vorkommenden

Fragen,

nach alphabetiſcher Ordnung,

nebſt

Nachweiſung

wo ſie in den vorſtehenden Paragraphen ſchon aufgelöſt ſind, oder wie ſie darnach aufgelöſt werden können,

mit

einigen Beyſpielen und Anmerkungen begleitet.

A.

Abſeigern.

§. 1′.

Davon in 117 . . . 120.

Abſtecken.

Von einem gegebenen Punkte A aus eine ſeigere Ebne nach einem gegebenen Streichen abzuſtecken.

Aufloͤſung.

Kann nach 223 geſchehen, da denn der dortgen erſten Aufloͤſung VI . . . . XII nicht in Betrachtung kommen, ſondern ſeigere Pfaͤhle, die man durch die Objektivdiopter bey der Lage V des Winkelweiſers, ſieht, einſchlagen laͤßt; In der andern Aufloͤſung gelten fuͤr dieſen Fall hier nur die Vorſchriften XVI, XVII, XVIII.

Man kann auch die Sache nach 622 bewerkſtelligen, wenn man zuvor, einen Punkt der abzuſteckenden ſeigern Ebne, wie jetzt gelehrt worden, beſtimmt.

§. 2′.

Zwiſchen zween gegebenen Punkten eine ſeigere Ebne abzuſtecken.

Aufloͤſung.

Steht in 622, 624, 629.

§. 3′.

Den Weg eines Feldgeſtaͤnges abzuſtecken.

Aufloͤ-

Auflöſung.

Findet ſich in 631 und 632.

§. 4′.

Den Weg eines Kunſtgrabens abzuſtecken.

Auflöſung.

Zeigt § 654; Aufl. 663.

Abtragen.

§. 5′.

Einen Riß.

Dazu giebt 409 Anweiſung.

Abziehen.

Lehrt XIV.

Abzugsgraben.

S. m. 62′ ꝛc.

Anſteigen.

§. 5″.

Streichen und Fallen der Ebne des Anſteigens zu finden.

Auflöſung.

Steht 506.

Ausſtreichen.

§. 6′.

Streichen und Fallen des Ausgehenden eines Ganges oder Flötzes zu finden, wenn genannter Lagerſtätte Streichen und Fallen, auch das der Ebne des Anſteigens bekannt.

Auflöſung.

Giebt 507.

Exempel.

Exempel.

Eines rechtfallenden Ganges Streichen ſey

$$= 2^h 2 = \gamma \ (489)$$

Neigung

$$= 70^\circ = F \ (a. D.);$$

das der Ebne des Anſteigens

$$= 5^h = \gamma'$$

und deren Neigungswinkel

$$= 30^\circ = F',$$

überdies ſey genannte Ebne auch rechtfallend: So iſt, wenn beyder Streichen nach der Gegend des Ausſtreichen zu, öſtlich oder weſtlich,

$$5^h - 2^h 2 = 2^h 4$$
$$= 37^\circ 30' = a;$$

Alſo

$$\frac{\text{tg } 70^\circ}{\text{tg } 30^\circ \text{ ſin } 37^\circ 30'} + \text{Cot } 37^\circ 30'$$
$$= \text{Cot } m' \ (487 \text{ VI}).$$

Des erſten Theils Werth berechnet ſich ſo:

$$\log \text{tg } 30^\circ = 0,7614394 - 1$$
$$\log \text{ſin } 37^\circ 30' = 0,7844471 - 1$$
$$0,5458835 - 1$$ (eb. Tr. 19. S. Vorer.):

$$\log \text{tg } 70^\circ = 0,4389341$$
$$0,8930506$$

Dieſer Logarithme gehört zu,

7,8172.

Nun iſt

$$\log \text{Cot } 37^\circ 30' = 1,3032254$$

Alſo

$$\text{Cot } m' = 9,1204254,$$

Dieſe Zahl iſt etwas kleiner als die Cotangente von 6° 15':

Folglich

Folglich iſt

$$m' = 90^\circ - 6^\circ\,15'$$
$$= 83^\circ\,45'.$$

Weil nun das Streichen der Ebne des Anſteigens $= 5^h = 75^\circ$: So liegt der Durchſchnitt dieſer Ebne mit einer durch einen Punkt des ausgehenden laufenden ſöhligen Ebne zur rechten der Sohle der Linie des Ausſtreichen: Und man findet daher das verlangte Streichen nach 256 I.

$$= 75^\circ + 83^\circ\,45'$$
$$= 158^\circ\,45'$$
$$= 10^h\,8^\circ\,45'$$

und zwar von genanntem Punkte aus öſtlich oder weſtlich, nachdem es γ' iſt.

Das verlangte Fallen α erhält man durch

$$\text{tg}\,\alpha = \text{tg}\,F'\,\text{ſin}\,m'$$
$$= \text{tg}\,30^\circ\,\text{ſin}\,83^\circ\,45'.$$

Die Berechnung iſt:

$$\log\,\text{tg}\,30^\circ = 0{,}7614394 - 1$$
$$\log\,\text{ſin}\,83^\circ\,45' = 0{,}9605152$$
$$\text{lg}\,\text{tg}\,\alpha = 0{,}7219546$$

Dieſe Tangente iſt etwas weniges kleiner, als die von

$$35^\circ\,50'.$$

Der geſuchte Neigungswinkel kann alſo, ohne merklichen Fehler, ſo groß geſetzt werden.

Die Linie des Ausſtreichens fällt alſo recht (301).

§. 7.

Auf dem Ausſtreichen einen Punkt anzugeben; Oder: zu finden, wo ein Gang oder Flötz, deſſen Streichen und Fallen bekannt, und wenigſtens ſo weit entblößt iſt, daß man darauf einen Punkt A annehmen kann, zu Tage ausſtreicht.

Ausflö=

Aufloͤſung.

Geſchieht nach 508, wo der dort gegebene Punkt A, der hier angenommene iſt, und man ſich die daſige ſoͤhlige Ebne DE durch genannten Punktes Oertung B am Tage gelegt vorſtellen muß.

Exempel.

Dieſer Oertung ſeigere Entfernung von A ſey

$= 85, 723$ Achtellr.

$= h,$

und des Ganges oder Floͤtzes Fallen

$= 70^\circ = \varphi$:

So hat man

$$\begin{array}{ll} \log 85, 723 = & 1, 9330974 \\ \log \text{Cot } 70^\circ = & 0, 5369719 - 1 \\ \hline & 1, 4700693. \end{array}$$

Dieſer Logarithme kann, ohne merklichen Irthum, fuͤr den zu 29, 520 angenommen werden.

Geſetzt nun des Ganges oder Floͤtzes Streichen, waͤre $= 2^h$ und ſtiege von A aus gegen Morgen auf: So muß man von B aus eine ſoͤhlige Linie $= 29, 520$ Achtellr. in einem oͤſtlichen Streichen $= 8^h$ angeben (276): der ihr Endpunkt liegt auf oder ſeiger uͤber dem Ausſtreichen.

§. 8′.

Zu finden, ob, und wo ein Gang durch die Sohle einer Strecke ſtreicht.

Aufloͤſung.

Man ſieht leicht, wie das nach 508 bewerkſtelliget werden kann.

§. 9′.

Des Ausgehende abzuſtecken.

Aufloͤſung.

Man ſucht das Streichen des Ausgehenden, (6′) und auf ſelbigem einen Punkt (7′).

Von dieſem aus ſteckt man alsdann in dem gefundenen Streichen eine ſeigere Ebne nach § 1′ ab.

§. 10′.

Die Linie des Ausſtreichens auf dem Grundriſſe zuverzeichnen.

Aufloͤſung.

Man ſucht die Lage eines Punktes C des Ausſtreichen gegen einen angenommenen oder gegebenen A, (7′, 333);

Verzeichnet ihn im Grundriſſe (396, 397),

Zieht durch dieſen eine Linie parallel mit der aufm Riſſe angenommeneu Mittagslinie,

Und ſetzt daran in C einen Winkel = der gefundenen reducirten Streichung des Ausgehenden, und zwar auf die Seite der Mittagslinie, auf der es dieſer Streichung Beſchaffenheit erfodert, (eb. Trig. 7. Satze Zuſ.).

B.

Berechnung.

§. 10″.

Einen Zug zu berechnen.

Aufloͤſung.

Enthaͤlt XVII.

C.

Compaß.

§. 11′.

Seinen Stundenring ſo genau als möglich einzutheilen.

Auflöſung.

Giebt § 180.

§. 12′.

Seine Fehler zu ſchätzen.

Auflöſung.

Geſchieht nach 208, 209, 210, 211.

Copiren.

§. 13′.

Einen Riß zu copiren.

Auflöſung.

Iſt in 409 enthalten; wobey in I noch hätte erinnert werden ſollen, daß man ſich hiezu auch der Copirſcheibe, des Wachspappiers ꝛc. bedient; man hat aber ebenfalls wenig Genauigkeit zu erwarten.

M. ſ. Tielkens Unterricht für die Officiers, die ſich zu Feld-Ingenieurs bilden, oder doch den Feldzügen mit Nutzen beywohnen wollen — Dresden und Leipzig, 1779; In 8.; Seit 474 u. f.

D.

Durchſchlag.

§. 14.

In der Grube ſind zween Punkte A, F angewieſen; von dem einen A aus ſoll bis in den andern F ein Durchſchlag gebracht werden:

Man verlangt, ob dies mit Ueberhauen, oder Abſinken, oder Oertertreiben geſchehen kann, auch wie weit und in welcher Lage man zu überhauen, oder abzuſinken oder das Ort zu treiben habe.

Auflöſung.

Geſchieht völlig nach 333, nur muß man die dortige Auflöſung nach § 752 verbeſſern.

Die Seigerteufe der Linie AF zeigt allemal, wie der Durchſchlag erfolgen kann, und deren Lage giebt ſeine Lage.

Exempel.

Hiezu dient der § 376 beygefügte berechnete Zug.

Nach demſelben hat man von A durch B, C, D, bis in E, einen auſſerhalb des Weges des Zuges gelegenen und zu bemerkenden Punkt, (332) gezogen, dann aber von D bis in F.

Dadurch nun hat man der Linien AB, BC, CD, DE, ED, DF Neigungen, obſervirte Streichungen und Längen (magnitudines) gefunden, daraus aber ihre reducirte Streichungen, Sohlen, Seigerteufen, Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe berechnet.

Die Summe der berechneten Seigerteufen gab

$$Sg\ AF = +0,603 \text{ Achtellr.}$$

wor=

woraus man ſieht, daß von A bis F ein Ort getrieben werden muß, deſſen Sohle von A bis in F, $6\frac{3}{100}$ Lrzolle anläuft.

Wie weit nun das Ort zu treiben, und in welcher reducirten Streichung β, läßt ſich folgendergeſtalt berechnen.

Die Summe der berechneten Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe giebt

$$\text{Strſ } AF = -62,811 \text{ Achtellr.}$$
$$\text{Strk } AF = 100,142 \text{ Achtellr;}$$

Daraus

$$\text{tg } \beta = -\frac{62,8110}{100,142}$$
$$= -0,6272994,$$

Dieſe Tangente, als poſitiv betrachtet, kann man für die von 37° 6′ nehmen, da ſie aber negativ: ſo hat man

$$\beta = 180^\circ - 37^\circ 6'$$
$$= 142^\circ 54'$$
$$= 9^h\ 7^\circ\ 54' \text{ weſtlich, (286),}$$
$$= 9^h\ 4\tfrac{1}{4} \text{ m weſtlich.}$$

Daß $7^\circ 54' = 0^h\ 4\frac{1}{4}$ m geſetzt werden kann, habe ich ſo gefunden:

$$7^\circ 54' = 474'$$
$$1 \text{ St} = 900':$$

Alſo

$$\frac{474}{900}\text{ St} = \frac{158}{300}\text{ St}$$
$$= \frac{158.8}{300}\text{ Achtelſt}$$
$$= 4\frac{64}{300}\text{ Achtelſt.}$$

Dieſer Bruch beträgt keine viertel Achtelſtunde, aber er iſt

$$= \frac{64 \cdot 12}{300} \text{ Zwölftel Achtelſt.}$$

$$= \frac{768}{300}$$

$$= 2,56 \text{ zwölftel Achtelſt,}$$

wofür man 2 Zwöftel Achtelſtunde nehmen kann. Nun ſind

$$\tfrac{2}{12} \text{ Achtelſt.} = \tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{12} \text{ Achtelſt.}$$
$$\text{d. i.} = 0^h \tfrac{1}{4} m:$$

Alſo kann man ohne merklichen Irthum 7° 54′ wie angegeben ſetzen.

Um nun der AF Größe zu finden, muß man erſtlich S AF wiſſen.

Dieſe findet ſich nach 287, 3) durch $\frac{\text{Strſ AF}}{\sin \beta}$:

Alſo

$$\log 62,811 = 1,7980288$$
$$\log \sin 142° 54' = 0,7804671 - 1$$

$$1,5784959$$

Giebt 37, 887 Achtellr.
= 4 Lachter 3, 887 Albr.
= S AF.

Daraus und aus Sg AF = 0, 603 Achtellr macht man

$$\sqrt{(37,887^2 + 0,603^2)},$$

welches AF, oder wie weit das Ort von A bis F zu treiben iſt, giebt.

§. 15′.

Soll von A bis F, oder von F bis A, nachdem F oder A höher liegt, der Durchſchlag mittelſt eines Bohrloches geſchehen:

So

So findet ſich ſeine Lage und Größe auf eben die Art.

§. 16′.

Von F wird ein Schacht ſeiger abgeſunken, auch ſoll von A aus in dieſen Schacht mit einem Orte durchgeſchlagen werden:

Man verlangt, wie weit bis dahin das Ort ſöhlig und in welchem Streichen getrieben werden muß.

Auflöſung.

Man zieht von A bis F und berechnet nach 333 der AF Sohle und Streichen.

§. 17′.

Soll das Ort mit $\frac{1}{4}$ Lr. Röſche auf 100 Lachter getrieben werden:

So findet man ſeiner Sohle Länge, wenn man deren ſöhlige (16′) durch Coſ 7′ (423, II) dividirt.

§. 18′.

Wird der Schacht auf einem Gange geſunken, deſſen Fallen φ wenigſtens bekannt iſt:

So findet ſich die ſöhlige Länge des Orts, (16′)

$$= \mathfrak{S}\,AF \pm \frac{\mathfrak{Sg}\,AF}{\tang \varphi}$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn der Gang dem Orte entfällt, ſonſt das untere.

Exempel.

$\mathfrak{S}\,AF = 1557,023$ Achtelr

$\mathfrak{Sg}\,AF = 337,210$

$\varphi = 70°$;

und der Gang falle dem Orte zu.

log 337, 210 = 2, 5279064

log tang 70° = 0, 5369719 — 1

2, 9909345

Giebt 979, 340 Achtellr

$$1557,023 = \text{abgezogen}$$

$$578,683 \text{ Achtell.}$$

Auch hier giebt das Streichen von AF das an, in der das Ort getrieben werden muß.

§. 19.

Wenn im Falle vor. §s, das Ort mit gewöhnlicher Rösche getrieben werden ſoll:

So findet ſich ſeine Länge nach 529.

Exempel.

Die Zahlen in vor. § gebraucht: ſo hat man in

	AE	φ	ϑ
§ 529			
hier	578, 683 Alr	70°	7′

Nun muß man das dortge AB und BE′ ſuchen. Es iſt aber

$$\log 578,683 = 2,7624385$$
$$\log \text{Coſin } 7' = 0,9999991 - 1$$
$$2,7624394$$

Giebt 578, 700 Achtellr = AB.

$$\log 578,683 = 2,7624385$$
$$\log \text{Coſin } 7' = 0,9999991 - 1$$
$$\log \text{Coſin } 70° = 0,5340517 - 1$$
$$2,2964893$$
$$\log \sin (70° - 7') = 0,9726629 - 1$$
$$2,3238264$$

Giebt BE′ = 210, 78.

Alſo, wenn der Gang dem Orte zu fällt, die verlangte Länge

$$= 578,683 + 210,78 \text{ Alr.}$$

Dieſe Rechnung kann kürzer ſo dargeſtellt werden:

$$\log 578.683 = 2,7624385$$
$$\log \text{Coſin } 7' = 0,9999991 - 1$$
$$2,7624394$$

log

log Coſin 70° = 0, 5340517 — 1

2, 2964893

log ſin (70° — 7') = 0, 9726629 — 1

2, 3238264

578, 683
210, 78

789, 463 Achtr. verl. Länge.

§. 20'.

Bey dem Durchſchlage mit dem Orte in ein Ueberhauen, oder Ueberſichbrechen kommen die nämlichen Angaben und ihre Auflöſungen (16'... 19') vor.

E.

Ebne.

§. 21'.

Seigere Ebne abzuſtecken.

Lehrt 1', 2'

Eiſenſcheibe.

§. 21''.

Deren Gebrauch zeiget 215.

F.

Fallen.

§. 22'.

I. Das von einer Linie zu finden, lehrt 128, 140, 157, 333.

 II. Von

II. Von einem Gange, Flötze; 319, 320, 459, 461, 462, 467,
III. Der Kreutzlinie; 489.
IV. Des Ausgehenden; 507.

Fehler.

§. 22″.

Die Fehler zu finden, die bey Meſſung einer geraden Linie mit der Lachterkette begangen werden können.

Auflöſung.

Giebt § 111, 112, 115, 116.

§. 23′.

Die Fehler in des Gradbogens Abtheilungen und der Theilſtriche Dicke zu beſtimmen.

Auflöſung.

Steht in 138, 139.

§. 24′.

Wenn des Gradbogens Haaken verbogen ſind, den Fehler zu finden, der bey Angebung des Neigungswinkel begangen wird.

Auflöſung.

Iſt in 140 enthalten.

§. 25′.

Compaſſes Fehler zu entdecken und zu ſchätzen.

Auflöſung.

Findet ſich § 208... 212.

§. 26′.

Die Fehler zu entdecken und zu ſchätzen, die beym Gebrauche des Winkelweiſers begangen werden können.

Auflöſung.

Lehrt 226, 227, 228, 229, 230.

§. 27'.

Der Fehler Folgen in den Meſſungen zu berechnen.

Aufloͤſung.

Giebt XVI.

F e l d.

§. 28'.

Streichendes und Gevirtes Feld zu vermeſſen.

Aufloͤſung.

Steht in 605 und 607.

Exempel zu 607, X.

Einer Maaße, deren Laͤnge = 28 Lachter = 224 Achtellr und Breite = 14 Lachter = 112 Achtellachter, Flaͤcheninhalt, oder

A = 25088 Alr, Q. Maaß.

Geſetzt, man haͤtte der gK Sohle

= 75 Achtellr

und ihr Streichen

$= 8^h$ oͤſtlich

gefunden, auch waͤre der gh Streichen

$= 5^h$ weſtlich

$= - 7^h$:

So wird

$hgK = 9^h$

$= 135°$

Nun iſt, um die ſoͤhlige Laͤnge go oder Kl zu finden,

log 75 = 1, 8750613

log ſin 135° = 0, 8494850 − 1

1, 7245463

log 25088 = 4, 4004660

2, 6759197

Giebt 474, 15 Achtellr.

Eine

Eine ſo große ſöhlige Linie müßte man nach 276 von g und K aus in dem weſtlichen Streichen 5^h abgeben.

§. 29′.

Streichendes und Geviertes Feld in Grund- und Seigerriß zu verzeichnen.

Lehrt 610, 611, 612.

Feldgeſtänge.

§. 30′.

Deſſen Weg abzuſtecken, lehrt 3′.

Flächenriß.

§. 31′.

Einen zu fertigen.

Hievon giebt 415 Unterricht.

Flötz.

§. 31″.

Seine Lage zu finden, verfährt man wie bey Gängen (34′)

Fund.

§. 32′.

Ihn zu Tage auszubringen, oder in die Grube zu fällen.

Auflöſung.

Geſchieht nach 602, 603; oder 604.

Fundgrube.

§. 33′.

Selbige zu vermeſſen und zu verzeichnen, kann nach 28′, 29′ bewerkſtelliget werden.

G.

Gang.

§. 34'.

Das Streichen und Fallen eines Ganges zu finden.

Aufloͤſung.

Enthaͤlt 312, 319 durch Compaß und Gradbogen; durch Rechnung und Zeichung aber, 453, 459, 467.

§. 35'.

Eines Ganges Specialſtreichen zu finden.

Aufloͤſung.

Steht § 471.

§. 36'.

Eines Ganges Hauptſtreichen zu finden.

Aufloͤſung.

Wird nach 482 bewerkſtelliget.

Exempel.

Es ſeyen AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH die ſohligen Linien, deren Streichen mit den Specialſtreichen des Ganges uͤbereinkommen, ſo weit auf ihm mit einem Orte aufgefahren worden.

Indem man nun nach 471 dieſe Specialſtreichen ſucht, findet man fuͤr genannte Linien ſolche Data aus denen ihre Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe folgendermaaßen gefunden worden:

Achte

	Achtellachter		Achtellr
Streichſinus	AB = 19, 191	Streichcoſinus	AB = 28, 720.
	BC = — 61, 552		BC = 13, 362
	CD = — 30, 550		CD = 52, 920
	DE = 0, 000		DE = — 23, 920
	EF = 10, 100		EF = — 8, 310
	FG = — 9, 580		FG = 2, 700
	GH = 50, 000		GH = 26, 001.

Hier iſt die Zahl der ſöhligen Linien = 7, alſo die um 1 vermehrte = 8:

Man muß folglich dieſe Linien in zwo ſolche Klaſſen theilen, davon die erſte die drey ſöhligen AB, BC, CD, die andre aber die übrigen DE, EF, FG, GH, enthält.

Es iſt aber:

Für die erſte Klaſſe

Strſ AB + Strſ BC + Strſ CD = — 72, 011 Alr
= q.

Strk AB + Strk BC + Strk CD = + 95, 002.
= p;

Für die zweyte,

Strſ DE + Strſ EF + Strſ FG + Strſ GH = 50, 520 Alr.
= Q

Strk DE + Strk EF + Strk FG + Strk GH = — 3, 629 Alr.
= P:

Alſo

Q — q = 50, 520 — (— 72, 011)
= 50, 520 + 72, 011
= 122, 531 Alr,

und

P — p = — 98, 631 Alr.:

Folg-

Folglich

$$\frac{Q - q}{P - p} = \frac{122,531}{-98,631}$$

$$= -1,242317$$

$$= \text{tang}\ \phi:$$

Folglich das verlangte Hauptſtreichen, oder

$$\phi\ 172^\circ\ 56' = 11^h\ 7^\circ\ 56'$$

$$= 11^h\ 4\tfrac{1}{4}.$$

Hätte man Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe nur für die Linien BC, CD, DE, EF, FG, GH gefunden: So wäre ihre um 1 vermehrte Zahl = 7 und alſo ungerade; die kleine Hälfte davon iſt = 3, = n (480).

In dieſem Falle kommen die Linien BC, CD in die erſte, und die Linien DE, EF, FG, GH in die zweyte Klaſſe.

Man hat folglich:

Für die erſte Klaſſe

Strſ BC + Strſ CD = − 92, 102 Ltr
= q

Strk BC + Strk CD = + 66, 282
= p

Für die zweyte Klaſſe

StrſDE + StrſEF + StrſFG + StrſGH = 50, 520 Ltr
= Q,

Strk DE + Strk EF + Strk FG + Strk GH = − 3, 629
= P;

Alſo:

$$Q - q = 142,\ 622\ \text{Ltr.}$$

$$P - p = -69,\ 911,$$

$$n\ (Q - q) - q = 3 \times 142,\ 622 + 92,\ 102$$

$$= 519,\ 968;$$

n (P

$$n(P-p)-p = 3 \times -69,911 - 66,282$$
$$= -143,451:$$

Folglich

$$\frac{n(Q-q)-q}{n(P-p)-p} = \frac{519,968}{-143,451}$$
$$= -3,624707$$
$$= \text{tang}\ \varphi;$$

Mithin das Hauptſtreichen, oder

$$\varphi = 105^\circ\ 26'$$
$$= 7^h\ 0^\circ\ 26'$$
$$= 7^h\ 0\tfrac{1}{4}m$$

§. 37.

Zu finden, wo am Tage ein Gang, deſſen Lage bekannt, und auf dem man wenigſtens einen Punkt annehmen kann, zu erſchürfen iſt.

Auflöſung.

Man ſucht einen Punkt des Ausſtreichens, (508).

§. 38.

Eines Ganges Streichen iſt bekannt; auch die Lage ſeines Ausgehenden:

Man verlangt ſein Fallen.

Auflöſung.

Geſchieht nach 512.

Exempel.

Des Ganges Streichen ſey $= 5^h$;
Seines Ausgehenden = = $= 3^h$,
Fallen = $= 60^\circ$:

So findet ſich das verlangte durch folgende Rechnung:

$$\log \sin(5^h - 3^h) = 0,6989700 - 1$$
$$\log \text{Cot}\ 60^\circ = 0,7614394 - 1$$
$$\overline{\quad 0,4004094 - 1}$$

Das kann man für Cot $(90^\circ - 16^\circ\ 16')$ annehmen.

Alſo

Alſo das verlangte Fallen

$= 73° 54'$.

Folglich rechtfallend (301).

§. 39'.

Wäre in vor. § ſtatt des Ganges Streichen ſein Fallen bekannt:

So findet ſich deſſen Streichen nach 514.

Exempel.

Des Ausgehenden Streichen und Fallen ſey wie in vor. §, und des Ganges Neigung $= 73° 54'$:

So berechnet ſich ſein Streichen nach 514 folgendergeſtalt:

$$\log \tan g\ 60° = 0,2385606$$
$$\log \tan g\ 73° 54' = 0,5396508$$

$$\log \sin \mu, (514) = 0,6989098 - 1$$
$$\mu = 30°$$
$$= 2^h$$

Da nun des Ausgehenden Streichen $= 3^h$:

So hat man des Ganges ſeines $= 5^h$; wie gehörig.

§. 40'.

Man muß oft die Beſchaffenheit des Streichens zwoer einander ſchneidende Ebnen von einem Punkte ihres Durchſchnittes aus wiſſen; wie in gleich vorhergehendem Paragraph der Fall war.

In dieſer Rückſicht darf man nur merken, daß, wenn beyder Ebnen Streichen kleiner oder größer als 6^h, ſelbiges bey beyden von einerley Beſchaffenheit iſt; Iſt aber der einen ihres kleiner und der andern Streichen größer als 6^h: So iſt es bey beyden von verſchiedener Beſchaffenheit.

§. 41'.

Zwoer Gänge Streichen iſt bekannt; Auch die Lage ihrer Kreutzlinie:

Man verlangt der Gänge Fallen.

Aufloͤſung.

Steht in 494.

§. 42′.

Hieher gehoͤrt auch:

Auf einem ganz ſeiger fallenden Gange iſt Fürſte und Sohle abgebauet; da ſetzt ein anderer unaufgefahrner Gang über:

Man verlangt letzteren ſein Fallen F′.

Aufloͤſung.

Dieſer Gang iſt im Hangenden und Liegenden des erſten ſichtbar;

Man kann beyder Streichen γ, γ' abnehmen;

Auch ihrer Kreuzlinie Fallen $= \alpha$, deren Streichen mit dem Streichen γ des erſtern Ganges einerley iſt.

Daher hat man m' (494), $= 0$,

$$m = a \ (485, \text{V}, \text{VIII.})$$

Folglich, da in 494

$$\text{Cot}\, F' = \text{Cot}\, \alpha \sin m'$$
$$\text{Cot}\, F = \text{Cot}\, \alpha \sin m,$$

$$\text{Cot}\, F' + \text{Cot}\, F = \text{Cot}\, \alpha \,(\sin m' + \sin m)$$

Aber

$$\text{Cot}\, F = \text{Cot}\, 90^\circ = 0$$

und

$$\sin m' = \sin 0^\circ = 0$$

Alſo

$$\text{Cot}\, F' = \text{Cot}\, \alpha \sin m$$
$$= \text{Cot}\, \alpha \sin a$$

Exempel.

Der erſte Gang ſtreiche 9^h

zweyte 2^h:

So

So iſt

$$a = 12^h + 2^h - 9^h$$
$$= 5^h (40', 255, 484\,V)$$
$$= 75°$$

Es ſey nuu

$$\alpha = 70°;$$

So iſt

$$\log \sin 75° = 0,9849438 - 1$$
$$\log \operatorname{Cot} 70° = 0,5610659 - 1$$
$$\log \operatorname{Cot} F' = 0,5460097 - 1$$

Giebt $F = 70° 38'$.

§. 43'.

Den Winkel zu finden, den zwo Gänge, deren Streichen und Fallen bekannt, mit einander machen.

Aufloͤſung.

Steht § 497.

Exempel.

Das Streichen γ des einen Ganges ſey $= 5^h$
Fallen F = = = = $= 70°$
Streichen γ = andern = = $= 2^h$
Fallen F' $= 90°$;

Nun muß man erſtlich nach 496, n oder n' ſuchen.

Es geſchehe mit n: dazu hat man, (weil $F' = 90°$,) $m = a$, und $a = 45°$: Alſo

$$\tang n = \frac{\tang 45°}{\operatorname{Coſin} 70°}$$

wodurch man $n = 46° 31'$ erhält.

Es iſt aber der Sinus des geſuchten Winkels

$$= \frac{\sin 90° \sin 45'}{\sin 40° 31'}$$

$$= \frac{\sin 45°}{\sin 46° 31'}$$

Daraus genannter Winkel

$$= 77^\circ\ 3'.$$

§. 44.

In der Grube iſt ein Ort angewieſen, deſſen Streichen man weiß.

Nun iſt eines Ganges Streichen und Fallen bekannt, auch kann man auf ihm wenigſtens einen Punkt höher als das Ort annehmen:

Man ſoll angeben, wo mit dieſem Orte der Gang überfahren werde.

Auflöſung.

Iſt in 527 und 529, verbunden mit 516, enthalten.

Exempel.

Des Ganges Streichen ſey $= 4^h = \gamma$

Fallen $= 70^\circ = \varphi$

des Ortes Streichen $= 4^h = \eta$

Nun ſey von einem vor Ort angenommenen Punkte A bis in einen aufm Gange angenommenen höhern B ein Zug verrichtet, und dadurch

Sgt AB = 33, 721 Achtellr

Soh AB = 83, 523 = und

Oeſtl. Str. von AB = $5^h = \omega$

gefunden worden.

Aber

$$\mu = 5^h - 4^h = 1^h = 15^\circ$$

und auch

$$\nu = 15^\circ$$

Um nun die ſöhlige Länge zu finden, in der das Ort in dem Streichen 4^h bis an Gang zu treiben iſt, muß man erſtlich

$$\frac{\text{S AB sin } \mu}{\text{sin } (\mu - \nu)}$$

und

und dann

$$\frac{Sg^t\ AB\ Cot\ \Phi\ tg\ \mu}{\sin(\mu - \nu)}$$

Der erſte Theil iſt

$$= \frac{83,523 \times \sin 15^\circ}{\sin(15^\circ - 15^\circ)}$$

$$= \frac{83,523 \times \sin 15^\circ}{0}$$

$$= \infty$$

Der zweyte Theil kommt aus gleicher Urſache unendlich groß.

Man findet alſo die verlangte ſöhlige Länge des Orts unendlich groß. D. h. der Gang kann mit dem Orte nicht überfahren, wenn er das Streichen behält.

Dies hätten Anfänger ohne zu rechnen ſchon aus dem gleich großen Streichen des Ganges und Ortes ſchlieſſen können. Indeſſen war es gut ihnen zu zeigen, wie auch die Rechnung damit übereinſtimmt.

§. 45′.

Vorige Aufgabe aufzulöſen, wenn mit dem Orte der kürzeſte Weg nach dem Gange genommen werden ſoll.

Auflöſung.

Steht 531.

§. 46′.

Beyde Aufgaben laſſen ſich auch nach 533 löſen.

§. 47′.

Ob der Gang ſchon mit dem Orte überfahren und wo? entſcheidet 532.

§. 48′.

I. Auf einem Gange können verſchiedene Punkte angenommen, alſo ſein Streichen und Fallen gefunden werden;

II. Nun wird in der Gegend des Ganges Hangenden ein Schacht ſeiger abgeſunken:

Man fragt: ob dieſer Gang mit dieſem Schachte erſunken werde und wo?

Aufloſung.

Wird nach 535 und 538 bewerkſtelliget.

§. 49′.

Unter den Umſtänden I vor. Aufgabe, ſoll angegeben werden: Ob der Gang mit einem, von einem gegebenen Punkte in der Gegend ſeines Liegenden weg zu treibenden ſeigern Ueberſichbrechen erſchroten werde und wo?

Auflöſung.

Lehrt 536 und 539.

§. 50′.

Auf einem Gange, deſſen Streichen und Fallen bekannt, iſt ein Punkt A gegeben, von dem auf genannten Gange ein Schacht geſunken werden ſoll:

Man fragt: wie tief man zu ſinken habe, um damit einen andern überſetzenden Gang, von dem man gleichfalls Streichen und Fallen weiß, zuerbrechen.

Auflöſung.

Steht in 553 verbunden mit 551.

Exempel.

Durch den Zug der von B einem Punkte auf dem Creutze beyder Gänge, bis in A verrichtet worden, ſey der BA Größe oder $l = 35, 248$, Achtellr. der BA Neigung oder $\xi = 49°$, und ihr Streichen $\beta = 2^h$ gefunden worden.

Nun ſuche man aus dem Streichen und Fallen beyder Gänge die Lage ihrer Creutzlinie; dann aber nach 495 den Winkel n, (551 III).

Er ſey $= 35° 7'$.

Geſetzt

Geſetzt nun, man hätte aus der Creutzlinie und der BA Streichen den Winkel

$$\varphi = 73^\circ\ 13' \text{ (a. D. IV)}$$

und dadurch

$$\text{Cos } v = \text{Cosin } 49^\circ \text{ Cosin } 73^\circ\ 13',$$

wovon die Berechnung folgende iſt

$$\log \text{Cosin } 49^\circ = 0,8169429 - 1$$
$$\log \text{Cosin } 73^\circ\ 13' = 0,4605270 - 1$$
$$\overline{\quad 0,2774699 - 1}$$

Giebt $v = 79^\circ\ 5'$.

Nun berechnet ſich die zu ſuchende Tiefe folgender geſtalt.

Wenn B höher angenommen worden, als wo man vermuthet, daß der Schacht das Creutz bey der Gänge treffe: So rechne man nach der Formel

$$\text{I. } \frac{\sin (v + n)}{\text{Cosin } n} = \frac{35,248 \times \sin (79^\circ\ 5' + 35^\circ\ 7')}{\text{Cosin } 35^\circ\ 7'}$$

Es iſt aber

$$\log 35,248 = 1,5471345$$
$$\log \sin 114^\circ\ 12' = 0,9600520 - 1$$
$$\overline{\quad 1,5081865}$$
$$\log \text{Cosin } 35^\circ\ 7' = 0,9127440 - 1$$
$$\overline{\quad 1,5954425}$$

Giebt die verlangte Tiefe

$= 39,395$ Achtellr.

§. 51'.

Iſt ſchon auf dem Gange abgeſunken: So findet ſich, wie weit noch bis an den überſetzenden zu ſinken, nach 554.

§. 52'.

In der Grube hat man an einer Stelle eines Ganges Streichen und Fallen gefunden; an einer andern Stelle findet ſich von einem Gange eben das

Streichen, überdies, daß beyde nach einer Gegend zu fallen:

Man fragt: Ob letzterer Gang mit erſtern einerley ſey.

Auflöſung.

Entſcheidet XXVII.

§. 53.

Auf einem Gange deſſen Streichen γ und Fallen ϕ bekannt, iſt ein Punkt A (Fig. 169, 170) angewieſen, auch auſſer dem Gange ein Punkt B:

Man ſoll die ſenkrechte Entfernung BC dieſes Punktes von dem ihm am nächſten liegenden Saalbande genannten Ganges finden.

Auflöſung.

Erſter Fall: Wenn B in der Gegend des Hangenden liegt, (Fig. 169).

I. Man ziehe von A bis B:

II. Dadurch hat man der AB Seigerteufe, Sohle, und Streichen β, vorausgeſetzt, daß B höher als A liegt.

III. Läge B tiefer als A, in B′: So ſehe man B′ als den Anfangspunkt an.

IV. Nun ſuche man aus γ und β einen Winkel ψ (255),

V. Und man hat

$$BC = \mathfrak{Sg}\, AB \,\mathrm{Coſin}\, \phi - \mathfrak{S}\, AB \,\mathrm{ſin}\, \psi \,\mathrm{ſin}\, \phi$$

VI. Beweis.

Die durch A gehende ſöhlige Ebne HAD ſchneide die durch AB laufende ſeigere in AD, und die Fallebne BCDE durch B das Saalband in GE, und die ſöhlige Ebne HAD in ED.

Man fälle von B auf HAD das Loth BD, welches in der Fallebne liegt und GE in F ſchneidet.

Es

Es iſt aber

$$\mathfrak{W}\ DAE = \psi$$
$$GED = \varphi$$
$$AD = \mathfrak{S}\ AB$$
$$BD = \mathfrak{Sg}\ AB;$$

Ferner in dem bey E, D, C, rechtwinklichten AED, FDE, BCF Dreyecken

$$DE = AD\ \text{ſin}\ \psi$$
$$DF = DE\ \text{tg}\ \varphi$$
$$FB = BD - FD, \text{ und}$$
$$BC = BF\ \text{Coſin}\ \varphi;$$

woraus die Formel V folgt.

Eben die erhält man auf gleiche Art, wenn B niedriger als A, in B′ liegt, und die Seigerteufe für B′A genommen wird.

Zweyter Fall: Wenn B in der Gegend des Liegenden ſich befindet (Fig 170).

VII. Da mache man, was I, II, III, IV befielt:

VIII. Und man hat

$$BC = \mathfrak{S}\ AB\ \text{ſin}\ \psi\ \text{ſin}\ \varphi - \mathfrak{Sg}\ AB\ \text{Coſin}\ \varphi.$$

IX. Beweis.

In der 170. Figur haben gleiche Buchſtaben mit den in der 169ſten, einerley Bedeutung.

Und es iſt

$$DE = AD\ \text{ſin}\ \psi$$
$$FD = DE\ \text{tang}\ \varphi$$
$$FB = FD - BD, \text{ und}$$
$$BC = BF\ \text{Coſin}\ \varphi,$$

woraus VIII folgt.

Auch erhält man eben das auf gleiche Art für B niedriger als A, wenn man die Seigerteufe auf dieſes nun höhere A bezieht.

§. 54′.

Für beyde Fälle hat man

$$BC = \pm(\mathfrak{Sg}\ AB\ \text{Coſ}\ \varphi - \mathfrak{S}\ AB\ \text{ſin}\ \psi\ \text{ſin}\ \varphi).$$

§. 55'.

Man weiß eines Ganges Streichen und Fallen, und kann auf demſelben wenichſtens einen Punkt annehmen;

An einem andern Orte iſt ein anderer Gang erbrochen, von welchem man zur Zeit noch kein ordentliches Streichen und Fallen finden kann:

Man ſoll beſtimmen, ob der Punkt des neu erbrochenen Ganges auf der Ebne des ſchon bekannten liege; und wenn dies nicht, ob er in deſſen Hangenden oder Liegenden ſich befinde?

Aufloͤſung.

Man ſuche BC (54'):

Findet ſich ſelbiges = 0: So liegt der Punkt auf dem bekannten Gange;

Kommt aber BC poſitiv: So liegt er in der Gegend des Hangenden; in der des Liegenden aber, wenn man BC negativ erhält, (53').

Gefälle.

§. 56'.

Es iſt angewieſen, wo ein Waſſerlauf gefaßt, auch bis wohin er die Waſſer führen ſoll:

Man verlangt ſein Gefälle

Aufloͤſung.

Steht in 648, 649, 650.

Gegenörter.

§. 57'.

In der Grube iſt ein Ort angewieſen, auch ein anderes das mit jenem in einer Sohle liegt, und auf welchem ein Punkt gegeben, von dem weg ein Gegenort nach jenem getrieben werden ſoll:

Man ſoll dieſes Gegenortes Richtung finden.

Auflö-

Aufloͤſung.

Man ziehe von jenem Orte bis in dem angewieſenen Punkt:

So findet ſich nach 333 das Verlangte.

§. 58′.

In der Grube ſind zwey Oerter A, B [Fig. 171], wie in vor. § angewieſen; Von dem einen A ſoll nach dem andern B ein Gegenort in dem Streichen des Ortes B getrieben werden:

Man ſoll dazu auf dem Orte A einen Punkt C angeben.

Aufloͤſung.

Man ziehe von einem Punkte B, vor ganz Ort, bis in einen Punkt a auf die Strecke A, in Hangenden oder Liegenden derſelben, mit verlorner Schnur:

Dadurch weiß man der Ba Streichen, nebſt deſſen Beſchaffenheit, auch ihre Sohle.

Da nun der BC und aC Streichen, nebſt deſſen Beſchaffenheit bekannt: So weiß man in dem Dreyecke CBa den Winkel CBa, und den BCa:

Alſo hat man nach eb. Trig. 10 Satze

$$aC = \frac{S\,Ba \sin CBA}{\sin aCB}$$

§. 59′.

Ob mit dem Orte in Hangenden oder Liegenden auzuſitzen, entſcheidet, ob B in der Gegend des Hangenden oder Liegenden ſich befinde, welches man aus der aB Streichen und deſſen Beſchaffenheit urtheilen kann.

§. 60′.

Von einem ſeigern Schachte, oder auch ſeigern Ueberſichbrechen weg, ſoll nach einem angewieſenen Orte ein Gegenort getrieben werden:

Man

Man verlangt den Punkt, wo damit anzuſitzen, auch in welcher Richtung es zu treiben, iſt.

Aufloͤſung.

I. Aus des Ortes Streichen und deſſen Beſchaffenheit laͤßt ſich leicht beurtheilen, in welchem Schachtſtoſe angeſeſſen werden muß.

II. Man nehme alſo in dieſem einen Punkt A an.

III. Ziehe von ſelbigen bis in einen B vor ganz Ort auf der Sohle:

IV. Daraus findet ſich der Seigerteufe Sohle und Streichen (333).

V. Iſt die Seigerteufe $= 0$: So iſt A der verlangte Punkt;

VI. Erhaͤlt man ſelbige fallend und heißt die der Sohle von AB zu kommenden Roͤſche $= P$: So muß man an dieſem Schachtſtoſe $-$ Sg AB $+$ P niederwaͤrts meſſen, ſonſt Sg AB $+$ P aufwaͤrts.

VII. Der AB Streichen und deſſen Beſchaffenheit giebt des Gegenortes Richtung.

§. 61′.

Vorige Aufgabe ſoll fuͤr einen auf einen flachen Gange, deſſen Fallen $= \varphi$, geſunkenen Schacht aufgeloͤßt werden.

Aufloͤſung.

I, II, III, IV, V, voriger Aufloͤſung, findet auch hier Statt.

Bekommt man Sg AB fallend: So meſſe man am Schachtſtoſſe in einer Linie deren Neigung $= \varphi$ ſo viel niederwaͤrts als $\frac{-\text{Sg AB} + P}{\sin \varphi}$ betraͤgt, hingegen ſo viel als $\frac{+\text{Sg AB} + P}{\sin \varphi}$ giebt, aufwaͤrts, wenn Sg AB ſteigend.

In

In ſo ferne das Gegenort aus den kurzen Schachtſtößen weg getrieben werden muß: So giebt nicht der AB Streichen ſeine Richtung. Man findet aber ſelbige auf folgende Art:

Man ſuche einen Winkel, deſſen Tangente

$$= \frac{\mp \text{Sg } AB + p}{\text{S } AB \text{ Coſin } \varphi};$$

Aus dieſem und der BA Streichen, findet ſich (nach 256) eines, das, entgegengeſetzt genommen, des Ortes Richtung giebt.

§. 62.

Von einem in der Grube gegebenen Punkte A aus wird ein Ort in einem bekannten Streichen γ getrieben; man will in einer vorgeſchriebenen ſöhligen Entfernung ein Gegenort aus einem abzuſinkenden Schachte treiben:

Man ſoll den Punkt B am Tage, oder auch, auf einer in eben dem Streichen getriebenen Strecke, deren Sohle über A weg lauft, angeben, wo man ſich mit dem Schachte lagern müſſe, um damit in der gegebenen Entfernung niederzukommen; überdies, die ſeigere Tiefe des Schachtes bis auf des Gegenortes Sohle, das nach dem Schachte zu, entweder ſteigt oder fällt.

Auflöſung.

Steht in 423; 424, verbunden mit § 421.

§. 63.

Es iſt die Entfernung zweyer Gegenörter gegeben; auch die Länge, die von dem Orte, wo es am feſten iſt, in einer gewiſſen Zeit heraus geſchlagen, nebſt der Länge, um welche das andere Ort in eben der Zeit weiter fortgetrieben, wird;

Man ſoll die Zeit finden, in der, und den Punkt, wo beyde Oerter auf einander durchſchlägig zu machen ſind.

Auflö-

Auflöſung.

Findet ſich § 439.

Graben.

§. 64′.

Seinen Weg abzuſtecken.

Auflöſung.

Enthält 654

§. 65′.

Sein Gefälle anzugeben, wird nach 56′ bewerkſtelliget.

§. 66′.

Wenn der Anfangspunkt und Endpunkt des Grabens Sohle, auch ſein Weg angewieſen:

Die Tiefe oder Höhe ſeiner Sohle unter oder über jedem der zu des Grabens Weg auf der Erdfläche bemerkten Punkte zu finden.

Auflöſung.

Giebt 660, 661.

§. 67.

Unter gleichen Umſtänden eben das zu finden, wenn der Graben auf jede 100 Lachter ſöhliger Länge ein vorgeſchriebenes Gefälle haben ſoll.

Auflöſung.

Steht in 662.

§. 68′.

Der Endpunkt eines Grabens iſt gegeben:

Den dazu gehörigen Anfangspunkt zu finden.

Auflöſung.

Wird nach 672 bewerkſtelliget.

§. 69'.

Für einen Abzugsgraben zu finden, was 59' verlangt.

Aufloſung.

Findet ſich in 674.

§. 70'.

Wenn des Abzugsgrabens und obern Grabens Endpunkt gegeben, auch des erſtern ſein Gefälle:

Die ſeigere Entfernung des Anfangspunktes des Abzugsgraben von dem Endpunkte des obern Grabens zu finden.

Aufloſung.

Enthält § 675.

§. 71'.

Es iſt gegeben: des Abzugsgraben Endpunkt, ſeine ſöhlige Länge ſammt deren Streichen und deſſen Beſchaffenheit, auch die ſeigere Entfernung ſeines Anfangspunktes von des obern Grabens Endpunkte:

Man verlangt dieſen Endpunkt.

Aufloſung.

Giebt § 677.

Gradbogen.

§. 72'.

Ihn ſo genau als möglich in Grade und Viertelgrade zu theilen.

Aufloſung.

Steht 123.

§. 73'.

Seinen Gebrauch zeigt 128, 157, 319, 322.

§. 74'.

Die Unrichtigkeiten in des Gradbogens Abtheilungen zu beſtimmen.

Auflö-

Auflöſung.

Findet ſich in 138.

§. 75′.

Den Fehler in Sekunden zu beſtimmen, der wegen der Theilſtriche Dicke zu befürchten.

Auflöſung.

Steht in 139.

§. 76′.

Wenn des Gradbogens Haken verbogen:

Den Fehler zu finden, den man begienge, wenn man die Neigung, die ſo der Gradbogen giebt, für die wahre annähme.

Auflöſung.

Zeigt § 140.

§. 77′.

Zu finden, ob des Gradbogens Perpendikel genau im Mittelpunkte aufgehängt iſt; und wenn das ſich nicht ſo findet, wo es aufzuhängen iſt.

Auflöſung.

Steht in 144 und 145.

Grundriß.

§. 78′.

Die Fertigung eines Grundriſſes lehrt 396, bequemer 397.

§. 79′.

Für einen berechneten Zug und angenommenen Maaßſtab die Größe des Papieres, worauf der Grundriß verzeichnet werden ſoll, zu finden; vorausgeſetzt, daß die Mittagslinie dem einen Rande und die Aequatorslinie dem andern parallel laufe.

Auflöſung.

Sehe man § 404.

§. 80′.

§. 80′.

Den zu dem Grundriſſe nöthigen kleinſten Raum für einen berechneten Zug und gegebenen oder angenommenen Maaßſtab zu beſtimmen.

Aufloͤſung.

Zeigt 406.

§. 81′.

Verſchiedene Grundriſſe zuſammenzuſetzen, lernt man aus 410.

H.

Hauptſtreichen.

§. 82′.

Selbiges von einem Gange zu finden, lehrt 482.

Hoͤhen zu meſſen.

§. 83′.

Mittelſt des Barometers, lehrt 720; genauer 735.

§. 84′.

Die Hoͤhe eines Punktes auf der Erdfläche über den andern zu finden, kann auch nach 648, 649, 650 geſchehen; Und wenn beyde Punkte nicht weit von einander entfernt ſind, nach 333; darnach überhaupt jedes Punktes Hoͤhe von einem wenig weit entlegenen, (wie bey den meiſten Markſcheiderzügen vorkommt).

J.

Inhalt.

§. 85′.

Den Inhalt eines Dreyecks zu finden.

Aufloͤſung.

Findet ſich 688, wobey die Erinnerung 689 zu beobachten.

Exempel.

Es ſey

Strſ AB = 2, 568 Alr
Strk AB = — 1, 230,
Strſ BC = — 5, 100,
Strk BC = 7, 000;
Strſ CA = 0, 231,
Strk CA = 2, 111;

ꝛc So iſt

Strſ AB × Strk BC = 17,976
½ Strſ BC Strk BC = 17, 850
— ½ Strſ AB Strk AB = — 1, 57932
— ½ Strſ AC Strk AC = — 0, 2438205

Alſo:

17, 976	— 1, 57932
17, 850	— 0, 2438205
35, 826	— 1, 8231405
— , 8231405	
34, 0028595, Alr. Quadrat Maaß.	

§. 86′.

Den Inhalt einer ſoͤhligen Figur zu finden

Aufloͤſung.

Giebt § 692; beſſer 693, auch 694.

Exem-

Exempel zu 693.

Geſetzt, die Figur wäre ein Fünfeck, hätte lauter auswärtsgehende Winkel, und ihre Seiten wären AB, BC, CD, DE, EF, und gefunden worden

Strſ AB = 2, 568 Ltr
Strk AB = − 1, 230;
Strſ BC = − 5, 100
Strk BC = 7, 000;
Strſ CD = 0, 231
Strk CD = 2, 111
Strſ DE = 1, 000
Strk DE = 4, 511;
Strſ EA = 3, 000
Strk EA = 2, 010.

Alſo

Strſ AB + Strſ BC, oder Strſ AC = − 2, 532
Strk AB + Strk BC = Strk AC = 5, 770;
Strſ AC + Strſ CD = Strſ AD = − 2, 301
Strk AC + Strk CD = Strk AD = 7, 881

Nun hat man den Inhalt für drey Dreyecke zu ſuchen.

Für das erſte iſt

Strſ AB Strk BC = 17, 976
½ Strſ BC Strk BC = 17, 850
− ½ Strſ AB Strk AB = − 1, 57932
− ½ Strſ AC Strk AC = − 7, 30482

17, 976	− 1, 57932
17, 850	− 7, 30482
35, 82600	− 8, 88414
− 8, 88414	
26, 94186 Ltr. q. M.	

Für das zweyte:

Strſ AC Strk CD = 0, 584892,
½ Strſ CD Strk CD = 0, 2438205

— ½ Strſ AC Strk AC = — 7, 90982
— ½ Strſ AD Strk AD = — 9, 0665905

0, 7287125
— 16, 9764105

16, 2476980 Alr. Q. M.

Daß man hier etwas negatives erhält, kommt nicht in Betrachtung, weil hier auf keine Lage der Dreyecke Rückſicht genommen werden darf und des erſten Dreyecks Inhalt um den des zweyten vermehrt werden muß, damit man den Inhalt des Fünfeckes weniger dem des dritten Dreyecks erhält.

Für das dritte Dreyeck:

Strſ AD Strk DE = 2, 301 Achtellr,
½ Strſ DE Strk DE = 2, 2555
— ½ Strſ AD Strk AD = — 9, 0670905
— ½ Strſ AE Strk AE = — 3, 0150000

4, 5565 Alr.
— 12, 0820905

7, 5255905 Alr. Q. M.
26, 9418600
16, 2476980

50, 7151485, Alr. Q. M.

§. 87.

Den Inhalt eines Teichſpiegels zu finden.

Aufloſung.

Steht 695.

§. 88.

Den Inhalt eines Teichdammes zu finden.

Auflöſung.

Findet man in 701.

§. 89.

Den Inhalt eines Teiches zu berechnen, kann nach 703 geſchehen.

K.

K.

Kreuzlinie.

§. 90′.

Das Streichen und Fallen zweyer Gänge ſind gegeben:

Man verlangt das Streichen und den Neigungswinkel ihrer Kreuzlinie.

Auflöſung.

Geſchieht nach 489.

§. 91′.

Man weiß das Streichen und Fallen zweyer Gänge; Auch iſt auf jedem ein Punkt A, B, gegeben:

Man ſoll einen Punkt ihrer Kreuzlinie finden, der mit einem der beyden gegebenen Punkten in einer ſöhligen Ebne liegt.

Auflöſung.

Wird nach 498 bewerkſtelliget.

§. 92′.

Danach, verbunden mit 396, kann man den geſuchten Punkt der Kreuzlinie in Grundriß verzeichnen.

§. 93′.

In Grundriß einen Punkt der Kreuzlinie zu beſtimmen, der ſich auf einer höhern oder tiefern ſöhligen Ebne als die durch einen A der gegebenen Punkte A, B auf beyden Gängen, befindet.

Auflöſung.

Man ziehe von einem der gegebenen Punkte A bis zum andern B; und dann bis in einen Punkt C auf die gegebene höhere oder tiefere ſöhlige Ebne.

Verzeichne in Grundriß einen Punkt D der Kreutzlinie, der ſich auf der ſöhligen Ebne durch A befindet;

Ziehe durch dieſen Punkt D eine Linie in der Kreutzlinie Streichen,

Und nehme darauf von D weg, ſo viel als Sg AC Cot φ giebt; wo φ der Kreutzlinie Fallen.

Wohinzu das getragen werden muß, läßt ſich beurtheilen, wenn man auf der gegebenen höhern oder tiefern ſöhligen Ebne nach Gefallen Punkte mit im Zuge nimmt, und ſelbige mit in Grundriß verzeichnet.

§. 94.

Wenn man in Grundriß einen Punkt der Kreutzlinie zweener nach ihrem Streichen und Fallen bekannten Gängen beſtimmt, und dadurch eine Linie in der Kreutzlinie Streichen zieht (eb. Tr. 7. S. 3.): So iſt dieſe dadurch in Grundriß verzeichnet;

In Seigerriß, wenn man aufn Grundriß zween Punkte der Kreutzlinie beſtimmt (931), die auf zwo ſöhlige Ebnen liegen, deren ſeigere Entfernung von einander durch den Zug bekannt iſt, und dann dieſe Punkte in Seigerriß verzeichnet (399).

§. 95.

Es iſt ein Punkt der Kreutzlinie zweener Gänge, deren Streichen und Fallen bekannt, gegeben;

Von dieſem Punkte ſoll auf dem Kreutze dieſer Gänge ein Schacht abgeſunken werden:

Man fragt: in welcher Lage dies geſchehen muß?

Aufloͤſung.

Man ſuche das Streichen und Fallen der Kreutzlinie nach 489.

Eine ſolche Lage muß auch der Schacht haben.

§. 96.

Vorſtehender § gilt auch beym Ueberſichbrechen.

§. 97.

§. 97′.

Auf einer Strecke die auf einem Gange deſſen Streichen und Fallen bekannt getrieben, iſt vor Ort auf der Sohle ein Punkt A gegeben; Auch weiß man das Streichen und Fallen eines andern Ganges, auf dem man wenigſtens einen Punkt B annehmen kann:

Man ſoll von dieſem weg einen Punkt C angeben, wo man ſich mit einem Schachte lagern müßte, den man auf dem Kreutze beyder Gänge abſinken will; Auch verlangt man die Lage des Schachtes.

Aufloͤſung.

Man ziehe von B bis A.

Daraus läßt ſich der BA Sohle und Streichen finden, und denn nach 498 die Größe einer ſöhligen Linie die in dem Streichen der Strecke von A aus abgegeben den verlangten Punkt beſtimmt, welcher allemal bey einem tiefern B als A dahin zu liegt, wohin der andere Gang, (auf dem B liegt) aufſteigt, bey einem höhern B aber als A, wohin gleichgenannter Gang fällt.

Nun kann man aus dem gegebenen Streichen und Fallen beyder Gänge die Lage ihrer Kreutzlinie finden, welche des Schachts ſeine giebt.

§. 98′.

Von einem Gange A (Fig. 171) bis zu einem andern B, der jenem zufällt, iſt ein Querſchlag AB getrieben;

Man weiß dieſer Gänge Streichen γ, γ' und Fallen φ, φ';

Auch das Streichen η in welchem der Querſchlag getrieben, (333);

Jmgleichen deſſen ſöhlige Länge AB.

Nun ſoll von dieſem Querſchlage ein ſeigerer Schacht DE geſunken werden, um mit dieſem das Kreutz EC beyder Gänge zu erbrechen:

Man verlangt den Punkt D, wo man ſich mit dem Schacht zu lagern habe.

Aufloͤſung.

Der geſuchte Punkt iſt da, wo die durch die Kreutzlinie CE laufende ſeigere Ebne CDE den Querſchlag AB ſchneidet.

Nun ſey DC der Durchſchnitt genannter Ebne mit der durch A, B, laufenden ſöhligen, welche den Gang deſſen Streichen γ und Fallen φ in AC und den deſſen Streichen γ' und Fallen φ' in BC ſchneide.

Man ſuche der Kreutzlinie CE Streichen β, (489), welches auch der DC zukommt (42).

Nach 251 läßt ſich finden

W. BCA, aus γ und γ';
DCA, aus β und γ
CBA aus γ' und η
CAD aus γ und η oder durch $180° - (CBA + BCA)$

Man hat daher

$$AC = \frac{AB \sin CBA}{\sin BCA}$$

und

$$AD = \frac{AC \sin ACD}{\sin (ACD + CAD)}, \text{(Trig. 10 S.)}$$

$$= \frac{AB \sin CBA \sin ACD}{\sin BCA \sin (ACD + CAD)}.$$

Hier laſſen ſich bequem die Logarithmen anbringen.

Auf eben die Art findet ſich

$$BD = \frac{AB \sin CAB \sin BCD}{\sin BCA \sin (DBC + DCB)}$$

§. 99.

§. 99.

1) Eine Regel in Worten für vor. § iſt:

I. Man ſuche aus dem Streichen γ des einen Ganges und dem η des Querſchlages einen Winkel, (nach 251);

II. Desgleichen aus dem Streichen γ' des andern Ganges und dem β der Kreuzlinie;

III. Auch einen aus dem Streichen beyder Gänge,

IV. Und noch einen, indem man die Summe der in I, und III gefundenen Winkel von zween rechten abzieht.

V. Nun mache man das Produkt der Sinuſſe der Winkel, die I, II giebt;

VI. Und multiplicire ſelbiges durch des Querſchlages ſöhlige Länge.

VII. Hierauf multiplicire man den Sinus des Winkels in III in den Sinus der Summe der in IV und II berechneten Winkel.

VIII. Dieſes Produkt dividire man in das, was VI giebt:

VIIII. So erhält man eine ſöhlige Länge deren Streichen η und die auf dem Querſchlage von dem Gange weg, deſſen Streichen man bey Berechnung des Winkels in II gebraucht hat, nach dem andern Gange zu abgegeben werden muß.

X. Will man ſich der Logarithmen bedienen:

So addire man die Logarithmen der Sinuſſe der Winkel in I, II zu dem Logarithmen des Querſchlags ſöhlige Länge;

Von dieſer Summe ziehe man die der Logarithmen der Faktoren des Produkts in VII ab:

So erhält man den Logarithmen der geſuchten ſöhligen Länge VIIII.

2) Exempel.

Es ſey

$AB = 50$ Lachter

$\gamma = 10^h$ und von A aus nach C zu weſtlich

$\gamma' = 4^h$ und von B aus nach C zu öſtlich

$\eta = 7h$ und von B weg öſtlich

$\beta = 5h$

So iſt der Winkel

$$\text{I.} = 10^h - 7h = 3^h$$
$$= 45^\circ$$
$$\text{II.} = 1^h = 15^\circ$$
$$\text{III.} = 4^h + 12^h - 10^h = 6h$$
$$= 90^\circ$$
$$\text{IV.} = 3^h = 45^\circ.$$

Nun iſt

$$\log \sin 45^\circ = 0,8494850 - 1$$
$$\log \sin 15^\circ = 0,4129962 - 1$$
$$\log 400 \text{ Alr} = 2,6020600$$
$$\overline{1,8645412}$$
$$\log \sin 90^\circ = 0,0000000$$
$$\log \sin (45^\circ + 15^\circ) = 0,9375306 - 1$$
$$\overline{1,9270106}$$

Giebt 84, 530 Alr.

So viel muß man auf dem Querſchlage von dem Gange weg deſſen Streichen $\gamma' = 4^h$ nach dem andern zu ſöhlig meſſen.

§. 100′.

Des Schachts in 98′ ſeine Tiefe DE zu finden.

Auflöſung.

Man ſuche der Kreutzlinie Fallen DCE (489), Ueberdies

$$DC = \frac{AC \sin CAD}{\sin CDA} \text{ (eb. Trig. 10 S.)}$$

$= AB$

$$= \frac{AB \sin CBA \sin CAD}{\sin BCA \sin CDA}.$$

Daher

$$DE = CD \tang DCE$$

$$= \frac{AB \sin CBA \sin CAD \tang DCE}{\sin BCA \sin CDA.}$$

$$= \frac{AB \sin CBA \sin CAD \tang DCE}{\sin BCA \sin (DCB + CAD)}$$

§. 101′.

Dieſe Formel in Worten ausgedruckt heißt:

I. Man ſuche aus dem Streichen γ' des einen Ganges und dem des Querſchlages einen Winkel.

II. Desgleichen einen aus dem Streichen γ des andern Ganges und dem des Querſchlages;

III. Auch einen aus dem Streichen beyder Gänge,

IV. Und einen indem man von zween rechten abzieht die Summe des Winkels in II und des den man nach 251 aus dem Streichen β der Kreuzlinie und dem γ' des einen Ganges berechnet hat.

V. Nun mache man ein Produkt deren Faktoren des Querſchlages ſöhlige Länge, die Sinuſſe der Winkel in I, II, und die Tangente des Neigungswinkel der Kreuzlinie ſind

VI. Noch eines aus den Sinuſſen der Winkels in III, IV.

VII. Und dividire jenes durch dieſes.

VIII. Wollte man ſich der Logarithmen bedienen:

So addirte man die Logarithmen der Faktoren in V, und zieht von dieſer Summe die Summe der Logarithmen oder Faktoren in VI, ab;

Man erhält dann den Logarithmen der verlangten Tiefe.

§. 102′.

Vorſtehende Formeln (98′, 100′) ſind für den Fall, wenn beyde Gänge einerley Streichen haben, nicht brauchbar.

Dafür laſſen ſich die Aufgaben 98′, 100′ folgendergeſtalt löſen:

Die Fallinien BE, AE kommen in den Punkt E der Kreuzlinie zuſammen, wo auch der Schacht DE eintreffen muß.

Nun iſt DAE des Ganges durch A Fallen $= \varphi$, und DBE des durch B, $= \varphi'$;

Auch iſt der Winkel BEA $= 180° - (\varphi + \varphi')$.

Ferner hat man

$$AE = \frac{AB \sin \varphi}{\sin(\varphi + \varphi')};$$

Daher

$$AD = AE \operatorname{Coſin} \varphi$$

$$= \frac{AB \operatorname{tang} \varphi}{\sin(\varphi + \varphi')};$$

$$DE = AE \sin \varphi$$

$$= \frac{AB \operatorname{Cotang} \varphi}{\sin(\varphi + \varphi')}$$

Man multiplicire alſo die ſöhlige Länge des Querſchlages in die Tangente des Fallen desjenigen Ganges, von dem aus man den verlangten Punkt beſtimmen will; Auch in die Cotangente gleich genannten Winkels; Jedes dieſer Produkte dividire man durch den Sinus der Summe der Neigungswinkel beyder Gänge: So giebt der erſte Quotient die abzugebende ſöhlige Länge, und der zweyte des Schachts Tiefe.

§. 103′.

Man weiß auf einer Strecke einen Punkt der Kreuzlinie zweener Gänge (498):

Man

Man ſoll am Tage einen Punkt beſtimmen, von welchem ein ſeigerer Schacht abgeſunken das Kreutz beyder Gänge auf der vorgegebenen Strecke erbrochen werden kann.

Aufloͤſung.

Man bringe die Oertung des bekannten Punktes der Kreutzlinie zu Tage aus, (427).

§. 104′.

Dadurch findet ſich auch zugleich dieſes Schachtes Tiefe, (333).

L.

Lachter.

§. 105′.

Eine gegebene Anzahl Lachter in Rheinländiſches Maaß, und umgekehrt, zu verwandeln.

Aufloͤſung.

Zeigt 62.

§. 106′.

Ein Lachter in ein anderes und deſſen Theile zu verwandeln.

Aufloͤſung.

Steht 67.

§. 107′.

Zu finden, wieviel eine vorgegebene Zahl, die das Lachter in Decimaltheilen ausdruckt, Achtellachter enthält.

Aufloͤſung.

Giebt § 69.

Lachterkette.

§. 108′.

Sie zu prüfen und ihre Fehler bey Meſſung gerader Linien zu finden.

Auflöſung.

Zeigt 111, 112, 115, 116.

Lachtermaasſtab.

§. 109′.

Einen verjüngten Lachtermaasſtab zu fertigen.

Auflöſung.

Findet ſich 379.

Lachterſtab.

§. 110′.

Einen in Primen zu theilen

Auflöſung.

Lehrt 86.

Linie.

§. 111′.

Einer geraden Linie Größe und Lage zu finden; auch ihre Sohle und Seigerteufe.

Auflöſung.

Davon 323 nebſt 263; 333 verbunden mit 752.

§. 112′.

Eine gerade Linie zu beſtimmen, die ein gegebenes Streichen und Sohle hat.

Auflöſung.

Trift man in 276 an, womit noch 749 zu verbinden.

§. 113′.

§. 113'.

Die Größe einer Linie zu beſtimmen, wenn ihre Seigerteufe und Neigung; oder dieſe und ihre Sohle, gegeben.

Aufloͤſung.

Steht in 270, 5); 270, 7).

§. 114'.

Zu finden was 113' verlangt, wenn Sohle und Seigerteufe gegeben

Aufloͤſung.

Die hat man in 268, 1).

§. 115'.

Aus einem gegebenen Punkte uͤber Tage eine gerade Linie zu beſtimmen, die ein gegebenes Streichen und Fallen hat.

Aufloͤſung.

Lehrt 223; Auch 632.

M.

Magnetabweichung.

§. 116'.

Die Magnetabweichung an einem Orte zu finden, wenn da eine Mittagslinie gezogen iſt.

Aufloͤſung.

Findet ſich in 240.

§. 117'.

Mittelſt eines Weltkoͤrpers die Magnetabweichung und deſſen Beſchaffenheit zu finden.

Aufloͤſung.

Lehrt § 243.

Beyſpiel.

An einem Orte, deſſen Breite $= 51^\circ$ nördlich, geht der Syrius den 23 Jänner 1782 früh zwiſchen 2 und 3 Uhr unter:

Wie groß iſt da die Magnetabweichung?

Dieſes Sterns Deklination iſt ſüdlich, und man kann ſie zu unſerer Abſicht itzt $16^\circ\, 25'$ ſetzen: Daher findet man nach der zweyten Tafel Herrn Röhls Anleitung zur Steuermannskunſt die Untergangsamplitude ſüdlich und

$$= 25^\circ\, 57' = a$$
$$= 1^h\, 5\tfrac{3}{4}\, p.$$

Wäre nun

$$\beta^h = 3^h\, 2$$

gefunden worden: So hätte man

$$d^h = 6^h - 1^h\, 5\tfrac{3}{4}\, p - 4^h\, 2\ (243, \text{VIII}).$$
$$= 4^h\, 2\tfrac{1}{4}\, m - 3^h\, 2$$
$$= 1^h\, 0\tfrac{1}{4}\, m$$

Alſo die Abweichung öſtlich (a. O. IX.).

§. 118'.

Die Magnetabweichung und deſſen Beſchaffenheit mittelſt zuſammengehörigen Höhen eines Weltkörpers zu finden.

Aufloſung.

Lehrt 244.

Beyſpiel.

Wenn, indem die Capella im Fuhrmanne eine Höhe von 30° auf der Morgenſeite hat,

$$\beta^h = 7^h\, 2\tfrac{1}{2}$$

uud bey eben dieſer Höhe auf der Abendſeite

$$b^h = 7^h$$

beobachtet worden iſt: So erhält man

d^h

$$d^h = \frac{1}{2}(12^h - 7^h - 7^h\,2\tfrac{1}{2})$$
$$= \frac{1}{2}(5^h - 7^h\,2\tfrac{1}{2})$$
$$= -\frac{1}{2}.\,2^h\,2\tfrac{1}{2}$$
$$= -1^h\,1\tfrac{1}{4};$$

alſo weſtlich, (244 III, IV).

Mittagslinie.

§. 119′.

Eine zu ziehen

Aufloͤſung.

Die lehrt 236.

§. 120′.

Eine gezogene Mittagslinie zu pruͤfen.

Aufloͤſung.

Findet ſich in 239.

Mikrometer.

§. 121′.

An den Lachterſtab eine Mikrometerſchraube anzubringen, damit ſehr kleine Theile des Lachters anzugeben.

Hiervon handelt 102.

Mundloch.

§. 122′.

Zu finden, wo am Tage mit dem Mundloche eines Stollns anzuſitzen iſt, wenn ſelbiger in einem gegebenen Streichen nach einem in der Grube angewieſenen Punkte getrieben werden ſoll.

Aufloͤſung.

Giebt § 437, 1) verbunden mit 435.

Exempel.

Durch den Zug von dem angewieſenen Punkte A bis in einem A am Tage mit verlorner Schnur, ſey gefunden worden (333):

Sg AH = 87, 532 Alr. ſteigend,
S AH = 50, 711 =
Str. von AH = 5h öſtlich;

überdieß ſey das gegebene Streichen = 3h.

Nun die ſöhlige Länge zu berechnen, die von H aus hier in dem weſtlichen Streichen 9h abgegeben werden muß, hat man

δ = 2h, (435; 255 V)
= 30°;

log S AH = log 50, 711 = 1, 7061022
log ſin 30° = 0, 6989700 − 1

1, 4050722

Giebt die verlangte ſöhlige Länge
= 25, 414 Alr.

Der Endpunkt dieſer ſöhligen Linie liegt über den geſuchten Punkt 87, 532 Alrchter.

§. 123.

Das Mundloch eines Stollns anzugeben, wenn mit ſelbigem auf dem Ausſtreichen des Ganges angeſeſſen werden ſoll, auf dem ein Punkt angewieſen, in den man mit dem Stolln in gewöhnlicher Röſche einkommen ſoll.

Aufloͤſung.

Man ſuche erſtlich das Streichen in dem der Stolln aufn Gange mit gewöhnlicher Röſche getrieben werden muß, (424, II, III);

Dann aber verfahre man nach 435.

Exempel.

Des Ganges Fallen ſey = 70°

Strei-

Streichen $= 15^\circ$
$\vartheta = 7'$ (424, II *)

Nun ſuche man einen Winkel deſſen Sinus = Cot 70° tang $7'$.

Die Berechnung iſt:

$$\log \text{Cot } 70^\circ = 0,5610659 - 1$$
$$\log \text{tang } 7' = 0,3088248 - 3$$

Giebt $2' 30''$. $\quad 0,8698907 - 4$

Der Gang falle recht: So findet ſich nach 256 I das verlangte Streichen $= 15^\circ\ 2'\ 30'' = 1^h\ 0\frac{3}{128}$; dieſer Bruch iſt ſo klein, daß er in der Ausübung ohne merklichen Irrthum auſſer Acht gelaſſen werden kann. Ueberhaupt kann man in den meiſten Fällen das Streichen des Ganges und das des darauf mit gewöhnlicher Röſche zu treibenden Stollns ohne merklichen Fehler für eines annehmen.

Dieſes gefundene Streichen braucht man nun Statt des angegebenen in vor. §.

§. 124.

Das Mundloch eines Stollns anzugeben, wenn derſelbe erſt in Quergeſtein getrieben werden ſoll, dergeſtalt daß damit ein Gang, deſſen Streichen und Fallen bekannt, in einer vorgeſchriebenen Seigerteufe p erreicht werde und dann auf dieſem Gange der Stolln in einen auf ſelbigem gegebenen Punkt A einkomme

Aufloͤſung.

Man ziehe von dem gegebenen Punkte A (Fig. 173) bis in einen H am Tage mit verlornerner Schnur,

Und beſtimme von H aus einen Punkt K des Ganges Ausſtreichen.

Von K aus aber eine Linie KL deren Streichen γ und Fallen φ = dem des Ausgehenden und die ſo lang iſt als $\frac{Sg\,AK - p}{\sin \varphi}$ giebt; (223); Oder ſtatt deſſen,

nach 276 eine ſöhlige Linie KR = ML deren Streichen γ und Länge $= \frac{\text{Sg AK} - \text{P}}{\tan \varphi}$;

Endlich gebe man von L weg nach dem Abfalle des Gebürges zu einen Punkt N ab, der um die Seigerteufe p tiefer als L liegt, (653).

N.

Neigung; Neigungswinkel.

§. 125′.

Die Neigung einer Linie zu finden, wenn ihre Sohle und Seigerteufe bekannt.

Auflöſung.

Steht § 268, 2).

Exempel.

Es ſey die

Seigerteufe = 87, 350 Ltr fallend
Sohle = 211, 700 =

So iſt

log 87, 350 = 1, 9412629
log 211, 700 = 2, 3257209

0, 6155420 — 1

Kann als der Logarithme der Tangente von 22 Grade 25 Minuten angenommen werden.

Da die Seigerteufe fallend: So iſt die Tangente negativ, und die Neigung würde folglich 180° — 22° 25′ = 157° 35′ ſeyn, alſo die Linie widerſinnig fallen; aber 22° 25′ wird der Gradbogen für der Linie Neigung geben.

§. 126′.

§. 126′.

Man weiß einer Linie wahre Länge und Seigerteufe:

Man verlangt ihren Neigungswinkel.

Auflöſung.

Findet ſich § 270, 2).

§. 127′.

Aus der Länge und Sohle einer Linie ihre Neigung zu finden.

Auflöſung.

Dazu dient die Formel in 270, 4).

D.

Obſervirte Streichung.

§. 128′.

Eines Ganges und Flötzes obſervirte Streichung abzunehmen, wird in XIII gelehrt.

§. 129′.

Die obſervirte Streichung β aus der reducirten Streichung γ und Magnetabweichung d zu finden.

Auflöſung.

Giebt § 249.

Exempel.

I. Die Magnetabweichung d ſey $= 1^h\ 1\frac{1}{4}$ öſtlich, und von der nämlichen Beſchaffenheit auch die reducirte Streichung $\gamma = 9^h\ 3$:

So hat man die obſervirte, oder

$$\beta = 9^h\ 3 - 1^h\ 1\tfrac{1}{4}$$
$$= 8^h\ 1\tfrac{3}{4} \text{ öſtlich.}$$

 II. Wäre

II. Wäre das öſtliche

$\gamma = 0^h\ 3$:

So fände ſich

$\beta\ 12^h - 1^h\ 1\frac{1}{4} + 0^h\ 3$

$= 11^h\ 1\frac{3}{4}$, weſtlich.

III. Wäre γ in I und II weſtlich geweſen: So hätte man in I, $\beta = 8^h\ 1\frac{3}{4}$ weſtlich und in II, $\beta = 11^h\ 1\frac{3}{4}$ öſtlich, gefunden.

IV. Für d $= 1^h\ 1\frac{1}{4}$ weſtlich und γ wie in I, hat man

$\beta = 10^h\ 4\frac{1}{4}$

und zwar öſtlich, weil $9^h\ 3 < 12^h - 1^h\ 1\frac{1}{4}$.

V. Wäre γ, (I) weſtlich gegeben: So hätte man β wie vorhin aber weſtlich erhalten.

VI. Für $\gamma = 11^h$ und öſtlich, und d in IV, hat man

$\beta = 11^h\ 3 - (12^h - 1^h\ 1\frac{1}{4})$, [249 VI].

$= 11^h\ 3 - 10^h\ 6\frac{3}{4}$

$= 0^h\ 4\frac{1}{4}$

und öſtlich, weil hier $\gamma^h > 12^h - d^h$

VII. Wäre $\gamma = 11^h\ 3$ weſtlich: So hätte man β wie in VI, aber weſtlich, (249 VIII).

§. 130.

Wenn man weſtliches Streichen allemal ſo ausdruckt, wie 204 erfodert: So kann man β durch die einzige Formel

$\gamma + d$

finden, wenn man nur auf das Poſitive und Negative gehörig Acht hat.

Im IV vor. §s war d $= 1^h\ 1\frac{1}{4}$ weſtlich gegeben, alſo $= -10^h\ 6\frac{3}{4}$, und man hat für $\gamma = 11^h\ 3$ öſtlich,

$\beta = 11^h\ 3 + (-10^h\ 6\frac{3}{4})$

$= 0^h\ 4\frac{1}{4}$

poſitiv, alſo öſtlich.

Wäre

Wäre $\gamma = 11^h\ 3$ weſtlich gegeben, alſo $= - 0^h\ 5$; So findet ſich

$$\beta = -0^h\ 5 + (-10^h\ 6\tfrac{3}{4})$$
$$= -11^h\ 3\tfrac{3}{4}$$
$$= 0^h\ 4\tfrac{1}{4} \text{ weſtlich,}$$

wie gehörig

Hätte man $\gamma = 1^h$ weſtlich, alſo $= -11^h$ gefunden: So fände ſich

$$\beta = -11^h + (-10^h\ 6\tfrac{3}{4})$$
$$= -21^h\ 6\tfrac{3}{4}$$

als ein erhabner Winkel, der zugehörige Hohlwinkel iſt

$$= 24^h - 21^h\ 6\tfrac{3}{4}$$
$$= +2^h\ 1\tfrac{1}{4}, \ (204).$$

Oertung.

§. 130'.

Eines Punktes A Oertung B anzugeben.

Auflöſung.

Enthält § 427 verbunden mit 425.

Exempel.

Des Punktes A Oertung an den Tag zu bringen.

Man ziehe von A bis in H auf dem Gebürge mit verlorner Schnur.

Geſetzt nun, man hätte dadurch

Sg AH = 50, 211 Ltr
Strſ AH = 25, 010
Strk AH = — 10, 205

berechnet: So muß man der AH Sohle ſuchen, und dieſe von H weg in einem Streichen abgeben, das mit dem der HA übereinkommt.

Erſtlich, dieſes Streichen zu finden, nach 285:

log 25, 010 = 1, 3981137
log — 10, 205 = 1, 0088130

0, 3893007

Giebt 67° 48′ = 4^h 5 m.

Da der Streichkoſinus negativ: ſo iſt das verlangte Streichen von AH = 7^h 3 p öſtlich: Folglich das der HA eben ſo groß und weſtlich, (62).

Zweytens, SAH zu berechnen, nach 287, 3):

log 50, 211 = 1, 7007989
log ſin 67° 48′ = 0, 9665503 — 1

1, 7342486

Giebt SAH = 54, 231 Ltr.

Beſtimmt man alſo von H aus eine ſöhlige Linie (276) = 54, 231 Ltr, und deren Streichen = 7^h 3 p weſtlich: So trift ein an dem Endpunkte ſeiger niedergeſchlagene Pfahl in die verlangte Oertung.

Ort; Strecke; Stolln.

§. 131′.

Es ſoll von einem angewieſenen Punkte bis über oder unter einem andern gegebenen ein Ort mit gewöhnlicher Röſche getrieben werden:

Man verlangt ſeine Länge, und Streichen.

Aufløſung.

Man verrichte von dem einen der gegebenen Punkte bis in den andern einen Zug:

Dadurch hat man des Orts ſöhlige Länge = S und ſein Streichen nebſt deſſen Beſchaffenheit, (333).

Hierauf berechne man den Röſchenwinkel ϑ nach 424 II *)

Und man hat die verlangte Länge

= S Coſin ϑ.

§. 132′.

§. 132′.

Zu finden, wie tief ein Ort in das Gebürge eingekommen iſt; oder Seigerteufe eingebracht hat.

Aufloͤſung.

Steht 432.

§. 133′.

Zu finden, wie tief ein Ort mit ſeiner Sohle in das Gebürge einkomme, nachdem es von einem auf genannter Sohle gegebenen Punkte A aus, in einem vorgeſchriebenen Streichen fortgetrieben worden und eine gewiſſe ſöhlige Länge erreicht hat.

Aufloͤſung.

Findet ſich in 433.

§. 134′.

Auf einem Gange deſſen Streichen und Fallen bekannt, wird ein Ort getrieben:

Man ſoll die ſöhlige Länge angeben, in der das Ort bis an einen überſetzenden Gang, von dem man ſeine Lage weiß, zu treiben iſt.

Aufloͤſung.

Man nehme vor Ort auf des Ganges einen Saalbande einen Punkt A an, und verrichte bis in einen Punkt auf dem gleichnamigen Saalbande des andern Ganges, einen Zug.

Daraus erhält man die Data, die nach 498 zu Berechnung des Geſuchten nöthig ſind, und die Rechnung ſelbſt wird n. a. § bewerkſtelliget.

§. 135′.

Ein Ort wird nach einem vorliegenden Gange, deſſen Streichen und Fallen man hat finden können, in einer gegebenen Stunde getrieben:

Man verlangt die ſöhlige Länge in der das Ort fortzutreiben, ehe mit demſelben der Gang erbrochen wird.

Aufløſung.

Giebt § 527 verbunden mit § 516.

§. 136′.

Soll das Ort mit gewöhnlicher Röſche getrieben werden: So findet ſich ſeine Länge, bis wo mit deſſen Sohle der Gang erbrochen wird, nach § 529

Die Länge aber bis wo mit des Orts Fürſte der Gang auszurichten iſt, nach 530.

§. 137′.

Soll mit dem Orte der kürzeſte Weg nach dem Gange genommen werden: So iſt dadurch des Ortes Streichen gegeben, und das was 135′ verlangt wird nach 518 gefunden, das geſuchte in vor. § aber nach 529, 530.

§. 138′.

Bey dieſen Aufgaben (135′, 136′, 137′), kommt ſtillſchweigend die Frage vor: Ob der Gang ſchon mit dem Orte überfahren worden?

Die Entſcheidung geſchieht nach § 532.

§. 139′.

Auf einem Gange deſſen Lage bekannt, iſt ein Schacht BD (Fig. 174) abgeſunken;

Bis an ſelbigem ſoll auf dem nämlichen Gange von einem angewieſenen Punkte A aus ein Ort AD getrieben werden:

Man fragt: Wie weit es bis dahin ſöhlig, oder mit gewöhnlicher Röſche zu treiben iſt.

Aufløſung.

Steht § 548; 550.

§. 140′.

Zu finden, wo zwey in verſchiedener Tiefe getriebene Oerter übereinander einkommen

Aufløſ=

Aufloͤſung.

Enthaͤlt § 440.

Ob dieſe Oerter ſchon uͤber einander eingekommen? entſcheidet 443.

P.

Punkt.

§. 141′.

Von einem am Tage gegebenen Punkte A aus, ſoll man einen Punkt B beſtimmen, der um eine vorgeſchriebene Seigerteufe hoͤher als A liegt, doch ſo daß AB eine gegebene Sohle und obſervirte Streichung habe.

Aufloͤſung.

Nach 276 beſtimme man eine Linie, die die gegebene obſervirte Streichung und Sohle hat,

Und meſſe von dieſer ſoͤhligen Linie Endpunkte ſo viel ſeiger in die Hoͤhe, als die gegebene Seigerteufe befielt.

§. 142′.

Mißt man ſo viel ſeiger niederwaͤrts:

So beſtimmt man einer Linie Endpunkt B der um die gegebene Seigerteufe tiefer als A liegt, und uͤbrigens der Bedingung vor. § entſpricht.

§. 143′.

Auf des Gebuͤrges Oberflaͤche iſt ein Punkt A gegeben, auch ohngefehr die Gegend, wohin zu ein anderer Punkt auf dem Gebuͤrge mit A in einer ſoͤhligen Ebne liegen ſoll:

Man verlangt dieſen Punkt.

Aufloͤ-

Aufloͤſung.

Steht § 652.

§. 144′.

Auf des Gebürges Oberfläche iſt ein Punkt A gegeben, auch ohngefehr die Gegend, wohin zu auf dem Gebürge ein anderer um eine gegebene Seigerteufe tieferer oder höherer Punkt liegen ſoll:

Man verlangt ſelbigen.

Aufloͤſung.

Findet ſich § 653.

§. 145′.

Nach vor. § laſſen ſich leicht in einer Vertikalfläche Punkte beſtimmen, die um eine gegebene Seigerteufe höher oder tiefer liegen, als jeder der nächſt vorhergehenden.

Das kann auch nach 626 geſchehen.

Hieher gehört auch: Punkte anzugeben, die in einer durch zween angewieſene Punkte A und B laufende ſeigere Ebne dergeſtalt liegen, daß ſie ſich mit A und B in einer geraden Linie befinden. Und davon giebt 632 Unterricht.

§. 146′.

Ein Ort wird von einem gegebenen Punkte A weg in einem gegebenen Streichen getrieben;

Auch ſoll ein Schacht von einer Strecke oder vom Tage nieder ſeiger bis auf des Orts Sohle dergeſtalt geſunken werden, daß das Ort eine gewiſſe ſöhlige Länge = S von A aus erreicht haben muß, ehe es mit dem Schachte durchſchlägig wird:

Man verlangt den Punkt, wo man ſich deshalb mit dem Schachte zu lagern habe.

Aufloͤſung.

Wird nach 521 bewerkſtelliget.

Exem-

Exempel.

Durch den von A bis in einen Punkt H auf der Strecke oder am Tage mit verlorner Schnur verrichteten Zug, ſey nach 333 gefunden worden:

S AH oder ſ = 101, 200 Ltr.

Str AH oder $\beta = 3^h$, öſtlich;

Nun ſey des Orts gegebenes Streichen

$= 5^h$ weſtlich;

S = 80, 000 Ltr.:

So hat man

§ 421	S	ſ	ba H
hier	80, 000	101, 200	$3^h + 12^h - 5^h$
			$= 10^h = 150°$

Alſo die ſöhlige Entfernung des geſuchten Punktes von H

$$=\sqrt{(6400, + 10241, 44 - 8096 \text{ Coſin } 150°)}$$
$$=\sqrt{(6400 + 10241, 44 + 8096 \text{ Coſin } 30°)}$$
$$=\sqrt{(16641, 44 + 8096 \text{ Coſin } 30°)}$$

Aber

$$\log 8096 = 3,9082705$$
$$\log \text{Coſin } 30° = 0,9375306 - 1$$
$$3,8458111$$

Giebt 7011, 5

Alſo die verlangte Entfernung

$$= \sqrt{(16641, 44 + 7011, 5}$$
$$= \sqrt{23652, 94}$$
$$= 153, 794 \text{ Ltr.}$$

So viel muß man von H aus abgeben. In welchem Streichen? berechnet ſich folgendergeſtalt.

Man hat erſtlich nach eb. Trig: 10 Satze eines Winkels Sinus

$$= \frac{\text{ſin } 30°}{80, 00} \cdot 153, 794$$

= ſin

$= \sin 73^\circ\ 59'$

$= \sin 4^h\ 7\frac{1}{2}\,m.$

Da nun des Ortes Streichen $= 5^h$ weſtlich, und der AH ihres $= 3^h$ öſtlich: folglich der HA Streichen $= 3^h$ weſtlich: So muß HA der von H aus abzugebenden ſöhligen Länge zur Linken liegen: Folglich das geſuchte Streichen $= 7^h\ 7\frac{1}{2}\,m$ weſtlich ſeyn, (256 I).

§. 147'.

Auch folgendes Verfahren iſt zu Auflöſung vor. Ss brauchbar, zumal, wenn der Schacht ſoll vom Tage nieder geſunken werden:

Man gebe nämlich des Punktes A Oertung ab, und von dieſer aus in dem gegebenen Streichen eine ſöhlige Linie (276) deren Länge gleich der gegebenen.

§. 148'.

Einen Punkt in die Teufe zu fällen.

Auflöſung.

Erwähnt 430.

Exempel.

In der Grube iſt eine Strecke EF (Fig. 175) angewieſen, deren Streichen γ man ſchon weiß, oder erſt gefunden hat;

Von B wird ein ſeigerer Schacht nach dieſer Strecke zu abgeſunken:

Die Frage iſt: Ob, und wo dieſer Schacht auf der Strecke durchſchlägig werde?

Dies zu beantworten, dient folgendes:

Man verrichte von B bis auf die Strecke in C mit verlorner Schnur einen Zug, und

Suche der CB Sohle CA und Streichen (333).

Iſt ſelbiges $= \gamma$: So trift der Schacht die Strecke in einem Punkte A der von C um CA = S CB entfernt iſt und dahin zu liegt, wohin ihn der CB Streichen Beſchaffenheit anweiſet;

Iſt

Iſt Str. CB nicht = γ: So wird der Schacht mit der Strecke nicht durchſchlägig, ſondern trift die durch E, F, laufende ſöhlige Ebne in einen Punkt A′, der von C weg um CA′ = S CB ſo wie es in der CB Streichen und deſſen Beſchaffenheit beſielt, liegt.

Um alſo mit dem Schachte CA′ durchſchlägig zu werden, muß man von C aus in der Lage CA ein Ort treiben. Dies kann auch in einem Streichen geſchehen, das von γ um 6 Stunden verſchieden iſt. Wo man in dieſer Abſicht auf der Strecke anſitzen müßte, läßt ſich ſo beſtimmen: Aus γ und der CB Streichen iſt der Winkel FCA′ bekannt; Man weiß auch CA′ = S CB; Iſt nun D der geſuchte Punkt: So hat man in dem bey D rechtwinklichten Drenecke CDA;

$$CD = S\,CB\ \mathrm{Coſin}\ ACD.$$

Durch dieſes Exempel wird auch 431 erläutert ſeyn.

§. 149′.

In einem ſeigern Schachte einen **Punkt** anzugeben, wo angeſeſſen werden muß, wenn von demſelben ein Ort in einem gegebenen Streichen getrieben, und ſolches in einen anderswo gegebenen Punkt durchſchlägig gemacht werden ſoll.

Auflöſung.

Steht in 435.

§. 150′.

Einen **Punkt** zu finden, daß, wenn man ſich durch ſelbigen eine Vertikallinie vorſtellt, dieſe die Sohle zweyer in der Grube angewieſener Oerter trift.

Auflöſung.

Wird nach 440 bewerkſtelliget.

§. 151′.

Einen **Punkt** der Kreutzlinie zu finden, lehrt 498.

§. 152′.

§. 152'.

Einen Punkt des Ausgehenden abzugeben, zeigt 508; 509.

§. 153'.

Dadurch kann man auch einen Punkt angeben, von dem weg auf dem Gange ꝛc. ein Schacht oder Ueberhauen betrieben werden ſoll, damit in einen gegebenen Punkt durchſchlägig zu werden.

§. 154'.

Man hat einen Punkt C des Ausſtreichen eines Ganges deſſen Streichen γ und Fallen ϕ bekannt.

Es wird ein Punkt B verlangt, daß wenn man von ſelbigem einen ſeigern Schacht ſinkt mit dieſem der bekannte Gang in einer gegebenen Seigerteufe erſunken werde.

Aufloſung.

Enthält § 519.

Beyſpiel.

Des Ganges Streichen ſey $= 2^h$

Fallen $= 70°$, gegen Abend

Die vorgeſchriebene Sgteufe $= 48,000$ Ltr:

So berechnete ſich die ſöhlige Länge die von C aus in einem weſtlichen Streichen $= 8^h$ abgegeben werden muß, folgendergeſtalt:

$$\log 48,000 = 1,6812412$$
$$\log \text{Cotang } 70° = 0,5610659 - 1$$
$$\overline{}$$
$$1,2423071$$

Giebt 17,471 Ltr.

Der Endpunkt dieſer von C aus nach 276 abzugebenden ſöhligen Länge, liegt entweder auf oder ſeiger über dem verlangten Punkte.

§. 155'.

§. 155′.

Auf einer Strecke, deſſen Streichen β man weiß, iſt ein Punkt C des Durchſchnittes eines Ganges, von dem ſeine Lage bekannt, gefunden worden:

Man ſoll von C aus in der Strecke Streichen einen Punkt b angeben, daß der Gang mit einem Richtſchachte (545) erſunken werden könne.

Aufloͤſung.

Giebt § 522.

Beyſpiel.

Es ſey $\beta = 7^h$, und die Zahlen in vor. Exempel beybehalten; ſo hat man

log 48. Cot 70° = 1, 2423071
log ſin 105° *) = 0, 9849438 — 1, abgezogen

1, 1574633

Giebt 14, 370 Ltr.

§. 156′.

Wenn kein Punkt C bekannt: So loͤſen ſich die Aufgaben 154′, 155′ nach 524, 525.

R.

Reducirte Streichung.

§. 157′.

Aus der Magnetabweichung = d, und obſervirten Streichung = β, die reducirte = γ zu finden.

Aufloͤſung.

Steht im 248 §.

*) §. 255 IV.

§. 158.

Nach der Sturdenbezeichnung im 204 findet man allmal γ durch

$$\beta + d$$

wenn man nur gehörig auf das Poſitive und Negative Acht giebt.

Käme ſo $\gamma > 12^h$: So zieht man davon 24 Stunden ab, wenn dieſes γ poſitiv; Iſt es negativ: So ſetzt man 24 Stunden dazu, und man bekommt ein γ nach 204 ausgedruckt.

Der Beweis läßt ſich leicht auf ähnliche Art, wie für die Formeln in 248 führen.

Nach a. §s V iſt

$$d = 1^h \tfrac{3}{4} \text{ öſtlich,}$$

und

$$\beta = 11^h\ 2\tfrac{1}{4} \text{ weſtlich}$$
$$= -0^h\ 5\tfrac{3}{4}$$

gegeben: Alſo hat man

$$\gamma = -0^h\ 5\tfrac{3}{4} + 1^h\ \tfrac{3}{4}$$
$$= +0^h\ 3.$$

Für

$$\beta = 1^h \text{ weſtlich}$$
$$= -11^h, \text{ und}$$
$$d = 1^h\ \tfrac{3}{4} \text{ weſtlich}$$
$$= -10^h\ 7\tfrac{1}{4}$$

hat man

$$\gamma = -11^h + (-10^h\ 7\tfrac{1}{4})$$
$$= -21^h\ 7\tfrac{1}{4}$$
$$= -21^h\ 7\tfrac{1}{4} + 24^h$$
$$= +2^h\ \tfrac{3}{4}.$$

Richtſchacht.

§. 159.

Wo mit einem Richtſchacht anzuſitzen, zeigt § 544.

Röſche

Röſche.

§. 159′.

Den eines Ortes Röſche zu kommenden Winkel, den Röſchenwinkel zu berechnen, lehrt 424 II *); Auch 665.

§. 160′.

Die Länge, das Streichen und Gefälle einer Röſche zu finden.

Auflöſung.

Steht § 666; 667;

§. 161′.

Einer Röſche Anfangspunkt A, Länge M und Streichen γ iſt bekannt, auch wie viel ihr auf eine gegebene ſöhlige Länge S Gefälle P zukommt:

Man verlangt den Punkt, wo man mit dieſer Röſche ausröſchet.

Auflöſung.

Findet ſich § 669.

Beyſpiel.

Indem man von A bis D, wo man glaubt, daß ausgeröſchet werden wird, mit verlorner Schnur gezogen, ſey dadurch nach 333 gefunden worden

Str. AD $= 5^h\ 4$ öſtlich

S AD $=$ 160, 500 Ltr;

nach 665 aus S und P,

$\vartheta = 7'$.

Nun ſey das gegebene

$\gamma = 3^h$ öſtlich

M $=$ 80, 000

So hat man

§ 669	AC	ϑ	b	ω
hier	80, 000	$7'$	160, 500	$5^h\ 4 - 3^h = 2^h\ 4$
				$= 37°\ 30'$

Alſo die Größe der von D aus abzugebenden ſöhligen Linie

$$= \sqrt{(80^2 \text{ Coſin } 7'^2 + 160,5^2 - 2.80.160,5 \text{ Coſin } 7' \text{ Coſin } 37 30')};$$

Aber

$80^2 = 6400, 000000$

$(\text{Coſin}) 7')^2 = 0, 999999$

$160, 5^2 = 25760, 25$

32160, 249999

log 2. 80 = 2, 2041200

log 160, 5 = 2, 2054750

log Coſin 7′ = 0, 9999991 — 1

log Coſin 37° 30′ = 0, 8994667 — 1

4, 3090008

Giebt 20370, 000000,

Dies abgezogen von 32160, 249999

Giebt 11790, 249999

Und

$\sqrt{11790, 249999} = 108, 583$ Ltr.

In welchem Streichen dieſe ſöhlige Länge von D aus abgegeben werden muß, berechnet ſich ſo:

log 80 = 1, 9030900

log Coſin 7′ = 0, 9999991 — 1

log Coſin 37° 30′ = 0, 8994667 — 1

1, 8025558

log 108, 583 = 2, 0357408

0, 7688000 — 1 = log ſin BEC, [669].

Giebt 35° 57′.

$= 2^h\ 3\frac{1}{4}$ m

Und man hat das verlangte Streichen

$= 7^h\ 7\frac{1}{4}$ m öſtlich.

Be-

Beſtimmt man alſo nach 276 von D aus eine ſöhlige Länge = 108, 583 Alr in einem öſtlichen Streichen = $7^h 7\frac{1}{4}$ m: So liegt dieſer ihr Endpunkt ſeiger über, oder auf, dem verlangten.

§. 261″.

Es ſoll eine Tageröſche in ein Gebürge in gegebenen Streichen getrieben werden:

Man ſoll über Tage angeben, wo angeſeſſen werden muß, um mit dieſer Tageröſche Sohle in einen in der Grube angewieſenen Punkt A einzukommen.

Auflöſung.

Weiſt 437.

S.

Schacht.

§. 162′.

Von einem angewieſenen Punkte ſoll bis auf eine gegebene ſöhlige Ebne ein Schacht ſeiger abgeſunken werden:

Man verlangt ſeine Tiefe.

Auflöſung.

Zeigt 336.

§. 163′.

Von einem (in der Grube oder auf dem Gebürge) gegebenen Punkte, ſoll ein Schacht ſeiger abgeſunken werden:

Man verlangt ſeine Tiefe bis auf die Sohle eines gerade nach ihm mit gewöhnlichem Anlaufen getriebenen Ortes.

Auflöſung.

Sie findet ſich § 339.

§. 164'.

Zu finden, wo auf einer gegebenen Strecke mit einem Schacht angeſeſſen werden muß, um ſelbigen ſeiger bis auf eine andere angewieſene Strecke nieder zu bringen.

Aufloͤſung.

Enthält § 440.

§. 165'.

Dieſes Schachtes (164') Tiefe findet ſich nach 442.

§. 166'.

Zwiſchen zweyen Gegenörtern ſoll in gegebenen Entfernungen von beyden, ein Schacht ſeiger bis auf ihre Sohle abgeſunken werden:

Man will wiſſen, wo damit anzuſitzen; auch wie tief ſelbiger niederzubringen iſt.

Aufloͤſung.

Giebt § 434.

§. 167'.

Es ſoll von einer Strecke oder am Tage nieder ein Schacht auf einem Gange, deſſen Streichen und Fallen bekannt, geſunken werden, damit in einen angewieſenen Punkt durchſchlägig zu werden:

Man fragt: I) wo mit dieſem Schacht anzuſitzen, und II) welche flache Tiefe er erreichen muß.

Aufloͤſung.

Für I.) erwähnt 511 I;

Für II.) ſteht ſie 511 II. ꝛc.

Exempel.

Die ſöhlige Ebne, wo man ſich mit dem Schachte zu lagern hat, ſey von dem gegebenen Punkte

= 40, 400 Ltr. ſeiger entfernt:

und des Ganges Fallen

= 60°:

So iſt

	h	Φ
§ 511, III		
hier	40, 400	60°

Alſo

$$\begin{array}{rl} \log 40,400 & = 1,6063814 \\ \log \sin 60° & = 0,9375306 - 1, \text{abgez} \\ \hline & \ 1,7688508 \end{array}$$

Giebt 58, 729 Ltr. als die verlangte Tiefe.

§. 168′.

Wo auf einer gegebenen ſöhligen Ebne mit einem Richtſchacht anzuſitzen, zeigt 544.

§. 169′.

In der Gegend des Hangenden eines Ganges, deſſen Streichen und Fallen bekannt, iſt ein Punkt A angewieſen, der von einem gegebenen C des Durchſchnittes des Ganges mit der durch A laufenden ſöhligen Ebne, (dergleichen die Sohle einer Strecke, oder am Tage), in einem Streichen liegt, das von des Ganges ſeinem um 6 Stunden verſchieden iſt;

Nun ſoll von A nach dem Gange ein Schacht ſeiger abgeſunken werden:

Der Markſcheider ſoll angeben, in welcher Tiefe der Gang mit dem Schachte erbrochen werde.

Aufloſung.

Man ziehe von A bis C:

Dadurch hat man S AC, (333).

Dieſe in die Tangente des Ganges Fallens multiplicirt, giebt die verlangte Seigerteufe (521).

§. 170′.

Zu finden, was voriger § verlangt, wenn nur in der Gegend des Ganges Hangenden ein Punkt gegeben und des Ganges Streichen γ und Fallen ϕ bekannt

Aufloſung.

Trift man in 534. § an.

Exempel.

Es ſey

$\gamma = 5^h$

$\varphi = 60°$,

und durch den Zug wie angeführter § III verlangt, gefunden worden

S Cb = 15, 723 Alr

Str Cb = 3^h, öſtlich:

So iſt

	Cb	BbC	φ
§ 523 hier	15, 723	$5^h - 3^h = 2^h = 30°$	60°

Alſo

log 15, 723 = 1, 1965354

log ſin 30° = 0, 6989700 — 1

log tg 60° = 0, 2385606

1, 1340760

Giebt 13, 625 Alr.

§. 171′.

Vorige Auflöſung ſetzt voraus, daß man in der durch b (534) gehenden ſöhligen Ebne einen Punkt C ihres Durchſchnittes mit der Gangesebne angeben könne. Dies kann nicht allemal geſchehen. Für dieſen Fall nun dient zu Auflöſung vor. §s der 535.

Beyſpiel.

Indem man des Punktes b Oertung b′ geſucht, habe man der bb′ Seigerteufe nach 333

= 122, 623 Alr.

gefunden, durch den Zug von b′ bis in einen nach 508 auf des Ganges Ausgehenden abgegebenen Punkt, C′ aber,

S C′b′ = 157, 230 Alr

Str C′b′ = 3^h öſtlich;

übrigens ſey γ und φ wie in vor. §s Beyſpiele.

Man

Man hat daher

$$\begin{array}{ll} \log 157,230 & = 2,1965354 \\ \log \sin 30^\circ & = 0,6989700 - 1 \\ \log.\, tg\, 60^\circ & = 0,2385606 \\ \hline & \quad 2,1340760 \end{array}$$

Giebt 136, 250 Allr.

Dieſes iſt die Seigerteufe, in der der Gang erbrochen würde, wenn man von b′ am Tage einen Schacht ſeiger abſänke. Die verlangte iſt daher 136, 250 — 122, 625 = 13, 625 Alr.

§. 171″.

Bey den Aufgaben 169, 170′, 171′ iſt § 538 in Acht zu nehmen.

§. 172′.

Auf einem Gange, von dem man ſein Streichen und Fallen weiß, iſt ein Punkt gegeben, von welchem auf genanntem Gange ein Schacht geſunken werden ſoll:

Man fragt: wie tief abgeſunken werden muß, um mit dieſem Schacht einen andern überſetzenden Gang, deſſen Streichen und Fallen ebenfalls bekannt, zu erbrechen.

Auflöſung.

Steht § 553, verbunden mit 551,

§. 173′.

Wäre ſchon auf dem Gange abgeſunken, und man wollte wiſſen, wie tief der Schacht bis an den überſetzenden Gang, noch niederzubringen iſt:

So verfährt man wie 554 anweiſet.

§. 174′.

In der Grube iſt ein Punkt A gegeben:

Es ſoll am Tage ein Punkt B beſtimmt werden, von dem weg ein ſeigerer Schacht in A eintreffe; auch verlangt man ſeine Tiefe

Aufloͤſung.

B muß des Punktes A Oertung ſeyn.

Man findet daher B nach 427 und die Tiefe nach 333.

§. 175′.

Von einem in der Grube gegebenen Punkte A wird ein Ort in einem bekannten Streichen γ getrieben;

In einer vorgeſchriebenen ſoͤhligen Laͤnge = S ſoll aus einem ſeiger abzuſinkenden Schacht ein Gegenort aufgehauen werden:

Der Markſcheider ſoll angeben:

I) Wo man ſich deshalb mit dem Schacht am Tage, oder auch, in der Grube auf einer in eben dem Streichen γ ſeiger uͤber A getriebenen Strecke lagern muͤſſe, und

II) wie tief der Schacht bis auf des Gegenortes Sohle, niederzubringen iſt.

Aufloͤſung.

Fuͤr I) ſteht ſie in 423;

Fuͤr II) in 433 verbunden mit 339.

§. 176′.

Am Tage iſt auf dem Ausgehenden eines Ganges, deſſen Lage bekannt, ein Punkt A gegeben;

Auch in der Grube ein Punkt B, welcher eben nicht auf dem Gange liegen muß:

Man ſoll des von A nach der durch B laufenden ſoͤhligen Ebne abzuſinkenden Schachtes ſeigere und flache Tiefe angeben.

Aufloͤſung.

Man ziehe von B bis A:

Dadurch hat man Sg BA:

Dieſe iſt des Schachtes ſeine.

Aus ſelbige und des Ganges Fallen findet ſich nach 511 III des Schachtes flache Tiefe.

§. 177′.

§. 177'.

A kann auch auf dem Durchſchnitte des Ganges mit der Sohle einer Strecke gegeben ſeyn, und Aufgabe und Auflöſung bleiben eben dieſelben.

§. 178'.

Auf einem flachen Gange iſt ein Bau verführt worden, daß man deſſen Streichen und Fallen abnehmen kann;

Auſſer dieſem Gange iſt in der Grube ein Punkt A gegeben:

Die Frage iſt: I) Ob gleich genannter Gang von A weg mit einem ſeigern Schachte erſunken werden kann, und II) in welcher Teufe?

Auflöſung.

I. Auf dem Gange nehme man einen Punkt B da an, wo der Bau verführt worden;

II. Ziehe von B bis A, und bringe des Punktes A Oertuug D zu Tage aus;

III. Auch beſtimme man von D aus, einen Punkt C des Ausgehenden (508):

IV. Durch dieſe Verfahren weiß man
Sg BA, und ob ſie ſteigend oder fallend,
Str DC und deſſen Beſchaffenheit, und
Sohle DC.

V. Iſt nun Sg BA ſteigend und ſtreicht DC nach eben der Weltgegend, nach der der Gang von B aus aufſteigt: So liegt A in des Ganges Hangenden und der Gang kann mit einem Schachte erſunken werden. Eben das wird geſchehen, wenn Sg BA fallend und DC nach der Weltgegend ſtreicht nach der der Gang von B aus fällt.

VI. Die ſeigere Tiefe des abzuſinkenden Schachtes findet ſich nach 535.

§. 178′.

Auf dem Kreutze zweyer Gänge, deren Streichen und Fallen bekannt, ſoll von einem da gegebenen Punkte A bis auf eine, durch einen andern tiefern angewieſenen Punkt B laufende ſöhlige Ebne, ein Schacht geſunken werden:

Man will wiſſen, in welcher Lage und wie tief der Schacht abzuſinken iſt.

Aufløſung.

Man ſuche dieſer Gänge Kreutzlinie Lage:
Dieſe iſt des Schachts ſeine.
Nun ſey von B bis A gezogen:
Dadurch hat man
Sg BA, (333);

Dividirt man nun dieſe durch den Sinus der Kreutzlinie Neigungswinkel:

So hat man die verlangte flache Tiefe.

§. 179′.

Mit einem Querſchlage ſind zwey verſchiedene, jedoch in der Tiefe einander zu fallende Gänge erbrochen, deren Streichen und Fallen bekannt:

Nun ſoll von dieſem Querſchlage ein Schacht ſeiger bis auf das Kreutz beyder Gänge abgeſunken werden:

Die Frage iſt: Wo hat man ſich mit dem Schachte oder Abteufen zu lagern und wie tief muß man abſinken?

Aufløſung.

Sie iſt einerley mit der in § 98′; oder 99′; 100′, 101′; 102′.

Seigerriß.

§. 180′.

Einen zu fertigen, lehrt 339.

Seiger-

Seigerteufe.

§. 181′.

Einer Linie Seigerteufe zu finden, wenn ihre Lage und Neigung gegeben.

Aufloͤſung.

Steht in 263:

§. 182′.

Einer Linie Seigerteufe zu berechnen, wenn man nicht von der Linie Anfangspunkt bis zu ihrem Endpunkt eine Schnur ziehen kann.

Aufloͤſung.

Lehrt 333; Auch 272.

§. 183′.

Laͤnge und Sohle einer Linie iſt bekannt: Man verlangt ihre Seigerteufe.

Aufloͤſung.

Findet ſich § 270, 3).

§. 184′.

Aus einer Linie Sohle und Neigung die Seigerteufe zu finden.

Aufloͤſung.

Die hat man in 270, 8).

§. 185′.

Seigerteufe eines Schachts zu finden, ſehe man: Schacht.

Sohle.

§. 186′.

Einer Linie Sohle zu finden, wenn ihre Laͤnge und Neigung gegeben, lehrt 263.

§. 187′.

Unter den Bedingungen des 182′. §s einer Linie Sohle zu finden.

Aufloͤ-

Auflöſung.

Giebt § 333.

§. 188'.

Länge und Seigerteufe einer Linie ſind gegeben: Man verlangt ihre Sohle.

Auflöſung..

Die hat man in § 270 1).

§. 189'.

Aus einer Linie Seigerteufe und Neigung die Sohle zu berechnen.

Auflöſung.

Findet ſich § 270 6).

§. 190'.

Mittelſt einer Linie Streichſinus und Streichkoſi=nus ihre Sohle zu finden

Auflöſung.

Wird nach 285, 1) bewerkſtelliget.

§. 191'.

Der Streichſinus nebſt dem Streichen iſt gegeben: Es ſoll die Sohle gefunden werden.

Auflöſung

Dieſe trift man § 287 3) an.

§. 192'.

Streichen und Streichkoſinus iſt bekannt: Man verlangt die Sohle.

Auflöſung.

Iſt in 287 7) enthalten.

Streichen.

§. 193'.

Selbiges zu finden:

I) Von einer Linie; lehrt 200, 201, 248; Auch 333;
II) Von einem Gange und Flötze; 317, 453, 454; 471; 482;
III) Des Ausgehenden ſeines; 507;
IV) Der Kreutzlinie ihres; 489:
V) Der Ebne des Anſteigens; 506;
VI) Der Vierungslinie; 564;
VII) Einer Waſſerröſche; 666.

§. 194′.

Aus dem Streichſinus und Streichkoſinus das Streichen zu finden.

Auflöſung.

Steht § 285, 2) verbunden mit 286.

§. 195′.

Aus dem Streichſinus und der Sohle das Streichen zu berechnen.

Auflöſung.

Die giebt die Formel in 287, 1).

§. 196′.

Streichkoſinus und Sohle iſt gegeben:
Man verlangt das Streichen.

Auflöſung.

Dazu dient die Formel 287 5).

Streichſinus und Streichkoſinus.

§. 197′.

Dieſe Größen aus der Sohle und dem Streichen zu berechnen.

Auflöſung.

Dieſe enthält § 282.

§. 198′.

Einer Linie Streichſinus und Streichkoſinus zu finden, wenn man von der Linie Anfangspunkt bis

zu

zu ihrem Endpunkt unmittelbar keine Schnur ziehen kann, wie vor. § vorausſetzt.

Aufloͤſung.

Iſt in 333 enthalten; oder vielmehr in 290.

§. 199′.

I. Aus der Sohle und dem Streichſinus, den Streichkoſinus zu finden.

II. Dieſen aus dem Streichen und Streichſinus.

Aufloͤſung.

Wird bewerkſtelliget, für I nach der Formel in 287 2); Für II nach der in a. §. 4).

§. 200′.

Den Streichſinus zu berechnen:

I) aus der Sohle und dem Streichkoſinus;

II) Dem Streichkoſinus und Streichen.

Aufloͤſung.

Für I giebt die Formel 287 6);
II 8).

Strecke, Stolln.

§. 201′.

Sehe man: Ort.

T.

Tafeln.

§. 202′.

Sohlen und Seigerteufen Tafeln zu fertigen.

Aufloͤſung.

Enthält § 264.

§. 203′.

§. 203′.

Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe Tafeln zu berechnen.

Aufloͤſung.

Wird nach 284 V ꝛc. bewerkſtelliget.

Tageroͤſche, Tageſtoln.

Sehe man: Roͤſche.

Teich.

§. 204′.

Einen Teich abzuſtecken.

Aufloͤſung.

Lehrt § 683; 684.

§. 205′.

Eines Teichdammes untere Breite abzuſtecken.

Aufloͤſung.

Steht § 686.

§. 206′.

Den Teichdamm auszugleichen; erwaͤhnt 687.

§. 207′.

Eines Teichſpiegels Inhalt zu finden,

Aufloͤſung.

Die lernt man in 695.

§. 208′.

Teichdammes Inhalt zu berechnen.

Aufloͤſung.

Davon § 701.

§. 209′.

Teiches Inhalt zu berechnen, zeigt § 703.

U.

Ueberſichbrechen; Ueberhauen.

§. 210′.

Auf einem flachen Gange iſt ein Bau verführet, daß man des Ganges Streichen und Fallen abnehmen kann;

Nun iſt in der Grube auſſer dem Gange ein Punkt A angewieſen:

Der Markſcheider ſoll angeben: Ob genannter Gang von A aus mit einem ſeigern **Ueberhauen** zu erbrechen iſt, und in welcher Höhe:

Aufloͤſung.

Man thue was 177′ I, II, III, IV befielt:

So liegt der Punkt im Liegenden, wenn entweder Sg BA ſteigend und DC nach der Gegend ſtreicht, nach der der Gang fällt; oder, wenn Sg BA fallend und DC nach der Gegend ſein Streichen nimmt, nach der der Gang aufſteigt.

Die ſeigere Höhe findet ſich nach 536.

§. 211′.

Wenn ſchon von A weg ein **Ueberhauen** betrieben worden: So entſcheidet 539, ob etwa der Gang ſchon erbrochen ſey.

Iſt das nicht: So findet man, wie weit ſeiger bis an den Gang noch **überhauen** werden muß: Wenn man von der nach 536 gefundenen ſeigern Höhe die ſchon erreichte abzieht.

§. 212′.

Von zween einander durchſchneidenden Gängen, iſt das Streichen γ, γ' und Fallen F, F′ bekannt, und auf jedem wenigſtens ein Punkt A, B, gegeben;

Aus

Aus dem tiefſten A ſoll auf dem erſten Gange, (deſſen Streichen γ und Fallen F), nach dem andern ein Ueberſichbrechen AC getrieben werden:

Es fragt ſich: Ob mit ſolchem und in welcher Flachenhöhe, AC, (Fig 177), der Gang erbrochen werden könne?

Auflöſung.

I. Man ziehe von A, bis B;

II. Suche, nach 333, der AB Seigerteufe = BD, Sohle = AD, Streichen = β, und Fallen = ϕ;

III. Aus β und γ, nach 255 VI, den Winkel DAE = τ; Und

IV. Aus ϕ und τ den W BED = δ, durch

$$\text{Coſin}\ \delta = \frac{\text{Coſin}\ \phi}{\text{ſin}\ \tau}\ \text{(ſph. Trig.)};$$

VI. Hierauf:

$$DE = \frac{BD}{\text{tang}\ \delta} = \frac{\text{Sg AB}}{\text{tang}\ \delta};$$

VII. $$\text{ſin AED} = \text{ſin}\ \mu = \frac{AD\ \text{ſin}\ \tau}{DE} = \frac{\text{S AB ſin}\ \tau}{DE} = \frac{\text{S AB ſin}\ \tau}{\frac{\text{Sg AB}}{\text{tang}\ \delta}} = \frac{\text{S AB tang}\ \delta\ \text{ſin}\ \tau}{\text{Sg AB}} = \text{Cot}\ \phi\ \text{tang}\ \delta\ \text{ſin}\ \tau;$$

VIII. $AE = \frac{AD \text{ ſin } ADE}{\text{ſin } \mu}$

$= \frac{\mathfrak{S} AB \text{ ſin } (\tau + \mu)}{\text{ſin } \mu}$

IX. $AC = \frac{AE}{\text{Coſin } F}$

$= \frac{\mathfrak{S} AB \text{ ſin } (\tau + \mu)}{\text{ſin } \mu \text{ Coſin } F}$

X. Des Ueberſichbrechens ſeigere Höhe EC iſt

$= AE \text{ tang } F$

$= \frac{\mathfrak{S} AB \text{ ſin } (\tau + \mu)}{\text{ſin } \mu} \text{ tang } F.$

XI. Wenn A in der Gegend des andern Ganges Liegenden liegt: ſo kann dieſer mit dem Ueberhauen erbrochen werden.

XII. Exempel: Es ſey

$\gamma = 0^h$

$\beta = 4^h$ öſtlich

$F = 60°$

$\varphi = 64°$

$\mathfrak{S} AB = 211, 700$ Ltr:

So hat man

$\tau = 6^h + 0^h - 4^h$

$= 2^h$

$= 30°,$

und δ durch folgende Rechnung (IV):

log Coſin 64° = 0, 6418420 — 1

abgez. log ſin 30° = 0, 6989700 — 1

0, 9433720 — 1

Giebt $\delta = 28° 31'$.

Nun μ zu finden (VII):

log Cotang 64° = 0, 6881818 — 1

log tang 28° 31′ = 0, 7350656 — 1

log

log ſin 30° = 0, 6989700 — 1

0, 1222174 — 1

Giebt μ = 7° 37′.

Zur Berechnung von AC hat man

$\tau + \mu = 37° 37'$;

log 211, 700 = 2, 3257209

log ſin 37° 37′ = 0, 7855972 — 1

2, 1113181, (A′

log ſin 7° 37′ = 0, 1223624 — 1

log Coſin 60° = 0, 6989700 — 1

8213324 — 2 abgez. von gleichvorſtehender Summe A′

3, 2899857

Giebt AC = 1949, 700 Alr.

Berechnung des Ueberſichbrechens ſeigere Höhe CE:

Zur Summe A′ = 2, 1113181, kommt noch

log tg 60° = 0, 2385606

2, 3498787

Davon log ſin 7° 37′ = 0, 1223624 — 1, abgezogen

3, 2275163

Giebt CE = 1688, 500 Alr.

XIII. Wenn beyde Gänge einerley Streichen haben, dient folgendes:

XIV. Da liegen die Fallebnen ACE, ECF (Fig. 178) in einer und derſelben Ebne ACF:

Daher der AF Streichen von γ um 6 Stunden unterſchieden: Folglich bekannt; Auch der AD oder AB ihres = β, (II): Alſo auch W DAF = τ:

Man hat folglich, (wenn BFD auch = δ geſetzt wird)

$$\text{Coſin } \delta = \frac{\text{Coſin } \varphi}{\text{ſin } \tau} \text{ (wie in IV):}$$

Daher

$$\sin AFD \text{ oder } \sin \mu$$
$$= \text{Cot}\, \varphi \sin \tau \operatorname{tg} \delta, \text{ (wie in VII).}$$
$$\text{und } AF = \frac{S\, AB \sin(\mu + \tau)}{\sin \mu} \text{ (VIII).}$$

Folglich:

$$AC = \frac{AF \sin F'}{\sin(F + F')}$$
$$= \frac{S\, AB \sin(\mu + \tau) \sin F'}{\sin(F + F') \sin \mu}$$

§. 213ʹ.

I. AC in IX vor. §s findet ſich auch auf folgende Art:

II. Es ſey

$$EAF = \alpha,$$
$$EFA = \varepsilon:$$

So iſt, aus γ, γ', nach 255 IV und 306 der Winkel AEF $= \nu$ bekannt, und man hat (nach Käſtners Aſtronomiſche Abh. 1 Th. S. 90 § 105)

$$\tan \tfrac{1}{2}(\alpha + \varepsilon) = \frac{\text{Coſin}\, \tfrac{1}{2}(F' - F) \text{Cot}\, \tfrac{1}{2}\nu}{\sin \tfrac{1}{2}(F + F')}$$
$$\tan \tfrac{1}{2}(\alpha - \varepsilon) = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(F' - F) \text{Cot}\, \tfrac{1}{2}\nu}{\text{Coſin}\, \tfrac{1}{2}(F + F')}$$

Folglich aus dieſer Winkel ſo berechneten halben Summe und halben Differenz die Winkel α, ε ſelbſt, (eb. Trig. 13 S.).

III. Nun ſey

$$DAE = \eta, \text{ (welches man aus } \beta \text{ und } \gamma \text{ findet)}$$
$$AFD = \sigma,$$
$$BFD = \omega$$

So hat man auf ähnliche Art wie in IV und VII vor. §s

Coſin

$$\text{Coſin}\ \omega = \frac{\text{Coſin}\ \phi}{\text{ſin}\ (\eta + \alpha)}$$

$$\text{ſin}\ \sigma = \text{Cot}\ \phi\ \text{tang}\ \omega\ \text{ſin}\ (\alpha + \eta);$$

IV. Aber

$$AF = \frac{AD\ \text{ſin}\ ADF}{\text{ſin}\ AFD}$$

$$= \frac{S\,AB\ \text{ſin}\ (\alpha + \eta + \sigma)}{\text{ſin}\ \sigma},$$

$$AE = \frac{AF\ \text{ſin}\ \varepsilon}{\text{ſin}\ \nu}$$

$$= \frac{S\,AB\ \text{ſin}\ \varepsilon\ \text{ſin}\ (\alpha + \eta + \sigma)}{\text{ſin}\ \sigma\ \text{ſin}\ \nu}$$

V. Alſo

$$AC = \frac{S\,AB\ \text{ſin}\ \varepsilon\ \text{ſin}\ (\alpha + \eta + \sigma)}{\text{Coſin}\ F\ \text{ſin}\ \sigma\ \text{ſin}\ \nu}$$

VI. Exempel.

Es ſey

$F' = 70°$

$F = 40°$,

gegeben

$\nu = 30°$

$\eta = 15°$

$\phi = 64°$

$S\,AB = 211,700$ Ltr,

gefunden, worden: So iſt

$\frac{1}{2}\nu = 15°$

$\frac{1}{2}(F' + F) = 55°$

$\frac{1}{2}(F' - F) = 15°$;

log Coſin 15° = 0, 9849438 — 1

log Cotang 15° = 0, 5719475

0, 5568913

 log

log ſin 55° = 0, 9133645 — 1 abgez.

0, 6435268

Giebt $\frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)$ = 77° 12′

log ſin 15° = 0, 4129962 — 1

log Cot 15° = 0, 5719475

0, 9349437 — 1

log Coſin 55° = 0, 7585913 — 1

0, 2263524

Giebt $\frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)$ = 59° 18′

136° 30′ Summe

17° 54′ Differenz

halbe Summe = 68° 15′ = α,

halbe Diff. = 8° 57′ = ε.

ω zu berechnen, (III):

$\eta + \alpha$ = 15° + 68° 15′ = 83° 15

log Coſin 64° = 0, 6418420 — 1

log ſin 83° 15′ = 0, 9969792 — 1

0, 6448628 — 1

Giebt ω = 63° 48′.

σ zu finden, (III):

log Cot 64° = 0, 6881818 — 1

log tang 63° 48′ = 0, 3079811

log ſin 83° 15° = 0, 9969792 — 1

0, 9931421 — 1

Giebt σ = 79° 51′.

Berechnung von AC, (V):

$\alpha + \eta + \sigma$ = 68° 15′ + 15° + 79° 51′

= 163° 6′

log 211, 700 = 2, 3257209

log ſin 8° 57′ = 0, 1919328 — 1

log ſin 163° 6′ = 0, 4634483 — 1

0, 9911020 (A

log

$$\log \text{Coſin } 40^\circ = 0,8842540 - 1$$
$$\log \text{ſin } 79^\circ 51' = 0,9931494 - 1$$
$$\log \text{ſin } 30^\circ = 0,6989700 - 1$$

0,5763734 — 1 abgez. v. vorſt. Summe

1,4147286

Giebt AC = 25,985 Lachter.

VII. Für des Ueberſichbrechens ſeigere Höhe hat man

$$CE = AE \text{ tg } F$$
$$= \frac{\mathfrak{S}\, AB \text{ ſin } \varepsilon \text{ ſin } (\alpha + \eta + \sigma) \text{ tang } F}{\text{ſin } \sigma \text{ ſin } \nu}$$

VIII. Exempel.

Zur Summe A = 0,9911020

kommt noch log tg 40° = 0,9238135 — 1

0,9149155

Davon abgezogen, die Summe von

$$\log \text{ſin } 79^\circ 51 = 0,9931494 - 1$$
$$\log \text{ſin } 30^\circ = 0,6989700 - 1$$

0,6921194 — 1

Differenz = 1,2227961

Giebt

CE = 16,703 Lachter.

214.

I. Nach Käſtners Aſtronomiſche Abhandlung Seite 86, § 88 ꝛc. findet ſich α, ε durch

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{ſin } \nu \text{ Cotang } F}{\text{Coſin } F' - \text{Cotang } F \text{ ſin } F' \text{ Coſin } \nu}$$

$$\text{tang } \varepsilon = \frac{\text{ſin } \nu \text{ Cotang } F'}{\text{Coſin } F - \text{Cotang } F' \text{ ſin } F \text{ Coſin } \nu}$$

 Dieſe

Dieſe Formeln ſind zwar brauchbar, aber nur Folgen daraus herzuleiten; zur Rechnung mit Logarithmen ſind ſie nicht bequem genug. Inzwiſchen laſſen ſie ſich dazu folgendermaaßen einrichten.

II. Was das Produkt Cotang F Coſin v giebt ſehe man als eine Cotangente an, der der Bogen u zugehöre, alſo Cotang F Coſin v = Cotang u.

Dies macht

$$\text{Coſin } F' - \text{Cotang } F \text{ ſin } F' \text{ Coſin } v =$$
$$\text{Coſin } F' - \text{Cotang } u \text{ ſin } F' =$$
$$\frac{\text{ſin } u \text{ Coſin } F' - \text{ſin } u \text{ Cotang } u \text{ ſin } F'}{\text{ſin } u}$$
$$= \frac{\text{ſin } u \text{ Coſin } F' - \text{Coſin } u \text{ ſin } F'}{\text{ſin } u}$$
$$= \frac{\text{ſin } (u - F')}{\text{ſin } u};$$

Alſo

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{ſin } u \text{ ſin } v \text{ Cotang } F}{\text{ſin } (u - F')}$$

Der Zähler davon iſt

$$= \text{ſin } u \text{ ſin } v \frac{\text{Coſin } v}{\text{Coſin } v} \text{ Cotang } F$$
$$= \text{ſin } u \text{ tang } v \text{ Coſin } v \text{ Cotang } F$$
$$= \text{ſin } u \text{ tang } v \text{ Cotang } u$$
$$= \text{ſin } u \frac{\text{Coſin } u}{\text{ſin } u} \text{ tang } v$$
$$= \text{Coſin } u \text{ tang } v:$$

Folglich

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{tang } v \text{ Coſin } u}{\text{ſin } (u - F')}.$$

Eben

Eben ſo findet ſich

$$\text{tang } \varepsilon = \frac{\text{tang } \nu \text{ Coſin } u}{\text{ſin } (u - F)}$$

III. Wenn man α gefuuden hat kann man ε durch

$$\text{ſin } \varepsilon = \frac{\text{ſin } \alpha \text{ Coſin } F'}{\text{Coſin } F}$$

finden, welches aus ſphäriſche Trig. 1 Satze folgt.

IV. In ſo ferne u genau in den Tafeln ſteht, iſt dieſes Verfahren völlig ſcharf, ſonſt nur in ſo weit unrichtig als man für den eigentlichen Winkel einen in den Tafeln nimmt, der ihm am nächſten kommt.

V. Man hat auch

$$\text{Cot } \alpha = \frac{\text{Coſin } F'}{\text{ſin } \nu \text{ Cotg } F} - \text{Coſin } F' \text{ Cot } \nu$$

Denn

$$\frac{1}{\text{tang } \alpha} = \text{Cot } \alpha$$

$$= \frac{\text{Coſin } F' - \text{Cotang } F \text{ Coſin } F' \text{ Coſin } \nu}{\text{ſin } \nu \text{ cotang } F}$$

$$= \frac{\text{Coſin } F'}{\text{ſin } \nu \text{ cot } F} - \frac{\text{cot } F \text{ coſin } F' \text{ coſin } \nu}{\text{ſin } \nu \text{ cot } F}$$

VI. Daß bey dieſen Formeln auch der Sinustotus = 1 geſetzt iſt, und daher bey der Rechnung mit Logarithmen die der trigonometriſchen Linien in den Tafeln, (wie bey allen bisherigen Rechnungen geſchehen iſt) um 10 vermindert werden müſſen, iſt kaum zu erinnern nöthig.

VII. Uebrigens kann bey der Formel V jeder Theil eine ziemliche große Zahl ſeyn, alſo einen Logarithmen bekommen, aus dem ſich die Zahl ſelbſt nicht ſehr ſcharf finden läßt. Und dem ohngeachtet kann dieſer großen Zahlen Unterſchied eine kleine Zahl ſeyn: Dieſe würde man alſo

alſo nicht ſo genau finden als nöthig iſt; wenn man die beyden Größen nicht genau hätte. Daher dieſe Formel (V) für Logarithmen nicht ſo brauchbar, als II.

Gleiche Erinnerungen finden ſich auch in a. Aſtronomiſchen Abhandlungen Seite 190 § 104, gemacht.

§. 215′.

Von einem gegebenen Punkte F ſoll bis auf eine durch einen andern gegebenen Punkt A laufende ſöhlige Ebne ein **Ueberſichbrechen** gebracht werden.

Man verlangt ſeine Höhe.

Aufloͤſung.

Man ziehe von F bis A, und ſuche nach 333 der AF Seigerteufe.

§. 216′.

Von einem gegebenen Punkte F will man ein **Ueberſichbrechen** bis auf die Sohle eines nach ihm getriebenen Ortes bringen:

Es wird ſeine ſeigere Höhe verlangt.

Aufloͤſung.

Man nehme auf des Ortes Sohle einen Punkt A an; Ziehe von ſelbigen bis F,

und ſuche die verlangte Seigerteufe durch

$$\text{Sg AF} - \frac{\text{p. l}}{100} \quad (339).$$

§. 217′.

Von einem gegebenen Punkte A wird ein Ort in gegebenen Streichen getrieben:

Man will wiſſen, wo man auf einer tiefer als A gegebenen ſöhligen Ebne mit einem ſeigern **Ueberſichbrechen** anſitzen muß damit auf des Ortes Sohle dergeſtalt zu erſchlagen, daß das Ort von A aus eine gewiſſe ſöhlige Länge erreicht hat.

Aufloͤſung.

Wird ganz nach 421, bewerkſtelliget.

§. 218

§. 218′.

Iſt des Ortes Streichen nicht gegeben, ſondern das Streichen uud Fallen eines Ganges auf dem A angewieſen und das Ort mit gewöhnlicher Röſche getrieben werden ſoll: So geſchieht die Aufloͤſung nach 424 verbunden mit 421.

§. 219′.

Auf einem Gange, von dem man ſein Streichen und Fallen weiß, ſoll von einer angewieſenen Strecke weg nach einem aufn Gange gegebenen Punkte ein Ueberhauen gebracht werden:

Man fragt: Wo damit auf der Strecke anzuſitzen?

Aufloͤſung.

Geſchieht nach 508.

§. 220′.

Soll ein Ueberhauen den Gang in einer gegebenen ſeigern Hoͤhe erreichen:

So findet ſich der Punkt, wo damit anzuſitzen, nach 519; oder 520; 522, 524.

§. 221′.

Auf einer Strecke iſt ein Punkt C des Ganges Durchſchnitt mit dieſer Strecke Sohle, oder auch Firſte, bekannt; Imgleichen des Ganges Streichen und Fallen;

Von einem auf genannter Strecke gegebenen Punkte b weg ſoll nach dem Gange ein Ueberhauen getrieben werden:

Man fragt: In welcher ſeigern Hoͤhe es den Gang erreichen werde?

Aufloͤſung.

Wenn man von b bis C einen Zug verrichtet: So findet ſich dadurch nach 333 der Cb Sohle und Streichen; und denn nach 523 die verlangte ſeigere Hoͤhe.

§. 222

§. 222'.

Iſt blos in der Gegend des Liegenden eines Ganges ein Punkt b angewieſen, von dem weg ein ſeigeres Ueberſichbrechen bis an den Gang aufgehauen werden ſoll:

So findet ſich deſſen ſeigere Höhe bis an Gang nach 536.

§. 223'.

In der Grube ſind zwey Oerter angewieſen, von denen man weiß, daß ſie über einander einkommen;

Von dem tiefern ſoll nach dem obern ein ſeigeres Ueberhauen gebracht werden:

Man verlangt den Punkt, wo damit anzuſitzen iſt.

Aufldſung.

Enthält § 440.

Umwenden, einen Stolln.

§. 224'.

Was dabey der Markſcheider anzugeben hat, lehrt § 677.

V.

Vermeſſen.

§. 225'.

Davon 'XXIX.

Vierung.

§. 226'.

Auf des Jüngern Gange iſt ein Punkt A gegeben;

Auch wenigſtens einer B auf des Aeltern ſeinen;

Beyde

Beyder Gänge Streichen γ, γ' und Fallen φ, φ', weiß man:

Man ſoll angeben: Ob A in des Aeltern Ganges Vierung liege oder nicht; und im erſten Falle, wie weit A vom Ende der Vierung liege.

Aufloͤſung.

I. Man verrichte von A bis B einen Zug.

II. Haben nun beyde Gänge einerley Streichen: So ſuche man nach 565 1) die Entfernung d der Kreuzlinie von der Vierungslinie;

Dann die Entfernung D des Punktes A von der Kreuzlinie nach der Formel $\frac{S\,AB \sin \omega}{\sin(\varphi + \varphi')}$, wo ω aus der AB Streichen und dem der Fallinie des Aeltern Ganges.

Iſt nun D = d: So liegt A in der Kreuzlinie; Für D > d, auſſer der Vierung, D < d innerhalb der Vierung:

Im letzten Falle giebt d — D wie weit A vom Ende der Vierung liege.

III. Iſt beyder Gänge Streichen verſchieden:

So ſuche man d nach 565 2) und darauf, nach 566, die Länge d′ der ſöhligen Linie zwiſchen der Vierungslinie und Kreuzlinie, dann D nach 498.

Iſt nun D = d′: ſo liegt A in der Vierungslinie; D > d′ auſſerhalb und D < d′ innerhalb der Vierung;

IV. Die Entfernung A von der Vierungslinie wird im Falle II nach der Fallinie, im Falle III aber nach einer auf des Jüngern Ganges gezogene ſöhlige Linie, gemeſſen.

V. Bey jenem Falle giebt die Entfernung, wie weit von A bis ans Ende der Vierung ein Ueberhauen zu bringen iſt; bey dieſem aber, wie weit auf des Jün=

Jüngern Gange von A bis an die Vierungslinie ein ſöhlig Ort getrieben werden muß.

§. 227′.

Wenn A (vor. §) auſſer des Aeltern Ganges Vierung liegt, ſoll der Markſcheider angeben, in welchem öſtlichen oder weſtlichen Streichen ein ſöhlig Ort bis an die **Vierungslinie** zu treiben oder bereits getrieben iſt, wenn beyde Gänge verſchiedenes Streichen haben.

Auflöſung.

Da iſt $D > d'$, (II vor. §s) und $D - d'$ giebt die verlangte Weite;

Liegt A in des Jüngern Ganges Hangenden: So iſt des Ortes Streichen öſtlich oder weſtlich, nachdem dieſer Gang recht- oder widerſinnig fällt; Befindet ſich A im Liegenden: So iſt es weſtlich oder öſtlich, nachdem der Gang recht- oder widerſinnig fällt.

§. 228′.

Bey Gängen, die einerley Streichen haben, giebt $D - d$ (vor. §) wie tief von A auf des Jüngern Gange bis an die **Vierungslinie** ein Schacht zu ſinken iſt.

§. 229′.

Wenn A (206′) in der **Vierung** liegt, ſoll der Markſcheider angeben: Wie tief von A nach dem Fallen des Jüngern Ganges bis an das **Ende der Vierung** BC (178. Fig.) abzuſinken; oder wie hoch bis dahin ein Ueberhauen zu bringen, iſt; Vorausgeſetzt daß beyde Gänge verſchiedenes Streichen haben.

Auflöſung.

I. Man ſuche d' (506 III) und D (a. O.);

So hat man

$$AC = d' - D,$$

und AC ſchneidet die Vierungslinie BC unter einen Winkel $BCA = n'$ (565 VIII) welcher nach 495 gefunden werden kann.

Man

Man hat daher die verlangte Höhe, oder Tiefe
$AB = (d' - D)\ tg\ n'$.

II. Befindet ſich A in der Gegend des Aeltern Ganges Liegenden: So muß von A nach der Vierungslinie ein Ueberhauen gebracht werden, ſonſt hat man bis dahin abzuſinken.

§. 210'.

Wenn A (206') auſſer der **Vierung** liegt, ſoll man angeben: Ob von A aus ein Schacht, oder Ueberſichbrechen auf des Jüngern Ganges bis an die **Vierungslinie** gebracht werden kann; und im erſten Falle, wie tief bis dahin abgeſunken; im zweyten Falle, wie hoch überhauen, werden muß.

Auflöſung.

Es muß abgeteufet oder über ſich gebrochen werden, nachdem A in der Gegend des Aeltern Ganges Hangenden oder Liegenden ſich befindet.

Die verlangte Höhe, oder Tiefe iſt
$= (D - d')\ tang\ n'$.

§. 211'.

Auf der **Vierungslinie** ſind zween Punkte gegeben;
Von dem einen ſoll bis in dem andern ein Schacht, oder Ueberſichbrechen, gebracht werden:
Man fragt: wie tief, oder hoch, abgeteuft oder überhauen, werden muß?

Auflöſung.

Von dem einem dieſer Punkte bis in den andern verrichte man einen Zug:
Dadurch läßt ſich ihre ſeiger Entfernung P berechnen, (333);
Nun ſuche man der Kreuzlinie Neigung L:
So hat man das Verlangte

$$= \frac{P}{\sin \alpha}\ (567).$$

§. 112′.

Die Vierungslinie in Grundriß zu verzeichnen.

Aufloͤſung.

Geſchieht nach 568.

§. 213′.

Auf einem für des Jüngern Gang verfertigten Flachenriſſe, iſt ein Punkt C der Kreutzlinie dieſes und des Aeltern Ganges gegeben:

Man ſoll auf genanntem Riſſe die **Vierungslinie** verzeichnen.

Aufloͤſung.

I. Durch C ziehe man eine ſöhlige Linie in des Jüngern Ganges Streichen.

II. Setze an C eine Linie in einem Winkel = n′, (565, VIII);

III. Nehme von C aus auf der ſöhligen Linie (I) ſo viel als D (226′ II II) giebt,

IV. Und ziehe durch den ſo in der Gegend des Hangenden oder Liegenden des Aeltern Ganges beſtimten Punkt eine Linie mit der in II parallel.

§. 214′.

Auf dem Grundriſſe, auf welchem der Bau zweener Gänge, eines Aeltern und eines Jüngern, vorgeſtellt iſt, iſt ein Punkt C dieſer Gänge Kreutzlinie bemerkt:

Man ſoll auf genanntem Riſſe einen Punkt G der **Vierungslinie** dergeſtalt angeben, daß G mit C in einer und derſelben ſöhligen Ebne liege.

Aufloͤſung.

I) Wird ganz nach 568 bewerkſtelliget.

II) Man kann auch ſo verfahren:

Man ziehe auf dem Grundriſſe durch C zwo Linien in dem Streichen beyder Gänge;

Ziehe in der Gegend des Hangenden oder Liegenden des Aeltern Ganges (wo G angegeben werden ſoll), eine

eine Parallele mit der vorhin in gleichgenannten Ganges Streichen gezogenen Linie, und zwar in einer Entfernung welche $\frac{3,5\ \text{Lr}}{\sin\varphi}$ giebt:

Dieſe Parallele wird die durch C in des Jüngern Ganges Streichen gezogene ſöhlige Linie in den verlangten Punkt G ſchneiden.

§. 215′.

Auf dem Grundriſſe 214′ iſt ein Punkt G der daſelbſt verzeichneten Vierungslinie AB (Fig. 180) bekannt:

Man ſoll in AB einen Punkt N angeben, der eines um eine gegebene Seigerteufe NQ = P höher oder tiefer als G liegenden Puuktes Q der Vierungslinie Projektion auf des Grundriſſes ſöhlige Ebne iſt.

Aufloͤſung.

Man ſuche der Vierungslinie Neigung (564) QGN = α;

Und trage von G aus auf AB die GN = P Cot α.

§. 216′.

In einem dem Grundriſſe 215′ beygefügtem Seigerriſſe, die Vierungslinie zu verzeichnen.

Aufloͤſung.

Man nehme in der aufn Grundriſſe verzeichneten Vierungslinie einen Punkt G an;

Suche einen N der einem um eine angenommene Seigerteufe höher oder tiefer als G liegendem Punkte Q zugehört,

Und verzeichne N und G nach 399 in Seigerriß.

Vernier.

§. 217′.

Davon 88... 101; 148.... 154.

W.

Waſſerlauf, Waſſerleitung.

§. 218′.

Was dabey dem Markſcheider zu thun vorkommt, lehrt XXXI.

Winkel.

§. 219′.

Den Winkel zu finden, um den man fehlt, wenn man die Mittagslinien zweener Oerter als parallel annimmt.

Aufloͤſung.

Steht § 330.

§. 220′.

Den Winkel zu ſchaͤtzen, um den man fehlt wenn, man die Vertikallinien weit entlegener Oerter als parallel anſieht.

Aufloͤſung.

Enthaͤlt § 331.

§. 221′.

Den Winkel zu finden, unter welchem auf dem Papiere ein kleiner Kreiß von einem gegebenen Durchmeſſer und einer gewiſſen Farbe ins Auge faͤllt, wenn ſolcher anfaͤngt von dem Auge undeutlich empfunden zu werden.

Aufloͤſung.

Findet ſich § 388.

§. 222′.

Das Streichen und deſſen Beſchaffenheit zwoer in einem Punkte zuſammenkommende ſoͤhlige Linien ſind gegeben:

Man verlangt den Winkel, den beyde einſchlieſſen.

Aufloͤ-

Aufloͤſung.

Giebt § 251; Auch 255 V.

§. 223′.

Den Winktl von gezogenen Schnuͤren anzugeben, wenn man Stuͤcken ſeiner Schenkel aus deſſen Spitze meſſen kann.

Aufloͤſung.

Davon § 259.

§. 224″.

Aus dem Winkel, den zwo ſchiefe Linien einſchlieſſen, und ihren Neigungen, den ihnen zugehoͤrigen **ſoͤhligen Winkel** zu finden.

Aufloͤſung

Steht § 260; 261.

§. 225′.

Den Winkel zu finden, den zweene einander durchſchneidende Gaͤnge mit einander machen.

Aufloͤſung.

Die hat man § 497.

§. 226′.

Aus dem Streichen γ, γ' und Fallen ϕ, ϕ' zweener Gaͤnge, den Winkel ABC (Fig. 181) $= \eta$ zu finden, den zwo aus einem Punkte B ihrer Kreuzlinie gezogenen Fallinien AB, BC mit einander machen.

Aufloͤſung.

I. Der Fallebnen Durchſchnitt ſey DB, und AD, DC Durchſchnitte dieſer Ebnen mit einer ſoͤhligen ADC: So iſt in dem koͤrperlichen Dreyecke AD BCD der ſphaͤr. W. ADC aus γ, γ', bekannt, (306, 255 V), und mag $= \alpha$ ſeyn;

Auch B. AD $=$ ABD $= 90° - \phi$

DC $=$ CBD $= 90° - \phi'$.

Nun iſt

B AC $=$ ABC $= \eta$:

 Man

§. 178′.

Auf dem Kreutze zweyer Gänge, deren Streichen und Fallen bekannt, ſoll von einem da gegebenen Punkte A bis auf eine, durch einen andern tiefern angewieſenen Punkt B laufende ſöhlige Ebne, ein Schacht geſunken werden:

Man will wiſſen, in welcher Lage und wie tief der Schacht abzuſinken iſt.

Aufloͤſung.

Man ſuche dieſer Gänge Kreutzlinie Lage:
Dieſe iſt des Schachts ſeine.
Nun ſey von B bis A gezogen:
Dadurch hat man
Sg BA, (333);

Dividirt man nun dieſe durch den Sinus der Kreutzlinie Neigungswinkel:

So hat man die verlangte flache Tiefe.

§. 179′.

Mit einem Querſchlage ſind zwey verſchiedene, jedoch in der Tiefe einander zu fallende Gänge erbrochen, deren Streichen und Fallen bekannt:

Nun ſoll von dieſem Querſchlage ein Schacht ſeiger bis auf das Kreutz beyder Gänge abgeſunken werden:

Die Frage iſt: Wo hat man ſich mit dem Schachte oder Abteufen zu lagern und wie tief muß man abſinken?

Aufloͤſung.

Sie iſt einerley mit der in § 98′; oder 99′; 100′, 101′; 102′.

Seigerriß.

§. 180′.

Einen zu fertigen, lehrt 339.

Seigerteufe.

§. 181'.

Einer Linie Seigerteufe zu finden, wenn ihre Lage und Neigung gegeben.

Aufloͤſung.

Steht in 263:

§. 182'.

Einer Linie Seigerteufe zu berechnen, wenn man nicht von der Linie Anfangspunkt bis zu ihrem Endpunkt eine Schnur ziehen kann.

Aufloͤſung.

Lehrt 333; Auch 272.

§. 183'.

Laͤnge und Sohle einer Linie iſt bekannt: Man verlangt ihre Seigerteufe.

Aufloͤſung.

Findet ſich § 270, 3).

§. 184'.

Aus einer Linie Sohle und Neigung die Seigerteufe zu finden.

Aufloͤſung.

Die hat man in 270, 8).

§. 185'.

Seigerteufe eines Schachts zu finden, ſehe man: Schacht.

Sohle.

§. 186'.

Einer Linie Sohle zu finden, wenn ihre Laͤnge und Neigung gegeben, lehrt 263.

§. 187'.

Unter den Bedingungen des 182'. §s einer Linie Sohle zu finden.

Aufloͤ-

Aufloͤſung.

Giebt § 333.

§. 188′.

Laͤnge und Seigerteufe einer Linie ſind gegeben: Man verlangt ihre Sohle.

Aufloͤſung..

Die hat man in § 270 1).

§. 189′.

Aus einer Linie Seigerteufe und Neigung die Sohle zu berechnen.

Aufloͤſung.

Findet ſich § 270 6).

§. 190′.

Mittelſt einer Linie Streichſinus und Streichkoſinus ihre Sohle zu finden

Aufloͤſung.

Wird nach 285, 1) bewerkſtelliget.

§. 191′.

Der Streichſinus nebſt dem Streichen iſt gegeben: Es ſoll die Sohle gefunden werden.

Aufloͤſung

Dieſe trift man § 287 3) an.

§. 192′.

Streichen und Streichkoſinus iſt bekannt: Man verlangt die Sohle.

Aufloͤſung.

Iſt in 287 7) enthalten.

Streichen.

§. 193′.

Selbiges zu finden:

I) Von einer Linie; lehrt 200, 201, 248; Auch 333;
II) Von einem Gange und Flötze; 317 453, 454; 471; 482;
III) Des Ausgehenden ſeines; 507;
IV) Der Kreutzlinie ihres; 489:
V) Der Ebne des Anſteigens; 506;
VI) Der Vierungslinie; 564;
VII) Einer Waſſerröſche; 666.

§. 194′.

Aus dem Streichſinus und Streichkoſinus das Streichen zu finden.

Aufloͤſung.

Steht § 285, 2) verbunden mit 286.

§. 195′.

Aus dem Streichſinus und der Sohle das Streichen zu berechnen.

Aufloͤſung.

Die giebt die Formel in 287, 1).

§. 196′.

Streichkoſinus und Sohle iſt gegeben:
Man verlangt das Streichen.

Aufloͤſung.

Dazu dient die Formel 287 5).

Streichſinus und Streichkoſinus.

§. 197′.

Dieſe Groͤßen aus der Sohle und dem Streichen zu berechnen.

Aufloͤſung.

Dieſe enthaͤlt § 282.

§. 198′.

Einer Linie Streichſinus und Streichkoſinus zu finden, wenn man von der Linie Anfangspunkt bis

zu

zu ihrem Endpunkt unmittelbar keine Schnur ziehen kann, wie vor. § vorausſetzt.

Aufloͤſung.

Iſt in 333 enthalten; oder vielmehr in 290.

§. 199′.

I. Aus der Sohle und dem Streichſinus, den Streichkoſinus zu finden.

II. Dieſen aus dem Streichen und Streichſinus.

Aufloͤſung.

Wird bewerkſtelliget, fuͤr I nach der Formel in 287 2); Fuͤr II nach der in a. §. 4).

§. 200′.

Den Streichſinus zu berechnen:

I) aus der Sohle und dem Streichkoſinus;

II) Dem Streichkoſinus und Streichen.

Aufloͤſung.

Fuͤr I giebt die Formel 287 6);
II 8).

Strecke, Stolln.

§. 201′.

Sehe man: Ort.

T.

Tafeln.

§. 202′.

Sohlen und Seigerteufen Tafeln zu fertigen.

Aufloͤſung.

Enthaͤlt § 264.

§. 203′.

Streichsſinuſſe und Streichkoſinuſſe Tafeln zu berechnen.

Aufloͤſung.

Wird nach 284 V ꝛc. bewerkſtelliget.

Tageroͤſche, Tageſtoln.

Sehe man: Roͤſche.

T e i ch.

§. 204′.

Einen Teich abzuſtecken.

Aufloͤſung.

Lehrt § 683; 684.

§. 205′.

Eines Teichdammes untere Breite abzuſtecken.

Aufloͤſung.

Steht § 686.

§. 206′.

Den Teichdamm auszugleichen; erwaͤhnt 687.

§. 207′.

Eines Teichſpiegels Jnhalt zu finden,

Aufloͤſung.

Die lernt man in 695.

§. 208′.

Teichdammes Jnhalt zu berechnen.

Aufloͤſung.

Davon § 701.

§. 209′.

Teiches Jnhalt zu berechnen, zeigt § 703.

U.

Ueberſichbrechen; Ueberhauen.

§. 210′.

Auf einem flachen Gange iſt ein Bau verführet, daß man des Ganges Streichen und Fallen abnehmen kann;

Nun iſt in der Grube auſſer dem Gange ein Punkt A angewieſen:

Der Markſcheider ſoll angeben: Ob genannter Gang von A aus mit einem ſeigern **Ueberhauen** zu erbrechen iſt, und in welcher Höhe:

Auflöſung.

Man thue was 177′ I, II, III, IV befielt:

So liegt der Punkt im Liegenden, wenn entweder Sg BA ſteigend und DC nach der Gegend ſtreicht, nach der der Gang fällt; oder, wenn Sg BA fallend und DC nach der Gegend ſein Streichen nimmt, nach der der Gang aufſteigt.

Die ſeigere Höhe findet ſich nach 536.

§. 211′.

Wenn ſchon von A weg ein **Ueberhauen** betrieben worden: So entſcheidet 539, ob etwa der Gang ſchon erbrochen ſey.

Iſt das nicht: So findet man, wie weit ſeiger bis an den Gang noch **überhauen** werden muß: Wenn man von der nach 536 gefundenen ſeigern Höhe die ſchon erreichte abzieht.

§. 212′.

Von zween einander durchſchneidenden Gängen, iſt das Streichen γ, γ' und Fallen F, F′ bekannt, und auf jedem wenigſtens ein Punkt A, B, gegeben;

Aus

Aus dem tiefſten A ſoll auf dem erſten Gange, (deſſen Streichen γ und Fallen F), nach dem andern ein Ueberſichbrechen AC getrieben werden:

Es fragt ſich: Ob mit ſolchem und in welcher Flachenhöhe, AC, (Fig 177), der Gang erbrochen werden könne?

Auflöſung.

I. Man ziehe von A, bis B;

II. Suche, nach 333, der AB Seigerteufe = BD, Sohle = AD, Streichen = β, und Fallen = φ;

III. Aus β und γ, nach 255 VI, den Winkel DAE = τ; Und

IV. Aus φ und τ den W BED = δ, durch

$$\text{Coſin}\ \delta = \frac{\text{Coſin}\ \varphi}{\text{ſin}\ \tau}\ (\text{ſph. Trig.});$$

VI. Hierauf:

$$DE = \frac{BD}{\text{tang}\ \delta}$$

$$= \frac{\text{Sg AB}}{\text{tang}\ \delta};$$

$$\text{VII. ſin AED} = \text{ſin}\ \mu = \frac{\text{AD ſin}\ \tau}{DE}$$

$$= \frac{\text{S AB ſin}\ \tau}{DE}$$

$$= \frac{\text{S AB ſin}\ \tau}{\frac{\text{Sg AB}}{\text{tang}\ \delta}}$$

$$= \frac{\text{S AB tang}\ \delta\ \text{ſin}\ \tau}{\text{Sg AB}}$$

$$= \text{Cot}\ \varphi\ \text{tang}\ \delta\ \text{ſin}\ \tau;$$

VIII. $AE = \frac{AD \sin ADE}{\sin \mu}$

$= \frac{\text{S} AB \sin(\tau + \mu)}{\sin \mu}$

IX. $AC = \frac{AE}{\text{Coſin } F}$

$= \frac{\text{S} AB \sin(\tau + \mu)}{\sin \mu \text{ Coſin } F}$

X. Des Ueberſichbrechens ſeigere Höhe EC iſt

$= AE \text{ tang } F$

$= \frac{\text{S} AB \sin(\tau + \mu)}{\sin \mu} \text{ tang } F.$

XI. Wenn A in der Gegend des andern Ganges Liegenden liegt: ſo kann dieſer mit dem Ueberhauen erbrochen werden.

XII. Exempel: Es ſey

$\gamma = 0^h$

$\beta = 4^h$ öſtlich

$F = 60°$

$\phi = 64°$

S AB = 211, 700 Ltr:

So hat man

$\tau = 6^h + 0^h - 4^h$

$= 2^h$

$= 30°$,

und δ durch folgende Rechnung (IV):

log Coſin 64°	= 0, 6418420 — 1
abgez. log ſin 30°	= 0, 6989700 — 1
	0, 9433720 — 1

Giebt $\delta = 28° 31'$.

Nun μ zu finden (VII):

log Cotang 64°	= 0, 6881818 — 1
log tang 28° 31′	= 0, 7350656 — 1

log

$\log \sin 30^\circ = 0,6989700 - 1$

$0,1222174 - 1$

Giebt $\mu = 7^\circ\, 37'$.

Zur Berechnung von AC hat man

$\tau + \mu = 37^\circ\, 37'$;

$\log 211,700 = 2,3257209$

$\log \sin 37^\circ\, 37' = 0,7855972 - 1$

$2,1113181,$ (A′

$\log \sin 7^\circ\, 37' = 0,1223624 - 1$

$\log \operatorname{Coſin} 60^\circ = 0,6989700 - 1$

8213324 — 2 abgez. von gleichvorſtehender Summe A′

$3,2899857$

Giebt AC = 1949, 700 Ltr.

Berechnung des Ueberſichbrechens ſeigere Höhe CE:

Zur Summe A′ = 2,1113181, kommt noch

$\log tg\, 60^\circ = 0,2385606$

$2,3498787$

Davon $\log \sin 7^\circ\, 37' = 0,1223624 - 1$, abgezogen

$3,2275163$

Giebt CE = 1688, 500 Ltr.

XIII. Wenn beyde Gänge einerley Streichen haben, dient folgendes:

XIV. Da liegen die Fallebnen ACE, ECF (Fig. 178) in einer und derſelben Ebne ACF:

Daher der AF Streichen von γ um 6 Stunden unterſchieden: Folglich bekannt; Auch der AD oder AB ihres $= \beta$, (II): Alſo auch ∢ DAF $= \tau$:

Man hat folglich, (wenn BFD auch $= \delta$ geſetzt wird)

$$\operatorname{Coſin} \delta = \frac{\operatorname{Coſin} \varphi}{\sin \tau} \text{ (wie in IV):}$$

Daher

$$\sin AFD \text{ oder } \sin \mu$$
$$= \text{Cot}\,\varphi \sin \tau \,\text{tg}\, \delta, \text{ (wie in VII)}.$$

und $AF = \frac{S\, AB \sin (\mu + \tau)}{\sin \mu}$ (VIII).

Folglich:

$$AC = \frac{AF \sin F'}{\sin (F + F')}$$
$$= \frac{S\, AB \sin (\mu + \tau) \sin F'}{\sin (F + F') \sin \mu}$$

§. 213′.

I. AC in IX vor. §s findet ſich auch auf folgende Art:

II. Es ſey
$EAF = \alpha$,
$EFA = \varepsilon$:

So iſt, aus γ, γ', nach 255 IV und 306 der Winkel $AEF = \nu$ bekannt, und man hat (nach Käſtners Aſtronomiſche Abh. 1 Th. S. 90 § 105)

$$\text{tang}\, \tfrac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) = \frac{\text{Coſin}\, \tfrac{1}{2} (F' - F) \,\text{Cot}\, \tfrac{1}{2} \nu}{\sin \tfrac{1}{2} (F + F')}$$
$$\text{tang}\, \tfrac{1}{2} (\alpha - \varepsilon) = \frac{\sin \tfrac{1}{2} (F' - F) \,\text{Cot}\, \tfrac{1}{2} \nu}{\text{Coſin}\, \tfrac{1}{2} (F + F')}$$

Folglich aus dieſer Winkel ſo berechneten halben Summe und halben Differenz die Winkel α, ε ſelbſt, (eb. Trig. 13 S.).

III. Nun ſey
$DAE = \eta$, (welches man aus β und γ findet)
$AFD = \sigma$,
$BFD = \omega$

So hat man auf ähnliche Art wie in IV und VII vor. §s

Coſin

$$\text{Coſin}\ \omega = \frac{\text{Coſin}\ \phi}{\text{ſin}\ (\eta + \alpha)}$$

$$\text{ſin}\ \sigma = \text{Cot}\ \phi\ \text{tang}\ \omega\ \text{ſin}\ (\alpha + \eta);$$

IV. Aber

$$AF = \frac{AD\ \text{ſin}\ ADF}{\text{ſiu}\ AFD}$$

$$= \frac{\text{S}\ AB\ \text{ſin}\ (\alpha + \eta + \sigma)}{\text{ſin}\ \sigma},$$

$$AE = \frac{AF\ \text{ſin}\ \varepsilon}{\text{ſin}\ \nu}$$

$$= \frac{\text{S}\ AB\ \text{ſin}\ \varepsilon\ \text{ſin}\ (\alpha + \eta + \sigma)}{\text{ſin}\ \sigma\ \text{ſin}\ \nu}$$

V. Alſo

$$AC = \frac{\text{S}\ AB\ \text{ſin}\ \varepsilon\ \text{ſin}\ (\alpha + \eta + \sigma)}{\text{Coſin}\ F\ \text{ſin}\ \sigma\ \text{ſin}\ \nu}$$

VI. Exempel.

Es ſey

$F' = 70°$

$F = 40°,$

gegeben

$\nu = 30°$

$\eta = 15°$

$\phi = 64°$

S $AB = 211,700$ Ltr,

gefunden, worden: So iſt

$\frac{1}{2}\nu = 15°$

$\frac{1}{2}(F' + F) = 55°$

$\frac{1}{2}(F' - F) = 15°;$

log Coſin 15° = 0, 9849438 — 1

log Cotang 15° = 0, 5719475

0, 5568913

log ſin 55° = 0, 9133645 — 1 abgez.

0, 6435268

Giebt $\frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon) = 77° 12'$

log ſin 15° = 0, 4129962 — 1

log Cot 15° = 0, 5719475

0, 9349437 — 1

log Coſin 55° = 0, 7585913 — 1

0, 2263524

Giebt $\frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon) = 59° 18'$

136° 30' Summe

17° 54' Differenz

halbe Summe = 68° 15' = α,

halbe Diff. = 8° 57' = ε.

$\bar{\omega}$ zu berechnen, (III):

$\eta + \alpha = 15° + 68° 15' = 83° 15$

log Coſin 64° = 0, 6418420 — 1

log ſin 83° 15' = 0, 9969792 — 1

0, 6448628 — 1

Giebt $\omega = 63° 48'$.

σ zu finden, (III):

log Cot 64° = 0, 6881818 — 1

log tang 63° 48' = 0, 3079811

log ſin 83° 15° = 0, 9969792 — 1

0, 9931421 — 1

Giebt $\sigma = 79° 51'$.

Berechnung von AC, (V):

$\alpha + \eta + \sigma = 68° 15' + 15° + 79° 51'$

$= 163° 6'$

log 211, 700 = 2, 3257209

log ſin 8° 57' = 0, 1919328 — 1

log ſin 163° 6' = 0, 4634483 — 1

0, 9911020 (A

log

log Coſin 40° = 0, 8842540 — 1
log ſin 79° 51′ = 0, 9931494 — 1
log ſin 30° = 0, 6989700 — 1

0, 5763734 — 1 abgez. v. vorſt. Summe

1, 4147286

Giebt AC = 25, 985 Lachter.

VII. Für des Ueberſichbrechens ſeigere Höhe hat man

$$CE = AE \text{ tg } F$$

$$= \frac{\text{S AB} \sin \varepsilon \sin (\alpha + \eta + \sigma) \text{ tang } F}{\sin \sigma \sin \nu}$$

VIII. Exempel.

Zur Summe A = 0, 9911020
kommt noch log tg 40° = 0, 9238135 — 1

0, 9149155

Davon abgezogen, die
Summe von

log ſin 79° 51 = 0, 9931494 — 1
log ſin 30° = 0, 6989700 — 1

0, 6921194 — 1

Differenz = 1, 2227961

Giebt

CE = 16, 703 Lachter.

214.

I. Nach Käſtners Aſtronomiſche Abhandlung Seite 86, § 88 ꝛc. findet ſich α, ε durch

$$\text{tang } \alpha = \frac{\sin \nu \text{ Cotang } F}{\text{Coſin } F' - \text{Cotang } F \sin F' \text{ Coſin } \nu}$$

$$\text{tang } \varepsilon = \frac{\sin \nu \text{ Cotang } F'}{\text{Coſin } F - \text{Cotang } F' \sin F \text{ Coſin } \nu}$$

Dieſe Formeln ſind zwar brauchbar, aber nur Folgen daraus herzuleiten; zur Rechnung mit Logarithmen ſind ſie nicht bequem genug. Inzwiſchen laſſen ſie ſich dazu folgendermaaßen einrichten.

II. Was das Produkt Cotang F Coſin v giebt ſehe man als eine Cotangente an, der der Bogen u zugehöre, alſo Cotang F Coſin v = Cotang u.

Dies macht

$$\text{Coſin } F' - \text{Cotang } F \text{ ſin } F' \text{ Coſin } v =$$

$$\text{Coſin } F' - \text{Cotang } u \text{ ſin } F' =$$

$$\frac{\text{ſin } u \text{ Coſin } F' - \text{ſin } u \text{ Cotang } u \text{ ſin } F'}{\text{ſin } u}$$

$$= \frac{\text{ſin } u \text{ Coſin } F' - \text{Coſin } u \text{ ſin } F'}{\text{ſin } u}$$

$$= \frac{\text{ſin } (u - F')}{\text{ſin } u};$$

Alſo

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{ſin } u \text{ ſin } v \text{ Cotang } F}{\text{ſin } (u - F')}$$

Der Zähler davon iſt

$$= \text{ſin } u \text{ ſin } v \frac{\text{Coſin } v}{\text{Coſin } v} \text{ Cotang } F$$

$$= \text{ſin } u \text{ tang } v \text{ Coſin } v \text{ Cotang } F$$

$$= \text{ſin } u \text{ tang } v \text{ Cotang } u$$

$$= \text{ſin } u \frac{\text{Coſin } u}{\text{ſin } u} \text{ tang } v$$

$$= \text{Coſin } u \text{ tang } v:$$

Folglich

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{tang } v \text{ Coſin } u}{\text{ſin } (u - F')}.$$

Eben ſo findet ſich

$$\tan \varepsilon = \frac{\tan v \operatorname{Coſin} u}{\sin (u - F)}$$

III. Wenn man α gefuuden hat kann man ε durch

$$\sin \varepsilon = \frac{\sin \alpha \operatorname{Coſin} F'}{\operatorname{Coſin} F}$$

finden, welches aus ſphäriſche Trig. 1 Satze folgt.

IV. In ſo ferne u genau in den Tafeln ſteht, iſt dieſes Verfahren völlig ſcharf, ſonſt nur in ſo weit unrichtig als man für den eigentlichen Winkel einen in den Tafeln nimmt, der ihm am nächſten kommt.

V. Man hat auch

$$\operatorname{Cot} \alpha = \frac{\operatorname{Coſin} F'}{\sin v \operatorname{Cotg} F} - \operatorname{Coſin} F' \operatorname{Cot} v$$

Denn

$$\frac{1}{\tan \alpha} = \operatorname{Cot} \alpha$$

$$= \frac{\operatorname{Coſin} F' - \operatorname{Cotang} F \operatorname{Coſin} F' \operatorname{Coſin} v}{\sin v \operatorname{cotang} F}$$

$$= \frac{\operatorname{Coſin} F'}{\sin v \cot F} - \frac{\cot F \operatorname{coſin} F' \operatorname{coſin} v}{\sin v \cot F}$$

VI. Daß bey dieſen Formeln auch der Sinustotus = 1 geſetzt iſt, und daher bey der Rechnung mit Logarithmen die der trigonometriſchen Linien in den Tafeln, (wie bey allen bisherigen Rechnungen geſchehen iſt) um 10 vermindert werden müſſen, iſt kaum zu erinnern nöthig.

VII. Uebrigens kann bey der Formel V jeder Theil eine ziemliche große Zahl ſeyn, alſo einen Logarithmen bekommen, aus dem ſich die Zahl ſelbſt nicht ſehr ſcharf finden läßt. Und dem ohngeachtet kann dieſer großen Zahlen Unterſchied eine kleine Zahl ſeyn: Dieſe würde man alſo

alſo nicht ſo genau finden als nöthig iſt; wenn man die beyden Größen nicht genau hätte. Daher dieſe Formel (V) für Logarithmen nicht ſo brauchbar, als II.

Gleiche Erinnerungen finden ſich auch in a. Aſtronomiſchen Abhandlungen Seite 190 § 104, gemacht.

§. 215′.

Von einem gegebenen Punkte F ſoll bis auf eine durch einen andern gegebenen Punkt A laufende ſöhlige Ebne ein **Ueberſichbrechen** gebracht werden.

Man verlangt ſeine Höhe.

Auflöſung.

Man ziehe von F bis A, und ſuche nach 333 der AF Seigerteufe.

§. 216′.

Von einem gegebenen Punkte F will man ein **Ueberſichbrechen** bis auf die Sohle eines nach ihm getriebenen Ortes bringen:

Es wird ſeine ſeigere Höhe verlangt.

Auflöſung.

Man nehme auf des Ortes Sohle einen Punkt A an; Ziehe von ſelbigen bis F,

und ſuche die verlangte Seigerteufe durch

$$Sg\ AF - \frac{p.1}{100}\ (339).$$

§. 217′.

Von einem gegebenen Punkte A wird ein Ort in gegebenen Streichen getrieben:

Man will wiſſen, wo man auf einer tiefer als A gegebenen ſöhligen Ebne mit einem ſeigern **Ueberſich**-**brechen** anſitzen muß damit auf des Ortes Sohle dergeſtalt zu erſchlagen, daß das Ort von A aus eine gewiſſe ſöhlige Länge erreicht hat.

Auflöſung.

Wird ganz nach 421, bewerkſtelliget.

§. 218

§. 218′.

Iſt des Ortes Streichen nicht gegeben, ſondern das Streichen uud Fallen eines Ganges auf dem A angewieſen und das Ort mit gewöhnlicher Röſche getrieben werden ſoll: So geſchieht die Auflöſung nach 424 verbunden mit 421.

§. 219′.

Auf einem Gange, von dem man ſein Streichen und Fallen weiß, ſoll von einer angewieſenen Strecke weg nach einem aufn Gange gegebenen Punkte ein Ueberhauen gebracht werden:

Man fragt: Wo damit auf der Strecke anzuſitzen?

Auflöſung.

Geſchieht nach 508.

§. 220′.

Soll ein Ueberhauen den Gang in einer gegebenen ſeigern Höhe erreichen:

So findet ſich der Punkt, wo damit anzuſitzen, nach 519; oder 520; 522, 524.

§. 221′.

Auf einer Strecke iſt ein Punkt C des Ganges Durchſchnitt mit dieſer Strecke Sohle, oder auch Firſte, bekannt; Jmgleichen des Ganges Streichen und Fallen;

Von einem auf genannter Strecke gegebenen Punkte b weg ſoll nach dem Gange ein Ueberhauen getrieben werden:

Man fragt: In welcher ſeigern Höhe es den Gang erreichen werde?

Auflöſung.

Wenn man von b bis C einen Zug verrichtet: So findet ſich dadurch nach 333 der Cb Sohle und Streichen; und denn nach 523 die verlangte ſeigere Höhe.

§. 222

§. 222'.

Iſt blos in der Gegend des Liegenden eines Ganges ein Punkt b angewieſen, von dem weg ein ſeigeres Ueberſichbrechen bis an den Gang aufgehauen werden ſoll:

So findet ſich deſſen ſeigere Höhe bis an Gang nach 536.

§. 223'.

In der Grube ſind zwey Oerter angewieſen, von denen man weiß, daß ſie über einander einkommen;

Von dem tiefern ſoll nach dem obern ein ſeigeres Ueberhauen gebracht werden:

Man verlangt den Punkt, wo damit anzuſitzen iſt.

Aufloͤſung.

Enthält § 440.

Umwenden, einen Stolln.

§. 224'.

Was dabey der Markſcheider anzugeben hat, lehrt § 677.

V.

Vermeſſen.

§. 225'.

Davon XXIX.

Vierung.

§. 226'.

Auf des Jüngern Gange iſt ein Punkt A gegeben;

Auch wenigſtens einer B auf des Aeltern ſeinen;

Beyde

Beyder Gänge Streichen γ, γ' und Fallen φ, φ', weiß man:

Man ſoll angeben: Ob A in des Aeltern Ganges Vierung liege oder nicht; und im erſten Falle, wie weit A vom Ende der Vierung liege.

Auflöſung.

I. Man verrichte von A bis B einen Zug.

II. Haben nun beyde Gänge einerley Streichen: So ſuche man nach 565 1) die Entfernung d der Kreuzlinie von der Vierungslinie;

Dann die Entfernung D des Punktes A von der Kreuzlinie nach der Formel $\frac{\text{S AB} \sin \omega}{\sin(\varphi + \varphi')}$, wo ω aus der AB Streichen und dem der Fallinie des Aeltern Ganges.

Iſt nun D = d: So liegt A in der Kreuzlinie; Für D > d, auſſer der Vierung, D < d innerhalb der Vierung:

Im letzten Falle giebt d — D wie weit A vom Ende der Vierung liege.

III. Iſt beyder Gänge Streichen verſchieden:

So ſuche man d nach 565 2) und darauf, nach 566, die Länge d′ der ſöhligen Linie zwiſchen der Vierungslinie und Kreuzlinie, dann D nach 498.

Iſt nun D = d′: ſo liegt A in der Vierungslinie; D > d′ auſſerhalb und D < d′ innerhalb der Vierung;

IV. Die Entfernung A von der Vierungslinie wird im Falle II nach der Fallinie, im Falle III aber nach einer auf des Jüngern Ganges gezogene ſöhlige Linie, gemeſſen.

V. Bey jenem Falle giebt die Entfernung, wie weit von A bis ans Ende der Vierung ein Ueberhauen zu bringen iſt; bey dieſem aber, wie weit auf des

Jün=

Jüngern Gange von A bis an die Vierungslinie ein ſöhlig Ort getrieben werden muß.

§. 227′.

Wenn A (vor. §) auſſer des Aeltern Ganges Vierung liegt, ſoll der Markſcheider angeben, in welchem öſtlichen oder weſtlichen Streichen ein ſöhlig Ort bis an die **Vierungslinie** zu treiben oder bereits getrieben iſt, wenn beyde Gänge verſchiedenes Streichen haben.

Aufloͤſung.

Da iſt D > d′, (II vor. §s) und D — d′ giebt die verlangte Weite;

Liegt A in des Jüngern Ganges Hangenden: So iſt des Ortes Streichen öſtlich oder weſtlich, nachdem dieſer Gang recht- oder widerſinnig fällt; Befindet ſich A im Liegenden: So iſt es weſtlich oder öſtlich, nachdem der Gang recht- oder widerſinnig fällt.

§. 228′.

Bey Gängen, die einerley Streichen haben, giebt D — d (vor. §) wie tief von A auf des Jüngern Gange bis an die **Vierungslinie** ein Schacht zu ſinken iſt.

§. 229′.

Wenn A (206′) in der **Vierung** liegt, ſoll der Markſcheider angeben: Wie tief von A nach dem Fallen des Jüngern Ganges bis an das **Ende** der **Vierung** BC (178. Fig.) abzuſinken; oder wie hoch bis dahin ein **Ueberhauen** zu bringen, iſt; Vorausgeſetzt daß beyde Gänge verſchiedenes Streichen haben.

Aufloͤſung.

I. Man ſuche d′ (506 III) und D (a. O.);

So hat man

$$AC = d' - D,$$

und AC ſchneidet die Vierungslinie BC unter einen Winkel BCA = n′ (565 VIII) welcher nach 495 gefunden werden kann.

Man

Man hat daher die verlangte Höhe, oder Tiefe
$AB = (d' - D) \text{ tg } n'$.

II. Befindet ſich A in der Gegend des Aeltern Ganges Liegenden: So muß von A nach der Vierungslinie ein Ueberhauen gebracht werden, ſonſt hat man bis dahin abzuſinken.

§. 210'.

Wenn A (206') auſſer der **Vierung** liegt, ſoll man angeben: Ob von A aus ein Schacht, oder Ueberſichbrechen auf des Jüngern Ganges bis an die **Vierungslinie** gebracht werden kann; und im erſten Falle, wie tief bis dahin abgeſunken; im zweyten Falle, wie hoch überhauen, werden muß.

Auflöſung.

Es muß abgeteufet oder über ſich gebrochen werden, nachdem A in der Gegend des Aeltern Ganges Hangenden oder Liegenden ſich befindet.

Die verlangte Höhe, oder Tiefe iſt
$= (D - d') \text{ tang } n'$.

§. 211'.

Auf der **Vierungslinie** ſind zween Punkte gegeben; Von dem einen ſoll bis in dem andern ein Schacht, oder Ueberſichbrechen, gebracht werden:

Man fragt: wie tief, oder hoch, abgeteuft oder überhauen, werden muß?

Auflöſung.

Von dem einem dieſer Punkte bis in den andern verrichte man einen Zug:

Dadurch läßt ſich ihre ſeiger Entfernung P berechnen, (333);

Nun ſuche man der Kreutzlinie Neigung L;

So hat man das Verlangte

$$= \frac{P}{\sin \alpha} \ (567).$$

§. 112′.

Die Vierungslinie in Grundriß zu verzeichnen.

Aufloͤſung.

Geſchieht nach 568.

§. 213′.

Auf einem für des Jüngern Gang verfertigten Flachenriſſe, iſt ein Punkt C der Kreutzlinie dieſes und des Aeltern Ganges gegeben:

Man ſoll auf genanntem Riſſe die **Vierungslinie** verzeichnen.

Aufloͤſung.

I. Durch C ziehe man eine ſöhlige Linie in des Jüngern Ganges Streichen.

II. Setze an C eine Linie in einem Winkel = n′, (565, VIII);

III. Nehme von C aus auf der ſöhligen Linie (I) ſo viel als D (226′ II II) giebt,

IV. Und ziehe durch den ſo in der Gegend des Hangenden oder Liegenden des Aeltern Ganges beſtimmten Punkt eine Linie mit der in II parallel.

§. 214′.

Auf dem Grundriſſe, auf welchem der Bau zweener Gänge, eines Aeltern und eines Jüngern, vorgeſtellt iſt, iſt ein Punkt C dieſer Gänge Kreutzlinie bemerkt:

Man ſoll auf genanntem Riſſe einen Punkt G der **Vierungslinie** dergeſtalt angeben, daß G mit C in einer und derſelben ſöhligen Ebne liege.

Aufloͤſung.

I) Wird ganz nach 568 bewerkſtelliget.

II) Man kann auch ſo verfahren:

Man ziehe auf dem Grundriſſe durch C zwo Linien in dem Streichen beyder Gänge;

Ziehe in der Gegend des Hangenden oder Liegenden des Aeltern Ganges (wo G angegeben werden ſoll), eine

eine Parallele mit der vorhin in gleichgenannten Ganges Streichen gezogenen Linie, und zwar in einer Entfernung welche $\frac{3, 5\ \mathrm{Lr}}{\sin \varphi}$ giebt:

Dieſe Parallele wird die durch C in des Jüngern Ganges Streichen gezogene ſöhlige Linie in den verlangten Punkt G ſchneiden.

§. 215′.

Auf dem Grundriſſe 214′ iſt ein Punkt G der daſelbſt verzeichneten Vierungslinie AB (Fig. 180) bekannt:

Man ſoll in AB einen Punkt N angeben, der eines um eine gegebene Seigerteufe NQ = P höher oder tiefer als G liegenden Punktes Q der Vierungslinie Projektion auf des Grundriſſes ſöhlige Ebne iſt.

Aufloͤſung.

Man ſuche der Vierungslinie Neigung (564) QGN = α;

Und trage von G aus auf AB die GN = P Cot α.

§. 216′.

In einem dem Grundriſſe 215′ beygefügtem Seigerriſſe, die Vierungslinie zu verzeichnen.

Aufloͤſung.

Man nehme in der aufn Grundriſſe verzeichneten Vierungslinie einen Punkt G an;

Suche einen N der einem um eine angenommene Seigerteufe höher oder tiefer als G liegendem Punkte Q zugehört,

Und verzeichne N und G nach 399 in Seigerriß.

Vernier.

§. 217′.

Davon 88 . . . 101; 148 . . . 154.

W.

Waſſerlauf, Waſſerleitung.

§. 218'.

Was dabey dem Markſcheider zu thun vorkommt, lehrt XXXI.

Winkel.

§. 219'.

Den Winkel zu finden, um den man fehlt, wenn man die Mittagslinien zweener Oerter als parallel annimmt.

Aufloͤſung.

Steht § 330.

§. 220'.

Den Winkel zu ſchaͤtzen, um den man fehlt wenn, man die Vertikallinien weit entlegener Oerter als parallel anſieht.

Aufloͤſung.

Enthaͤlt § 331.

§. 221'.

Den Winkel zu finden, unter welchem auf dem Papiere ein kleiner Kreiß von einem gegebenen Durchmeſſer und einer gewiſſen Farbe ins Auge faͤllt, wenn ſolcher anfaͤngt von dem Auge undeutlich empfunden zu werden.

Aufloͤſung.

Findet ſich § 388.

§. 222'.

Das Streichen und deſſen Beſchaffenheit zwoer in einem Punkte zuſammenkommende ſoͤhlige Linien ſind gegeben:

Man verlangt den Winkel, den beyde einſchlieſſen.

Auflö-

Aufloͤſung.

Giebt § 251; Auch 255 V.

§. 223′.

Den Winktl von gezogenen Schnuͤren anzugeben, wenn man Stuͤcken ſeiner Schenkel aus deſſen Spitze meſſen kann.

Aufloͤſung.

Davon § 259.

§. 224″.

Aus dem Winkel, den zwo ſchiefe Linien einſchlieſſen, und ihren Neigungen, den ihnen zugehoͤrigen ſoͤhligen Winkel zu finden.

Aufloͤſung

Steht § 260; 261.

§. 225′.

Den Winkel zu finden, den zweene einander durchſchneidende Gaͤnge mit einander machen.

Aufloͤſung.

Die hat man § 497.

§. 226′.

Aus dem Streichen γ, γ' und Fallen φ, φ' zweener Gaͤnge, den Winkel ABC (Fig. 181) $= \eta$ zu finden', den zwo aus einem Punkte B ihrer Kreutzlinie gezogenen Fallinien AB, BC mit einander machen.

Aufloͤſung.

I. Der Fallebnen Durchſchnitt ſey DB, und AD, DC Durchſchnitte dieſer Ebnen mit einer ſoͤhligen ADC: So iſt in dem koͤrperlichen Dreyecke AD BCD der ſphaͤr. W. ADC aus γ, γ', bekannt, (306, 255 V), und mag $= \alpha$ ſeyn;

Auch B. AD $=$ ABD $= 90° - \varphi$

DC $=$ CBD $= 90° - \varphi'$.

Nun iſt

B AC $=$ ABC $= \eta$:

 Man

Man hat alſo in dem ſchiefwinklicht ſphär. Dreyecke ADC aus zween Seiten und dem eingeſchloſſenen Winkel die dritte Seite zu ſuchen.

Dies geſchieht nach Käſtners Aſtr. Abhandlungen I Theil Seite 86 ꝛc. § 89. 95, 96, 102.

Es iſt nämlich

Daſ. 89	a	A	b	c
hier	η	α	$90° - \varphi$	$90° - \varphi'$

Alſo

$$\text{Coſin}\,\eta = \text{Coſin}\,\alpha\,\text{coſin}\,\varphi\,\text{coſin}\,\varphi' + \text{ſin}\,\varphi\,\text{ſin}\,\varphi'$$

II. Dieſe Formel iſt zur Rechnung mit Logarithmen nicht bequem genug. Will man indeſſen mit Logarithmen danach rechnen: So muß man die Summe der Logarithmen von coſin α coſin φ coſin φ' machen, ſo daß man ſich von jedem wie er in den Tafeln ſteht 10 abgezogen denkt oder ihre Summe um 30 vermindert. Und eben ſo die Summe der Logarithmen von ſin φ ſin φ' um 20 vermindert. Beyde ſo erhaltene Logarithmen gehören zween Brüchen zu (eb. Trig. 2 Erkl. 6 Z.), welche zuſammen addirt Coſ η geben.

III. Dieſes Verfahren läßt ſich folgendermaaßen bequemer und ſchärfer einrichten.

IV. Es ſey α ſpitzig.

Da iſt

$$\begin{aligned}\text{Coſin}\,\eta &= \text{ſin}\,\varphi\,\text{ſin}\,\varphi' + \text{Coſin}\,\alpha\,\text{Coſin}\,\varphi\,\text{Coſin}\,\varphi' \\ &= \text{ſin}\,\varphi\,\text{ſin}\,\varphi' + \text{Coſin}\,\alpha\,\text{Coſin}\,\varphi'\,\text{Coſin}\,\varphi \\ &\quad + \text{Coſin}\,\varphi\,\text{Coſin}\,\varphi' - \text{Coſin}\,\varphi\,\text{Coſin}\,\varphi' \\ &= \text{ſin}\,\varphi\,\text{ſin}\,\varphi' + \text{Coſin}\,\varphi\,\text{Coſin}\,\varphi' \\ &\quad - \text{Coſin}\,\varphi\,\text{Coſin}\,\varphi' + \text{Coſin}\,\alpha\,\text{Coſin}\,\varphi \\ &\qquad \text{Coſin}\,\varphi' \\ &= \text{ſin}\,\varphi\,\text{ſin}\,\varphi' + \text{Coſin}\,\varphi\,\text{Coſin}\,\varphi' \\ &\quad - (\text{Coſin}\,\varphi\,\text{Coſin}\,\varphi' - \text{Coſin}\,\varphi\,\text{Coſin}\,\varphi' \\ &\qquad \text{Coſin}\,\alpha):\end{aligned}$$

Alſo

Alſo

$$\text{Coſin}\ \eta = \text{Coſin}\ (\varphi' - \varphi) - (1 - \text{Coſin}\ \alpha)\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi'$$

VI. Wenn α ſtumpf: ſo ſey $\alpha = 180° - \alpha$: alſo Coſin $\alpha = -$ Coſin α'; und man hat

$$\begin{aligned}
\text{Coſin}\ \eta, &= \text{ſin}\ \varphi\ \text{ſin}\ \varphi' - \text{Coſin}\ \alpha'\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi', \\
&= \text{ſin}\ \varphi\ \text{ſin}\ \varphi' - \text{Coſin}\ \alpha'\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi \\
&\quad + \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' - \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&= \text{ſin}\ \varphi\ \text{ſin}\ \varphi' + \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&\quad - \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' - \text{Coſin}\ \alpha'\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&= \text{ſin}\ \varphi\ \text{ſin}\ \varphi' + \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&\quad - (\text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi + \text{Coſin}\ \alpha'\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi'):
\end{aligned}$$

Folglich

$$\text{Coſin}\ \eta = \text{Coſin}\ (\varphi' - \varphi) - (1 + \text{Coſin}\ \alpha')\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi'$$

VII. Für dieſen Fall hat man auch

$$\begin{aligned}
\text{Coſin}\ \eta &= \text{ſin}\ \varphi\ \text{ſin}\ \varphi' - \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&\quad + \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' + \text{Coſin}\ \alpha\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&= \text{ſin}\ \varphi\ \text{ſin}\ \varphi' - \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&\quad + (1 + \text{Coſin}\ \alpha)\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&= - \text{Coſin}\ (\varphi + \varphi') + (1 + \text{Coſin}\ \alpha)\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' \\
&= (1 + \text{Coſin}\ \alpha)\ \text{Coſin}\ \varphi\ \text{Coſin}\ \varphi' - \text{Coſin}\ (\varphi + \varphi')
\end{aligned}$$

VIII. Exempel.

Für IV.

$\alpha = 43° 20'$;
$\varphi = 14° 29'$
$\varphi' = 13° 15'$

 $1 =$

$$1 = \quad 1,0000000$$
$$-\mathrm{Coſ}\,43^\circ\,20' = -0,7272736$$

$$1 - \mathrm{Coſ}\,43^\circ\,20 = +0,2727204$$

$$\log(1 - \mathrm{Coſ}\,43^\circ\,20') = 0,4357170 - 1$$
$$\log \mathrm{Coſin}\,14^\circ\,29' = 0,9859742 - 1$$
$$\log \mathrm{Coſin}\,13^\circ\,15' = 0,9882821 - 1$$

$$0,4099733 - 1$$

Dieſe Summe der Logarithmen gehört zu 2, 5702; da aber von dem bejahtem Theile 1 abgezogen, d. i. die Zahl 2, 5702 mit 10 dividirt werden muß: ſo gehört der eigentliche Logarithme zu

$$0,25702,$$

Nun iſt

$$\mathrm{Coſin}\,(14^\circ\,29' - 13^\circ\,15') = 0,9997685$$
$$-0,25702$$

$$= 0,74274$$

Die Ziffern nach der fünften ſind ungewiß, ſelbſt dieſe vierte könnte 3 ſtatt 4 ſeyn. Indeſſen kann man ohne merklichen Irrthum 0, 74274 für Coſin 42° 2′ annehmen, und alſo

$$\eta = 42^\circ\,2'.$$

So groß kommt der Fallinien Winkel, wenn beyde Gänge nach einerley Gegend fallen; Fallen ſie nach verſchiedenen, ſo iſt

$$\eta = 137^\circ\,58'.$$

IX. η durch ein ähnliches Verfahren wie 214′ II zu finden, dient folgendes.

X. Weil

$$\mathrm{Coſin}\,\eta = \mathrm{Coſin}\,\alpha\,\cot\varphi\,\sin\varphi\,\mathrm{coſin}\,\varphi' + \sin\varphi\,\sin\varphi':$$

ſo ſetze man

$$\mathrm{Coſin}\,\alpha\,\cot\varphi = \mathrm{Cotang}\,u;$$

Da wird

$$\mathrm{Coſin}\,\eta = \cot u\,\sin\varphi\,\mathrm{Coſin}\,\varphi' + \sin\varphi\,\sin\varphi =$$

$$= \frac{\sin\varphi\,(\operatorname{Coſin} u\ \operatorname{Coſin}\varphi' + \sin u\ \sin\varphi')}{\sin u}$$

$$= \frac{\sin\varphi\ \operatorname{Coſin}(\varphi' - u)}{\sin u.}$$

Z.

Ziehen; Zug.

§. 227′.

Einen Zug zu verrichten, lehrt ′XIV.

§. 228′.

Einen Zug zu berechnen.

Davon ′XVII.

§. 229′.

Einen weitläuftigen Markſcheiderzug in die Kürze zu ziehen.

Das erwähnt § 378; Und es kann nach 272, 289 geſchehen.

Exempel.

Aus dem § 376 beygefügten berechneten Zuge braucht man nur die Punkte B, D, F; Alſo der Linien, AB, BD, DF Seigerteufe, Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe. Die Berechnung geſchieht folgendermaaßen:

Seigerteufe		Streichſinuſſe		Streichkoſinuſſe		
Lr	Alr	Lr	Alr	Lr	Alr	
2	4, 151	2	3, 191	3	4, 720	AB
— 6	6, 627	— 9	0, 911	11	7, 002	AD
— 9	2, 778	— 11	4, 102	8	2, 282	BD
0	0, 603	— 7	6, 811	12	4, 142	AF
6	7, 230	1	2, 100	0	5, 140	DF

Nämlich Sg BD, Strſ BD, Strk BD entſteht, wenn man Sg BA, + Sg AD; Strſ BA + Strſ AD; Strk BA + Strk AD macht: Eben ſo erhält man genannte Größen für DF, wenn man zu den DA zugehörigen Seigerteufe, Streichſinus, Streichkoſinus die der AF zukommenden, addirt. Man kann gleich darauf beym Ausziehen aus dem berechneten Zuge Rückſicht nehmen. Die Sache würde ſich nach unſerm Exempel ſo darſtellen:

Seigerteufe		Streichſinuſſe		Streichkoſinuſſe		
— 2	4, 151	— 2	3, 191	— 3	4, 720	BA
— 6	6, 627	— 9	0, 911	11	7, 002	AD
— 9	2, 778	— 11	4, 102	8	2, 282	BD
6	6, 627	9	0, 911	— 11	7, 002	DA
0	0, 603	— 7	6, 811	12	4, 142	AF
6	7, 230	1	2, 100	0	5, 140	DF

§. 230′.

Einen Zug nachzubringen.

Hievon ſehe man 403.

Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien.

§. 231′.

Dazu dient, was 386.... 393 lehrt.

Ueber

Ueber die

krummen Linien,

in denen ein Gang

bey

einerley Neigung und Streichen fällt

und zu Tage ausgeht.

Integration.

§. 231′.

Das Differential (343) einer Größe ſuchen, heißt ſie Differentiiren.

§. 232′.

Das Integral einer Differentialgröße, (344), nennt man die Größe aus deren Differentirung, (231′), die Differentialgröße entſtanden iſt.

§. 233′.

Einer Differentialgröße Integral finden heißt ſie integriren.

§. 234′.

Daß integrirt werden ſoll; oder, daß eigentlich das Integral einer Differentialgröße zu verſtehen ſey, zeigt man durch den Buchſtaben: ſ, an, der vor das Differential geſetzt wird.

§. 235′.

I. Es iſt alſo:

$$\int dx = x, \text{ (232′, 343 III)},$$

oder auch $= x \pm a$, weil $x \pm a$ ebenfalls die Größe iſt, aus deren Differentirung dx enſtanden;

$$\int (x\,dy + y\,dx) = xy, \text{ (346;}$$

$$\int a\,dy = ay$$

$$= a\int dy; \text{ (346 II).}$$

u. ſ. w. (a. D.).

II. Auch hat man nach 350

$$\int d \log x = \int M \frac{dx}{x}$$

oder

$$\log x = M \int \frac{dx}{x}$$

und

und

$$\log \text{nat}\, x = \int \frac{dx}{x};$$

u. ſ. f.

III. In der Differentialrechnung iſt

$$d(x^n) = nx^{n-1}dx$$

die Fundamentalgleichung, und ihr Gebrauch erſtreckt ſich auf alle die Fälle, wo x^n eine veränderliche und n eine beſtändige Größe iſt.

Es muß alſo

$$\int nx^{n-1}dx \text{ wenigſtens } = x^n,$$

ſeyn; ich ſage wenigſtens, da x^n mit beſtändigen Größen verbunden eben die Differentialformel giebt.

Aus $nx^{n-1}dx$ aber erhält man x^n, wenn man „Den Exponenten $n - 1$ um 1 vermehrt, (alſo „aus $nx^{n-1}dx$ nun $nx^n dx$ macht) und mit dieſem „vermehrten Exponenten (n) und dem Differential von „x dividirt;“

$$\text{Denn } \frac{nx^n dx}{n\,dx} = x^n$$

Dieſe Regel iſt für alle Differentialformeln brauchbar, die ſich auf $nx^{n-1}dx$ oder $anx^{n-1}dx$ bringen laſſen.

§. 236.

Weil die Differentialien der beſtändigen Größen $= 0$: So behält jede veränderliche Größe eben das Differential, wenn auch eine beſtändige zu ihr addirt oder von ihr abgezogen wird, (344).

Daher iſt es ungewiß, ob dem gefundenen Integral noch eine beſtändige Größe zukomme oder nicht; z. E. ob $\int (xdy + ydx) = xy \pm a$, oder $= xy - a^2 + \frac{n}{h}$, oder $= xy$, da dieſe drey letzten Ausdrücke

eine

eine und dieſelbe Differentialgröße geben, und daher aus jedem die Differentialgröße $xdy + ydx$ entſtanden ſeyn kann.

§. 237.

Dieſe beſtändige Größe wird durch C oder Conſtans angedeutet und ſo zu dem gefundenen Integral geſetzt, daß alſo z. E. $\int (xdy + ydx) = xy + C$; Ihr Werth muß aus den Umſtänden der Aufgabe beſtimmt werden.

Man kann deshalb folgende allgemeine Regel merken:

Nachdem man aus den Umſtänden der Aufgabe erforſcht hat, wie groß das Integral für irgend einen beſtimmten Werth der veränderlichen Größe x ſeyn muß, und zu dem aus dem Differential gefundenen Theil des Integrals + C geſchrieben, ſetze man alles dem für das beſtimmte x gehörigen Werth des Integrals gleich und führe auch für x den beſtimmten Werth an: So erhält man eine Gleichung, die auſſer C lauter bekannte Größen enthält, und woraus alſo C gefunden werden kann.

Z. B. Wäre aus den Umſtänden der Aufgabe gefunden worden, daß bey dem aus der Differentialgröße $dy = mdx$ gefundenen Integral $y = mx + C$, die Größe $y = a$ für $x = o$, würde: So hätte man für

$$y = mx + C$$

nun

$$a = mo + C$$
$$= o + C;$$

folglich

$$a = c;$$

Alſo das vollkommene Integral,

$$y = a + mx,$$

Kurze

Kurze Erinnerungen wegen den krummen Linien überhaupt.

§. 238'.

I. In dem Kreiſe der 182. Figur ſey AP ein nach Gefallen auf dem Durchmeſſer genommenes Stücke; PM ein Perpendikel aus P an die Peripherie: So erhellet, daß PM anders ausfällt, ſo bald man AP um das Mindeſte größer oder kleiner annimmt.

II. Es ſind alſo AP, PM veränderliche von einander abhängende Größen.

III. Nun iſt aber

$$AP : PM = PM : PB;$$

Setzt man alſo

$$AP = x,$$
$$PM = y:$$
$$AB = a$$

So iſt

$$PB = AB - AP$$
$$= a - x,$$

und

$$x : y = y : a - x:$$

Folglich

$$y^2 = x(a - x)$$
$$= xa - x^2:$$

IV. Mithin

$$y = \pm \sqrt{(ax - x^2)}.$$

V. Man ſieht alſo, daß, wenn des Kreiſſes Durchmeſſer ein und für allemal feſtgeſetzt iſt, y für jedes angenommene x einen genau beſtimmten Werth erhält, und folglich dadurch Punkte des Umkreiſes beſtimmen kann, wenn man die x von A aus nimmt.

§. 239'.

In der Gleichung IV vor. §s iſt a eine beſtändige Größe, y und x aber veränderliche, wovon die eine durch

durch die andere willkührlich angenommene, beſtimmt wird.

Hiedurch wird folgendes begreiflich ſeyn.

§. 240′.

I. In ſo ferne der Werth einer veränderlichen Größe y immer anders und anders beſtimmt werden muß, nachdem man einer anderen in einer gewiſſen arithmetiſchen Verbindung mit beſtändigen Größen ſtehenden veränderlichen Größe x den oder jenen Werth giebt:

So ſagt man y ſey eine **Funktion** von x.

II. In 238′ iſt $PM = y$ eine Funktion von $AP = x$.

III. Da

$$y = \sqrt{(ax - x^2)}:$$

So nennt man auch $\sqrt{(ax - x^2)}$ eine Funktion von x.

IV. Weil

$$y^2 = ax - x^2:$$

So hat man

$$x^2 - ax = - y^2:$$

Alſo

$$x^2 - ax + \tfrac{1}{4} a^2 = - y^2 + \tfrac{1}{4} a^2.$$

Aber der Ausdruck

$$x^2 - ax + \tfrac{1}{4} a^2$$

iſt das Quadrat von

$$x - \tfrac{1}{2} a:$$

folglich

$$\sqrt{(x^2 - ax + \tfrac{1}{4} a^2)} = x - \tfrac{1}{2} a$$
$$= \sqrt{(- y^2 + \tfrac{1}{4} a^2)}$$

Alſo

$$x = \tfrac{1}{2} a \pm \sqrt{(\tfrac{1}{4} a^2 - y^2)}$$

Man ſagt daher auch, daß y eine Funktion von x ſey.

§. 241'.

In die Stelle einer ſolchen veränderlichen Größe x (240) III) kann man alle nur erſinnliche Zahlen oder Größen ſetzen.

Auch kann einem x mehr als ein y zugehören, wie ſchon 238' IV in Beyſpiele zeigt;

Selbſt verſchiedenen x einerley y; wie, wenn CP = CP, iſt PM = pm, und AP von Ap verſchieden.

§. 242'.

Alle Linien theilt man in **reguläre** und **irregu-läre** ein.

Jene nehmen ihren Gang nach einem gewiſſen, feſtgeſetzten beſtändigen Geſetze, nach welchem die Lage aller Punkte in ihnen dergeſtalt gegeben iſt, daß man dieſelben aufs deutlichſte von denen nicht zu der Linie gehörenden Punkte, unterſcheiden kann; Und dieſes Geſetz beſtimmt eigentlich dieſer Linie Natur und Weſen. Der Kreiß iſt ein Beyſpiel hievon.

Die **irregulären Linien** gehen nach keinem beſtimmten oder bekannten Geſetze fort, dergleichen ein Zug, wie die Knaben, Buchſtaben zu verzieren, machen lernen.

§. 243'.

Eine reguläre Linie muß ſich durch eine und dieſelbe Funktion von x ausdrücken laſſen; welches bey einer irregulären nicht ſtatt findet.

§. 244'.

Das von einer regulären Linie durchgängig befolgte Geſetz, läßt ſich insgemein auf die Beziehung zwoer verſchiedentlich in oder auſſer ihr gezogenen Linien zurückſetzen die man als Funktionen von einander anſieht und deren Verhältniß für alle Punkte der Linie mittelſt einer Gleichung ausgedrukt werden kann.

Ein Beyſpiel findet man in 238'.

In einer ſolchen Gleichung können die Funktionen x und y, entweder durch gerade Linien mit Zuziehung der beſtändigen Größen ausgedruckt werden, ſo, daß ſich ihre Verbindung zuletzt auf die Poſtulaten der Elementargeometrie reſolviren und alſo für jedes willkührlich angenommene x, das, oder die zugehörigen y, und umgekehrt, durch eine geometriſche Verzeichnung, finden laſſen; **Oder**: es kann dies nicht geſchehen, ſondern x und y, oder eines davon, ſind krumme Linien, oder ſie ſind gerade, und man muß, ihre Länge auszudrücken, Cirkelbogen oder irgend eine andere Größe, die man in der Elementargeometrie nicht hat meſſen lernen, zu Hülfe nehmen.

Für den erſten Fall gilt vorhin angeführtes Beyſpiel; für den zweyten, richte man auf einem Durchmeſſer AB (Fig. 182), über den ein halber Kreis beſchrieben worden, in beliebigen Punkten P unbeſtimmte Perpendikel, die die Peripherie in C ſchneiden, und nehme durchgängig ein PM = dem zugehörigen Bogen AC: die durch A, M gehende krumme Linie iſt zwar eine reguläre, aber man kann ſie nicht durch Hülfe der Elementargeometrie verzeichnen, weil man da nicht eine gerade Linie = einem Kreisbogen durch eine geometriſche Conſtruktion beſtimmen lernt.

§. 245.

Die Linie auf der man die Werthe der einen veränderlichen Größe x, von der die andere y eine Funktion iſt, abſchneidet, heißt die **Abſciſſenlinie**, **Abſciſſenaxe**; jedes, darauf von einem beliebigen Punkte ausgenommene Stücke = x, eine **Abſciſſe**; gleich erwähnter Punkt, der **Abſciſſen Anfang**; das jeder Abſciſſe zugehörige y, eine **Ordinate**, **Applicate**; und Abſciſſen und Ortinaten zuſammen, heiſſen **Coordinaten**.

§. 246′.

In der 183. Figur, iſt AB die Abſciſſenaxe; A der Abſciſſen Anfang; AP ſind Abſciſſen, ſo wie PM Ordinaten.

Es ſey, zum fernern Beyſpiele, in dem Kreiſſe um C (184. Fig.) die Lage des Halbmeſſers CA und eine Gleichung zwiſchen x und y gegeben, daß man auf der Peripherie die angenommenen Werthe von x = AP, und die zugehörigen y = CM auf den Halbmeſſern CP, nimmt: ſo iſt der Umkreis die Abciſſenlinie und A der Abciſſen Anfang, AP ſind Abciſſen und CM Ordinaten. Das geſchieht bey **Spirallinien.**

§. 247′.

Einen analytiſchen Ausdruck für eine Linie zu finden, muß man ihn **entweder**, unmittelbar aus ihrer Entſtehung herleiten; **Oder:** eine bekannte Eigenſchaft dieſer Linie durch eine Gleichung ausdrücken.

So wurde in 258′ eine Gleichung für den Kreis daraus gefunden, daß von einem Punkte M (182. Fig.), ſeines Umkreiſes ein Perpendikel MP auf den Durchmeſſer AB die mittlere Proportionale zwiſchen dieſes Durchmeſſers Segmenten AP, PB iſt.

§. 248′.

Aus einer ſolchen Gleichung muß ſich alles herleiten laſſen, was zu ihrer Erzeugung und Beſchreibung nöthig iſt; auch was ihr entweder ſchlechterdings, oder unter gewiſſen Bedingungen und Vorausſetzunen zukommt.

Geſtalt

Geſtalt der Fallinie eines Ganges, der bey einerley Neigung durch die ganze Erdkugel ſetzt.

§. 249.

Wenn man einen Gang nicht nur in dem kleinen Theile der Erde betrachtet, in dem man ihn würklich verfolgen kann, in einem Theile, der gegen die ganze Erdkugel für nichts zu achten iſt, ſondern annimmt, das er in dem Fallen φ daß man bey ihm an einer gewiſſen Stelle gefunden hat, durch die ganze Erdkugel ſetze:

So fragt ſichs: Was für eine Figur ſeine Fallinie habe?

Aufloͤſung.

I. Durch der Erdkugel Mittelpunkt C (185 Figur) denke man ſich des Ganges Fallebne:

Sie wird alſo für alle Oerter, durch welche ſie auf der Erdoberfläche geht, vertikal ſeyn.

A ſey ein Punkt wo ſich Gang und Fallebne in der Erdkugel Oberfläche ſchneiden.

II. Nun iſt der Durchſchnitt genannter Fallebne mit dem Gange, die Fallinie, und dieſe muß an jeder Stelle eine und dieſelbe Neigung φ haben.

III. Dieſe Linie iſt eine krumme Linie AMm die dem Mittelpunkte der Erde immer näher und näher kommt.

IV. M und m ſeyen zwene einander unendlich nahe liegende Punkte in ſelbiger;

CM, Cm an dieſe Punkte gezogene und bis in P, p, des Kreiſes durch A Peripherie verlängerte, Ordinaten, die ebenfalls, alſo auch P, p, unendlich nahe bey einander liegen;

V. ED ſey der Durchſchnitt einer durch M gehenden Horizontalebnen mit der Fallebne (I):

So macht das Element Mm der krummen Linie (III) mit ED den Winkel mME $= \varphi$, der, weil CME ein rechter, des Winkels CMm Ergänzung zu 90° iſt.

VI. Dieſe Ergänzung muß für jedes Element der krummen Linie und einer davon gezogenen Ordinaten einerley ſeyn, (II).

VII. Nun ſey

$$CA = r$$
$$CM = y$$
$$ACM \text{ oder } AP = x:$$

So iſt

$$PCp \text{ oder } pP = dx, \text{ (IV und 343).}$$

VIII. Man beſchreibe mit Cm den Kreisbogen mR: So iſt Cm um MR kleiner, und folglich, weil m, M unendlich nahe liegen, MR $= -dy$.

Es iſt aber

$$Cp : pP = Cm : mR,$$

oder

$$r : dx = y : mR:$$

Folglich

$$mR = \frac{ydx}{r}.$$

IX. Nun hat man

$$\text{Cot}\,\varphi = \frac{r.\,mR}{MR}$$

Alſo

$$\frac{r\,\frac{ydx}{r}}{-dy}, \text{ oder } \frac{ydx}{-dy} = \text{Cot}\,\varphi.$$

X. Folglich

$$ydx = \text{Cot}\,\varphi \times -dy,$$

und

und

$$\frac{dx}{\mathrm{Cot}\,\varphi} = -\frac{dy}{y}:$$

XI. Mithin

$$\int \frac{dx}{\mathrm{Cot}\,\varphi} = -\int \frac{dy}{y},$$

oder

$$\frac{1}{\mathrm{Cot}\,\varphi} \int dx = -\int \frac{dy}{y}:$$

XII. Alſo

$$\frac{1}{\mathrm{Cot}\,\varphi}\, x = -\log y + \mathrm{Const.}$$

oder

$$\frac{x}{\mathrm{Cot}\,\varphi} = \mathrm{Const} - \log y$$

XIII. Wenn M in A liegt: So liegt auch P in A; und folglich iſt $x = 0$ für $y = r$.

XIV. Setzt man alſo in XII ſtatt x Null und r ſtatt y:

So hat man

$$0 = \mathrm{Const} - \log r:$$

Folglich

$$\log r = \mathrm{Const}:$$

XV. Alſo

$$\frac{x}{\mathrm{Cot}\,\varphi} = \log r - \log y:$$

Daher

$$\frac{x}{\mathrm{Cot}\,\varphi} = \log \frac{r}{y}$$

XVI. Nimmt man alſo die Kreisbogen AP für Abſciſſen an: So ſind dieſe, Logarithmen der zugehörigen Ordinaten CM.

XVII. Es heißt aber jede krumme Linie, wo die Abſciſſen auf der Peripherie eines Kreiſes und die Ordinaten aus dieſes Kreiſes Mittelpunkt genommen werden, Spirallinien.

Man hat verſchiedene Arten dieſer Linien, nachdem die Gleichung zwiſchen x und y beſchaffen iſt.

Iſt genannte Gleichung logarithmiſch, oder ſind die Abſciſſen, Logarithmen der Ordinaten: So heißt die Spirallinie die **Logarithmiſche.**

XVIII. Alſo iſt die Fallinie eines Ganges, wie ihn die Aufgabe vorgiebt, eine **logarithmiſche Spirallinie,** wo jedes Element mit der daran gezogenen Ordinate einen Winkel einſchließt, der mit des Ganges Fallen, 90° macht.

§. 250′.

Für $\varphi = 0$, hat men Cot $\varphi = \infty$: alſo in XV

$$\frac{x}{\infty} = \log \frac{r}{y}$$

$$= 0;$$

Folglich

$$\log r = \log y:$$

Mithin

$$r = y.$$

Wenn alſo des Ganges (in 249′) Fallen $= 0$: So iſt die Fallinie ein größter Kreis auf der Erdoberfläche.

§. 251′.

Iſt $\varphi = 90^\circ$ alſo Cot $\varphi = 0$; So hat man

$$\frac{x}{0} = \log \frac{r}{y}$$

$$= \infty;$$

folglich

$$y = 0.$$

Mit-

Mithin iſt da die Fallinie eine gerade durch den Mittelpunkt der Erde gehende Linie: alſo eine ſeigere; und folglich der Gang (249′) ein ſeiger fallender.

Das iſt aber auch die einzige Bedingung unter der der Gang eine Ebne ſeyn kann.

Die Krumme Linie, in der ein Gang bey einerley Streichen, zu Tage ausſtreicht.

§. 252′.

Ein Gang, der durch die ganze Erdkugel ſetzt, habe in allen Stellen ein und daſſelbe Streichen:

Man fragt: was für eine Geſtalt der Linie ſeines Ausgehenden zukomme?

Aufloͤſung.

Ein Gang, der zu Tage ausſtreicht, macht mit dem Meridiane des Ortes, wo er ſein Ausgehendes nimmt, einen gewiſſen Winkel.

Soll er alſo über die ganze Erdoberfläche ausſtreichen und immer ein und daſſelbe Streichen behalten:

So muß er auf dieſer Oberfläche eine krumme Linie angeben, die jeden Meridian unter einerley Winkel ſchneidet.

Eine ſolche Linie heißt die **Loxodromie.**

Der Gang ſtreicht alſo in einer **Loxodromiſchen Linie** zu Tage aus.

§. 253′.

Dergleichen Linien kann man auf den meiſten künſtlichen Erdkugeln ſehen.

Von jeder Windroſe, die auf einer ſolchen Erdkugel abgebildet iſt, gehen Striche aus, die ſich durch die Meridiane weiter fortziehen und deren jeder alle Meridiane unter einem und demſelben Winkel, ein anderer unter einem andern Winkel aber auch immer unter einem und demſelben andern Winkel ſchneidet

Nach einer ſolchen Linie würde ein Schiff gehen, das beſtändig von einem und demſelben Winde nach deſſen Richtnng getrieben würde. Z. B. wenn es immer Nordweſtwind hätte, ginge es aus jedem Meridiane in den nächſten nach Südoſten.

Von dieſem ſchiefen Laufe des Schiffes hat die Linie (252′) den Namen.

§. 254.

Wenn der Gang (252′) gerade von Süden nach Norden, oder umgekehrt, ſtreicht:

So wird die Linie des Ausgehenden ein Meridian.

§. 255′.

Nimmt dieſer Gang aus einem Punkte, der von jedem Pole 90° abſteht, gerade nach Oſt oder Weſt ſein Streichen:

So wird ſie der Aequator.

§. 256′.

Dieſe Eigenſchaften (249′ 252′) des Ganges erwähnt Herr **von Oppel** § 620.

Herr Hofrath **Käſtner** hat die Sache ausführlicher in der 31 ſeiner Anmerkungen über die Markſcheidekunſt aufgeſtellt; im Weſentlichen wie ich ſie hier (in a. §en) vorgetragen habe.

Einige Methoden,

Winkel aufs Papier

aufzutragen, und zu verzeichnen.

§. 257′.

Ob man gleich nach eb. Trig. 7 und 9 Satze, Winkel aufs Papier mit ziemlicher Zuverläßigkeit abtragen und verzeichnen kann: So wird doch auch folgendes Anfängern der Markſcheidekunſt brauchbar ſeyn.

§. 258′.

Wenn man Sinustafeln bey der Hand hat: So kann man mit jedem tauſendtheilichten Maaßſtabe die Größe eines vorgegebenen Winkels, ſo wohl auf dem Papiere verzeichnen als meſſen.

Daher iſt genannter Maaßſtab zugleich ein geradlinichter Transporteur.

§. 259′.

Mit dem tauſendtheilichten Maaßſtabe an den Punkt g (Fig. 186) und an die Linie gh einen Winkel igh, z. E. von 66°, 30′ zu verzeichnen.

Aufloſung.

Mit einem Handzirkel faſſe man auf dem tauſendtheilichten Maaßſtabe genau die Weite von 1000 Theilen;

Setze die eine Zirkelſpitze in g;

Beſchreibe mit der andern einen Kreisbogen lni, dergeſtalt, daß des Bogens lni Halbmeſſer gl genau 1000 Theile des Maaßſtabes hält;

Halbire hierauf die vorgegebene Winkelgröße 66° 30′,

Und ſuche für den Halbmeſſer 1000 in den Sinustafeln den Sinus von 33° 15′:

Er findet ſich = 548, 2932.

Das

Das Doppelte hievon giebt für den Halbmeſſer 1000 die Sehne von 66° 30′:

Alſo

$$\text{Sehne } 66° 30' = 1096, 5864,$$

oder die Decimalbrüche weggelaſſen

$$\text{Sehne } 66° 30' = 1096;$$

d. h. die Sehne von 66° 30′ enthält 1096 Theile des tauſendtheilichten Maaßſtabes.

Man faſſe daher auf ſelbigen eine ſo große Weite;
Setze ſie als Sehne von l nach i,
Und ziehe gi;
So iſt

$$W\, lgi = 66° 30'.$$

§. 260′.

Einen auf dem Papiere vorgegeben Winkel lgi mit dem tauſendtheilichten Maaßſtabe zu meſſen.

Auflöſung.

I. Man beſchreibe mit dem Halbmeſſer 1000, deſſen Größe man von dem Maaßſtabe abnimmt, den Bogen lni zwiſchen des vorgegebenen Winkels Schenkeln;

Faſſe mit dem Zirkel die Sehne li,

Und trage ſie auf den tauſendtheilichten Maaßſtab.

Geſetzt man fände li = 346 Tauſendtheiligen des Maaßſtabes; die Hälfte davon iſt 173 und des halben Winkels lgi Sinus für den Halbmeſſer 1000.

Man multiplicire alſo 173 mit 10000: So hat man 1730000 = ſin $\frac{1}{2}$ lgi für den Sinustotus = 10000000, oder für den Halbmeſſer der Tafeln.

Daher aus den Sinustafeln

$$\tfrac{1}{2}\, lgi = 9° 57' +$$

Folg-

Folglich

$$lgi = 19^\circ\ 54' +$$

II. Iſt der Winkel lgi ſtumpf, ſo kann man ſeinen Nebenwinkel meſſen (I) und ſolchen von 180° abziehen.

Dies Verfahren iſt oft bequemer und ſicherer.

III. Man kann auch folgendes brauchen.

Zwiſchen den Schenkeln des ſtumpfen Winkels beſchreibe man mit dem Halbmeſſer = 1000 einen Kreisbogen;

Trage den Halbmeſſer als die Sehne von 60° ſo oft auf dieſen Bogen als es angeht, bis ein Bogen übrig bleibt, der kleiner als 60° iſt und a heiſſen mag;

Man meſſe dieſes Bogens a Sehne;

Beſtimme daraus deſſen Größe, (I),

Und addire zu dem ſo gefundenen Bogen a ſo oft 60° als man den Halbmeſſer auf dem Bogen, der dem ſtumpfen Winkel zugehört, getragen hat:

So hat man die Größe des auszumeſſenden ſtumpfen Winkels.

§. 261'.

I. Wenn man in einem rechtwinklichten Dreyecke ABC (187. Fig.) die Hypothenuſe AC für den Sinustotus annimmt: So iſt BC = ſin A, und BA = Coſin A.

Hierauf beruht, wie bekannt, die in eb. Trig. 7 Satze und deſſen Zuſatze angegebene Methode einen Winkel zu meſſen und zu verzeichnen.

II. Nimmt man aber AB für den Sinustotus an: So iſt BC = tang A.

Hiedurch läßt ſich folgendes Verfahren zu finden, wie viel ein Winkel auf dem Papier enthält, herleiten.

III. Man faßt nämlich auf dem tauſendtheilichten Maaßſtabe, 1000 Theile,

trägt

trägt ſolche aus A in B;

Durch B richtet man ein Perpendikel BC als den andern Catheten des rechtwinklichten Dreyecks ABC, auf,

Mißt ſolches auf genanntem Maaßſtabe:

So erhält man die Tangente für den Halbmeſſer 1000;

Dieſe mit 10000 multiplicirt, giebt die Tangente des zu ſuchenden Winkels für der Tafel Halbmeſſer.

IV. Einen vorgegebenen Winkel BAC mittelſt den Tangenten zu verzeichnen,

Macht man auf dem einen Schenkel AB = 1000 Theile des Maaßſtabes, richtet durch B ein Perpendikel BC auf, und ſetzt von B in C ſo viel Theile des Maaßſtabes, als die Tangente des Winkels CAB giebt, nachdem man die 4 letzten Ziffern, weggelaſſen hat; Zieht man nun durch A und C die Linie AC: ſo hat man den verlangten Winkel.

V. Dieſe Methode iſt nicht brauchbar, wenn der Winkel nahe an 90° kommt, weil da die Tangente zu groß iſt; und für III würde da das Perpendikel BC die Hypothenuſe AC unter einen ſo ſpitzen Winkel ſchneiden.

VI. Herr **Lambert** hat im 2ten Theile ſeiner Beyträge zur Mathematik auf der 170 Seite ein Werkzeug beſchrieben, das zur Ausmeſſung und Verzeichnung der Winkel dient.

Es

Es beruhet auf der Methode III, IV, und beſteht aus einem gleichſchenklichten rechtwinklichten Dreyecke, auf deſſen Katheten der Winkel von 0° bis 45° Tangenten nach einem 1000 theilichten Maaßſtabe verzeichnet ſind, dergeſtalt, daß jeder Kathete = 1000 Theile des Maaßſtabes iſt.

Mehreres hievon leſe man a. a. O.

§. 262′.

Das Verhältniß eines auf dem Papiere vorgegebenen Winkels zu zweenen rechten zu finden, ohne daß man einen Transporteur oder tauſendtheilichten Maaßſtab zu Hülfe nimmt.

Aufloͤſung.

Aus des Winkels Schenkel g beſchreibe man mit einem wilkührlichen Halbmeſſer den Halbkreis clλ; So iſt

$$\mathfrak{B}\ cl\lambda = 180°.$$

Nun trage man den Bogen lc, auf den Halbkreis clλ ſo oft als es angeht.

Man ſetze, lc = a, paſſe m mal auf clλ = 180° und es bleibe noch ein Stückgen = α übrig: So hat man

$$\text{I)}\ ma + \alpha = 180°.$$

Ferner trage man α auf a ſo oft es angeht, z. E. n mal; und es bleibe das Stückgen β übrig; ſo iſt

$$\text{II)}\ n\alpha + \beta = a;$$

Paßte nun eben ſo β auf α, p mal und es bliebe ein Stückgen = γ übrig: ſo hätte man

$$\text{III)}\ p\beta + \gamma = \alpha.$$

Auf die Art ſetze man die Arbeit ſo lange fort, bis man endlich auf einen kleinen Bogen kommt, der ſich mit dem nächſt vorhergehenden bequem verglei⸗chen läßt.

Man ſetze γ ſey dieſer kleine Bogen, und man fände nach dem Augenmaſe das Verhältniß $\gamma : \beta = \varphi : \psi$: So hat man

$$\text{IV)}\ \gamma = \frac{\varphi}{\psi}\beta.$$

Und man kann aus den gefundenen Gleichungen, es mögen ihrer ſo viele ſeyn als man will, das Ver⸗langte finden.

Hier würde man folgendes haben.

Den Werth von γ aus der Gleichung IV) in III) gebraucht giebt

$$p\beta + \frac{\varphi}{\psi}\beta = \alpha$$

$$= \left(p + \frac{\varphi}{\psi}\right)\beta$$

$$= \frac{p\psi + \varphi}{\psi}\beta;$$

folglich

$$\beta = \frac{\psi}{p\psi + \varphi}\alpha;$$

Dies

Dies in II geſetzt, erhält man

$$n\alpha + \frac{\psi}{P\psi + \varphi}\alpha = a$$

$$= \left(n + \frac{\psi}{P\psi + \varphi}\right)\alpha:$$

alſo

$$a = \frac{n(p\psi + \varphi) + \psi}{p\psi + \varphi}\alpha:$$

Mithin

$$\alpha = \frac{P\psi + \varphi}{n(P\psi + \varphi) + \psi}a.$$

Subſtituirt man das in I): So bekommt man

$$ma + \frac{P\psi + \varphi}{n(P\psi + \varphi) + \psi}a = 180^\circ$$

$$= \frac{m(n(P\psi + \varphi) + \psi) + P\psi + \varphi}{n(p\psi + \varphi) + \psi}a:$$

Alſo

$$\frac{n(p\psi + \varphi) + \psi}{m(n(p\psi + \varphi) + \psi) + P\psi + \varphi} = \frac{a}{180^\circ}.$$

woraus das Verhältniß des Winkels lgc zu zweenen rechten.

§. 263'.

Die Größe des Winkels lgc (262') zu finden, ohne daß man ſich eines Transporteurs, oder tauſendtheilichten Maaßſtabes, bedient.

Auflöſung.

Man ſuche nach vor. § das Verhältniß dieſes Winkels zu 180°.

Geſetzt man hätte gefunden

$$lgc : 180° = \delta : \eta$$

So iſt

$$lgc = \frac{\delta}{\eta} 180°.$$

§. 264′.

Ganz nach eben dem Verfahren in 262′ kann man auch die Verhältniß zwoer Linien gegen einander finden.

Und das iſt brauchbar bey Riſſen, wo der verjüngte Maaßſtab, (entweder aus Vergeſſenheit oder ſonſtigen Urſachen), fehlt.

§. 265′.

Das bisherige (258′; 259′; 260′; 262′;) findet ſich auch in Herrn Prof. Mayers praktiſcher Geometrie IX Capitel.

Inhalt.

Inhalt.

— Contentus paucis lectoribus.

Hor.

Erſte Abtheilung.

I

Grundbegriffe der Markſcheidekunſt.

§ 1 u. 2 Womit ſich die Markſcheidekunſt beſchäftiget Seite 3
= 3 Was in ihr gezeigt werden muß.
= 4 Definition einer geometriſchen Verzeichnung; 4
= 5 Eines Markſcheiderriſſes;
= 6 Der Vertikallinien und Horizontallinien; Vertikalflächen und Horizontalflächen.
= 7 Der ſeigern und ſöhligen Linien und Ebnen; auch Donlegigten.
= 8 Folgerung aus § 7.
= 9 Was eines Punktes oder Linie Projektion auf eine ſöhlige Ebne iſt
= 10 Erklärung des Grundriſſes.
= 11 Beyſpiel
= 12 Wie man eine Linie, oder auch einen Punkt in Grundriß verzeichne. 6
= 13 Projektion auf eine ſeigere Ebne.
= 14 Definition von einem Seigerriſſe oder Profil
= 15 Erläuterung.
= 16 Wie man eine Linie, einen Punkt, in Seigerriß verzeichnet.
= 17 Was einer Linie Anfangspunkt und Endpunkt.
= 18 Was wahrer Abſtand zweener Punkte
= 19 Wie groß dieſer wahre Abſtand.
= 20 Zur Verzeichnung einer Linie in Grund- und Seigerriß muß man ihre Lage und Länge wiſſen 7
= 21 Entfernung eines Punktes von einer Linie und Ebne.

§ 22 Grund der Markſcheidekunſt.
= 24 Die Entfernung einer Linie Entpunkt von der durch deren Anfangspunkt gehende ſöhlige Ebne zeigt an, wie viel jener Punkt höher oder tiefer als dieſer liegt.
= 25. Was einer Linie Seigerteufe.
= 26. Was zweener Punkte horizontale Abſtand.
= 27. Was einer Linie Sohle 8
= 28. Definition von einer Linie Neigung oder Fallen.
= 29. In einem rechtwinklichen Dreyecke iſt die Hypothenuſe AB, der wahre Abſtand der Punkte A, B, der eine Cathete die Seigerteufe und der andere die Sohle.
= 30. Wahre Abſtand wird auch von einigen Markſcheidern die Fläche genannt.
= 31. Aus einer Linie Länge und Neigung läßt ſich ihre Sohle und Seigerteufe finden

II.

Erklärungen und Lehnſätze.

aus

der mathematiſchen Geographie.

= 32. Geſtalt unſerer Erde; Größe ihres Durchmeſſers 9
= 33. Erdaxe
= 34. Nordpol, Südpol.
= 35. Aequator; Aequatorsebne.
= 36. Mittagskreis; Mittagsfläche eines Ortes.
= 37. Folgerung aus 36.
= 38. Eines Ortes Horizontalfläche; Mittagslinie 10
= 39. Richtung eines Ortes Mittagslinie, wird durch die Tangente des Ortes Mittagskreiſſes angezeigt.
= 40. Mittagsfläche und Aequatorsebnen ſind Vertikalflächen.

III.

III.

Verfolg der Markſcheidekunſt Grundbegriffe.

§ 41 u. 42. Streichungswinkel einer Linie und ſeigern Ebne.
= 43. Was man unter Streichen verſtehe und worauf ſelbiges zu beziehen. 11
= 44. Folgerung aus 41,
= 45. Folgerung aus 44.
= 46. Folgerung aus 44 und 9.
= 47. Aus der Streichung und Sohle einer Linie kann ihres Endpunktes Projektion auf eine ſöhlige Ebne angegeben werden. 12
= 48. Durch die Entfernungen einer Linie Endpunkt von der durch ihren Anfangspunkt laufende Mittagsfläche und Aequatorsebne, kann jenes Punktes Projektion auf der durch dieſen Punkt gehenden ſöhligen Ebne angegeben werden.
= 49. Nach 48 wird zugleich auch einer Linie Sohle und Streichen beſtimmt. 13
= 50. Definition von Streichſinus und Streichkoſinus.
= 51. Wenn in einem rechtwinklichten Dreyecke die Hypothenuſe die Sohle einer Linie iſt und einer der ſchiefen Winkel deren Streichen, ſo ſtellen die beyden Catheten Streichſinus und Streichkoſinus dieſer Linie vor.
= 52. Aus einer Linie Streichen und Sohle kann man ihren Streichſinus und Streichkoſinus finden.
= 53. Mittelſt einer Linie Sohle und Streichen; oder auch: mittelſt einer Linie Streichſinus und Streichkoſinus, kann man dieſe Linie in Grundriß verzeichnen; in Seigerriß aber, wenn man ihre Seigerteufe weiß. 14
= 54. Wahre Abſtand, Neigung und Streichen beſtimmt einer Linie Lage.
= 55. Was für Dinge der Markſcheider zu meſſen hat.
= 56. Welche Werkzeuge man ſich hiezu bedient.

IV.

Lachtermaaß.

§. 57. Gröſse des Freybergiſchen Lachters nach Herrn von Oppels Markſcheidekunſt. 15
§. 58. In Rheinländl. Zolle und Fuße ausgedrückt.
§. 59. Gröſse des Frb. Lachters nach Herrn Bergmeiſter Scheidhauers Unterſuchungen. 16
§. 60. Von einem Lachterſtabe der im hochpreißl. Berggemache zu Dreßden aufbehalten worden.
§. 61. Die Gröſse des itzigen Freybergiſchen Lachters. 17
§. 62. Mittelſt der Logarithmen des Frb. Lachter in Rheinländiſches Maaß, und umgekehrt, zu verwandeln. 18
§. 63. Eintheilung des Lachters. 18
§. 64. Gröſse einiger Theile im Rheinländ. und Leipziger Maaße.
§. 65. Achtellachter in zehntheilichtem Lachtermaaße ausgedruckt, und wie man deshalb eine Tabelle berechnen kann, 19
§. 66. Bey der gewöhnlichen Lachtereintheilung iſt es gut, das Achtellachter zur Einheit anzunehmen. 20
§. 67. Ein Lachter in ein anderes und deſſen Theile zu verwandeln.
§. 68. Verhältnißzahlen einiger Lachter. 21
§. 69. Zu finden, wie viel eine vorgegebene Zahl, die das Lachter in Decimaltheilen ausdruckt, Achtellachter enthält. 22

V.

Die in der Markſcheidekunſt vorkommenden Werkzeuge; ihr Gebrauch; ihre Fehler, und Prüfung derſelben; u. ſ. w.

a) Schnur, Kette und Lachterſtab.

§. 70. Gerade Linien anzugeben bedient man ſich der Schnur, auch der Lachterkette. Beſchreibung letzterer. 23

ſ 71. Baſtne und flächſne Schnur iſt ſonſt auch als Lachterkette eingerichtet worden. Iſt nicht von Gebrauch; auch nicht die mit Oel und Wachs zugerichtete. Was für eine Schnur zu Ziehung gerader Linien hinreichend. Lachterkette iſt dazu unbequem. Die ſeidnen Schnuren ſind am beſten hiezu zu gebrauchen. 24, 25

ſ 72. Zu Ziehung gerader Linien mit der Schnur gehören Pfrimen; Wo dieſe eingeſchraubet werden. 26

ſ 73. Der meſſingene Drath zur Lachterkette muß etwas geglühet worden ſeyn ꝛc.

ſ 74. Lachterſtabes Beſchreibung.

b) Eintheilung des Lachterſtabes.

ſ 75. Bequem Parallel- und Perpendikulärlinien zu ziehen dienen hölzerne rechtwinklichte Dreyecke. 27

ſ 76. Die Richtigkeit eines Winkelhakens zu prüfen.

ſ 77. Deſſen Gebrauch zu zeigen. 28

ſ 78. Mit dem Parallellinial können nicht zuverläßig Parallellinien gezogen werden. 30

ſ 79. Federzirkels Beſchreibung und Gebrauch.

ſ 80. Stangenzirkels Beſchreibung. 31

ſ 81. Mit dieſem eine gewiſſe Weite zu faſſen.

ſ 82. Mikrometerſchraube am Stangenzirkel. 32

ſ 83. Einen Viertellachterſtab ſo genau als möglich in Primen zu theilen. 33

ſ 84; 85. Anmerkungen zu 83. 37

ſ 86. einen Lachterſtab in Primen zu theilen. 38

c) Vernier.

ſ 88; 89. Grund ſeiner Einrichtung.

ſ 90. Was ein Vernier heiſſe; Was ſein Anfangsſtrich, 1ſte, 2te, 3te ꝛc. Theilſtrich. 40

ſ 91. Grund ſeines Gebrauches.

ſ 92. Zu finden, wie viel ein Punkt μ der zwiſchen zween Theilſtrichen angenommen wird, von dem nächſten e abſtehe. 41

§ 93. Zuſatz.
ſ 94. Kein Theilſtrich des Vernier kann mit einem Theilſtriche des eingetheilten Randes, (dergl. AB) zuſammenfallen: zwiſchen welche Gränzen wird eμ (92) fallen?
ſ 95. Um wie viel iſt eμ größer als die Differenz der Grenzen in 94. 42
ſ 96. Zuſatz. 43
ſ 97. Wer den Vernier erfunden. 44
ſ 98. Eine andere Einrichtung des Vernier..

d) Anwendung des Vernier bey geraden Linien.

ſ 99, 100, 101, 102, handelt davon. 44...47

e) Gebrauch der Schnur, Lachterkette und des Lachterſtabes; deren Fehler und Prüfung.

ſ 103. Eine gerade Linie mit der Schnur zu ziehen und ſie auszumeſſen. 47
ſ 104. Anmerkung dazu.
ſ 105. Worauf man bey dieſem Geſchäfte Acht zu geben habe. 48
ſ 106. Fehler, den der Schnur Krümmung verurſacht.
107; 108, 109.... 116. Fehler, die bey Meſſung einer geraden Linie mit der Lachterkette begangen werden können. Die Kette zu prüfen ꝛc. 50...52

f) Abſeigern.

ſ 117... 120. Wird davon gehandelt. 52

g) Gradbogens Beſchreibung; und wie er einzutheilen.

ſ 121. Beſchreibung des gewöhnlichen Gradbogens. 53
ſ 123. Einen Gradbogen ſo genau als möglich einzutheilen, 54
ſ 124. Anmerkung. 58

§. 125.

§ 125. Die 96 Theilung.
= 126. Beyde Theilungen auf den Gradbogen anzubringen iſt gut. 59

h) Gradbogens Gebrauch, Fehler und Prüfung.

= 128. Mittelſt des Gradbogens einer Linie Neigung zu finden. 59
= 129. Man ſchätzt mit dem Augenmaaße auf den Gradbogen 5 Minuten. - 60
= 130. Wo wegen der Schnur Krümmung der Gradbogen anzuhängen. 61
= 131. Was heiſſe: Eine Linie falle oder ſteige. 62
= 132. Wie das aus der Lage des Gradbogens Perpendikel erkannt werden kann.
= 133. Wenn einer Linie Neigung poſitiv und negativ ſeyn ſoll.
= 134. Wenn es daher die Seigerteufe iſt.
= 135. Was das heiſſe: Eine gerade Linie erſtrecke ſich von A nach B; oder von B nach A. Wie man ſie in beyden Fällen bezeichnet.
= 136. Wenn der AB Neigung $+ \alpha$: So iſt der BA ihre $\mp \alpha$.
= 137. Erzählung des Gradbogens Fehler.
= 138. Die Unrichtigkeiten in des Gradbogens Abtheilungen zu beſtimmen. 63
= 139 Den Fehler in Sekunden zu beſtimmen, der wegen der Theilſtriche Dicke zu befürchten 66
= 140. Wenn des Gradbogens Haken verbogen ſind: So iſt ſein Durchmeſſer nicht der Schnur parallel; und man erhält einen andern Winkel, als man ſucht: Den wahren Winkel und den Fehler zu finden. 67
= 141. Zuſatz. 69
= 142. Anmerkung.

§ 143. Das gewöhnl. Verfahren der Markſcheider bey dieſem Fehler (140) des Gradbogens taugt nichts. 70
= 144. Zu finden, ob des Gradbogens Perpendikel genau in dem Mittelpunkte hänge.
= 145. Des Gradbogens Mittelpunkt zu finden.

h) Herrn Siegels Vorſchläge zu Verbeſſerung des Gradbogens.

= 146, 147. Davon. 70....73

i) Gebrauch des Vernier bey Kreisbogen und Winkel.

= 148. 154; Wird davon gehandelt. 73...76

k) Herrn Hofrath Käſtners Gradbogen.

= 155. Anmerkung. 77
= 156. Beſchreibung dieſes Gradbogens.
= 157. Mit dem Käſtneriſchen Gradbogen einer Linie Neigung zu finden. 78
= 158, 159. Anmerkungen, wegen ſeines Gebrauchs und ſeiner Prüfung. 79
= 159b. Gradbogen, die zugleich Sohle und Seigerteufe angeben. 80

l) Erfahrungen vom Magnet.

= 160. Pole des Magnets. Anomal. Magnete.
= 161. Freundſchaftliche und feindliche Pole. 81
= 162. Wie Eiſen oder Stahl magnetiſch gemacht werden kann.
= 163. Magnetnadel, und wie ſie mit dem Magnete zu beſtreichen. 82
= 164. Magnetebne; Magnetlinie.
= 165. Magnetabweichung.
= 166. Sie iſt veränderlich.

- 167. Wie weit ſie, in Rückſicht der Oerter, für einerley angenommen werden kann.
- 168. Inklination der Magnetnadel.
- 169. Schriften über den Magnet. 83

m) Compaſſes Einrichtung.

- 170. Grundſatz. 83
- 171. Der Magnetebne, Mittagsfläche, Magnet- und Mittagslinie nordlicher und ſüdlicher, öſtlicher und weſtlicher Theil.
- 172. Durch welchen Winkel die Lage einer ſeigern Ebne und jeder Linie in ihr, gegen die Mittagsfläche beſtimmt wird.
- 173. Folgerung. 84
- 174. der 172. § gilt auch in Rückſicht der Magnetebne.
- 175. Obſervirte und reducirte Streichung. Das Wort: Streichen, kann beyde bedeuten.
- 176. Compaſſes Eintheilung.
- 177. Folgerung.
- 178. Nähere Einrichtung des Compaſſes. 85
- 179. Folgerung. 86
- 180. Den Stundenring ſo genau als möglich einzutheilen.
- 181. Grund für das Finden der obſervirten Streichung jeder Linie mit dem Compaſſe. 87
- 182. Wenn AB auf der öſtlichen Seite der Magnet- oder Mittagsebne liegt, liegt BA auf der weſtlichen; und umgekehrt. 88
- 183. Oeſtliches und weſtliches Streichen.
- 184. Folgerung.
- 185. Oeſtliches Streichen iſt poſitiv, weſtliches negativ.
- 186, 187. Oeſtliche Compaßſtunden meſſen öſtliches Streichen, weſtliche weſtliches. 89
- 187. Bezeichnung des öſtlichen oder weſtlichen Streichens.
- 189. Beyſpiel. 90

§. 190.

§ 190. Grubencompaſſes Einrichtung und Grund davon. 91
= 192. Setzcompaſſes Einrichtung und Grund davon. 92
= 193. Hängecompaß. 93
= 194. Zuleginſtrument. 94
= 195, 196. Anmerkung über dieſes Werkzeug.
= 197. Der Schweden Compaßeintheilung. 95
= 198. Der Ungarn ihre.
= 199. Kurze Geſchichte des Gebrauches der Magnetnadel. 96

n) Compaſſes Gebrauch, Fehler und Prüfung.

= 200. Einer Linie obſervirte Streichung und deren Beſchaffenheit mit dem Grubencompaſſe anzugeben. 97
= 201. Dieſes mit dem Hängecompaſſe zu thun.
= 202. Schätzung des 12ten Theiles der Achtelſtunde mit dem Augenmaaße. 98
= 203. Beyſpiel.
= 204, 205. Eine ſchicklichere Stundenbezeichnung ꝛc. 99
= 206. Stunden in Grade zu verwandeln, und deshalb eine Tafel zu berechnen. 100
= 207. Herzählung der Fehler die beym Compaſſe ſeyn können.
= 208...... 212. Sie zu ſchätzen und in Rechnung zu bringen. 101... 106

o) Eiſenſcheibe.

= 213.... 216. Wird davon gehandelt, 106.... 111

p) Stundentransporteurs.

= 217... 221. Davon. 111, 112

q) Winkelweiſer.

= 222. Seine Einrichtung. 112
= 223. Aus einem gegebenen Punkte am Tage eine gerade Linie zu beſtimmen, die eine gegebene obſervirte Streichung und Neigung hat. 114

§. 224.

§ 224 … 230. Fehler denen man beym Gebrauche des Winkelweiſers unterworfen ſeyn kann; und wie ſie in Anſchlag zu bringen ſind. 116 … 120
= 231. Einer ſöhligen Linie Länge und obſervirte Streichung nebſt ihrem Anfangspunkte A am Tage iſt gegeben: Man ſoll ihren Endpunkt finden. 120
= 232, 233. Anmerkung. 121
r) Anmerkung.
= 234. Erwähnung anderer Werkzeuge.
= 235. Markſcheidertaſche.

VI.

Findung der Mittagslinie.

§ 236. Eine Mittagslinie zu ziehen.
I) Mittelſt des Sonnenſchattens. 122
II) Mittelſt des Gnomons. 123
III) Mittelſt des Polarſterns. 124
= 237. Anmerkung, wegen der III) Methode.
= 238. Anführung einiger Bücher. 129
= 239. Eine gezogene Mittagslinie zu prüfen. 130

VII.

Findung der Magnetabweichung.

§ 240. Mittelſt der Mittagslinie die Magnetabweichung anzugeben. 131
= 241. Erklärung und Lehnſätze aus der Aſtronomie. 132
= 242. Wo man ſchon berechnete Amplituden Tafeln antrift. 133
= 243. Mittelſt eines Weltkörpers Amplitude die Magnetabweichung und deſſen Beſchaffenheit zu finden.
= 244 Mittelſt zuſammengehörigen Höhen eines Sterns die Magnetabweichung und deſſen Beſchaffenheit zu finden. 135
= 245. Anmerkung. 137
= 246. Erwähnung eines Abweichungskompaſſes.

§ 247. Wie aus dem Azimurth die Magnetabweichung zu finden.

VIII.

Findung der reducirten Streichung.

§ 248. Aus der Magnetabweichung und obſervirten Streichung die reducirte zu finden. 138
ſ 249. Aus der reducirten Streichung und Magnetabweichung die obſervirte zu finden. 141
ſ 250. Anmerkung. 144

IX.

Findung ſöhliger Winkel.

§ 251. Aus dem Streichen zwoer in einem Punkte zuſammentreffende ſöhligen Linien die Größe des Winkels zu finden, den ſie einſchlieſſen. 145
ſ 252. Zuſatz. 146
ſ 253, 254. Beyſpiele. 147
ſ 255. Die Regeln in § 251 in eine gebracht.
ſ 256. Aus dem Winkel den zwo ſöhlige Linien mit einander machen und dem Streichen der einen dieſer Linien, das Streichen der andern zu finden. 149
ſ 257. Exempel. 152
ſ 258. Der 256. § gilt auch von ſeigern Ebnen.
ſ 259. Den Winkel von gezogenen Schnüren anzugeben, wenn man Stücken ſeiner Schenkel aus deſſen Spitze meſſen kann. 152
ſ 260. Aus dem Winkel den zwo ſchiefe Linien einſchlieſſen und ihren Neigungen den ihnen zugehörigen ſöhligen Winkel zu berechnen. 156
ſ 261. Anmerkung und Exempel zu 260. 157

X.

Sohlen und Seigerteufen.

§ 262. Bezeichnung einer Linie Seigerteufe und Sohle 161

§. 263.

§ 263. Aus einer Linie Größe und Neigung ihre Sohle und Seigerteufe zu finden.
= 264. Sohlen und Seigerteufen Tafeln. 162
= 265. Was ſteigende und fallende Seigerteufe. 167
= 266. Jene iſt + dieſe —
= 267. Wenn Sgt AB = ± S: So iſt Sgt BA = ∓ S.
= 268. Aus der gegebenen Sohle und Seigerteufe einer Linie, ihre Größe und Neigung zu finden.
= 269. Anmerkung. 168
= 270. Brauchbare Formel in der Markſcheidekunſt.
= 271. Zwoer einander in einem Punkte ſchneidende Linien Seigerteufe Summe = der von der erſten Linie Anfangspunkte bis zu der andern Endpunkte gezogenen Linie Seigerteufe. 169
= 272. Aus zwoer einander ſchneidende Linien Seigerteufe die der Dritten mit jenen zu einem Dreyecke gehörende Linie, zu finden. 170
= 273. Den 271. § auf mehrere Linien angewandt. 171
= 274. Anmerkung.
= 275. Erwähnung anderer Werkzeuge, wodurch Sohle und Seigerteufe mechaniſch gefunden werden können.
= 276. Eine andere Auflöſung der Aufgabe in 231.

XI.

Streichſinus und Streichkoſinus.

= 277. Bezeichnung einer Linie Streichſinus und Streichkoſinus. 174
= 278. Auf die Magnetebne bezieht ſich der Streichſinus und Streichkoſinus, wenn man ſich der obſervirten Streichung bedient.
= 279. Oeſtlicher und weſtlicher Streichſinus. Nördlicher und ſüdlicher Streichkoſinus.
= 280. Welcher Streichſinus und Streichkoſinus poſitiv oder negativ.
= 281. Zuſatz.

§ 282. Aus einer Linie Streichung und Sohle, ihren Streichſinus und Streichkoſinus zu finden. 175
= 283. Folgerung. 177
= 284. Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe Tafeln.
= 285. Aus dem Streichſinus und Streichkoſinus einer Linie ihre Sohle und ihr Streichen zu finden. 180
= 286. Zuſatz. 181
= 287. In der Markſcheidekunſt brauchbare Formeln. 182
= 288. Bey ſolchen Linien, wie § 271 iſt die Summe der Streichſinuſſe = dem Streichſinus, der zwiſchen dem Anfangspunkte der erſten Linie und Endpunkte der zweyten enthaltenen Linien; und dieſer ihr Streichkoſinus = der Summe der Streichkoſinuſſe jener beyden Linien. 183
= 289. Aus dem Streichſinus und Streichkoſinus zweer einander ſchneidende Linien genannte Größen von der dritten mit jenem ein Dreyeck ausmachende Linie, zu finden. 184
= 290. Bey Linien, wo der einen Anfangspunkt der andern Endpunkt, iſt die Summe der Streichſinuſſe = dem Streichſinus, der zwiſchen der erſten dieſer Linien Anfangspunkte und der letzten Endpunkte enthaltenen Linie; und dieſer ihr Streichkoſinus = der Summe jener Streichkoſinuſſe. 185

XII.

Einige allgemeine Kenntniſſe zu Anwendung der Geometrie auf Klüfte und Gänge.

§ 291. Was Neigung oder Fallen einer Ebne.
= 292. Was ihre reducirte Streichung, 186
= 293. = = obſervirte. =
= 294. Streichen und Fallen beſtimmen einer Ebne Lage.
= 296. Fallinie; Fallebne.
= 297. Der Fallebne Streichen.
= 298. Was eine rechte oder widerſinnigfallende Linie.

§. 299.

§ 299. Durch welchen Winkel dies anzuzeigen. 187
= 300. Was eine rechte oder widerſinnigfallende Ebne.
= 302. Unter allen geraden Linien die in einer ſchiefen oder ſeigern Ebne gezogen werden, macht keine mit einer ſöhligen Ebne einen größern Winkel als jener Fallinie.
= 303. Wenn Ebne parallel ſtreichen. 188
= 304. Beſchaffenheit parallelſtreichender Ebne Fallinien.
= 305. Die Durchſchnitte zwoer nicht parallel ſtreichenden Ebnen mit einer ſöhligen, machen eben den Winkel den dieſer Fallebnen begränzen.
= 306. Folgerung.
= 307. Wenn zwo Ebnen parallel ſtreichen, dabey verſchiedene Neigungen haben: So ſchneiden ſie einander in einer ſöhligen Linie.
= 308; 309. Was in der Markſcheidekunſt ein Gang, eine Kluft, ein Flötz. 189
= 310. Was eines Ganges, Flötzes, Mächtigkeit; bey einem Gange die Saalbänder, das Hangende und Liegende; bey einem Flötze Dach und Sohle.
= 311. Folgerung. 190
= 312. Gangesebne; Flötzesebne.
= 313. Anmerkung.
= 314. Ein Gang iſt Veränderungen unterworfen. Folgerung hieraus.
= 315. Vor. § auf die Flötze bezogen. 191

XIII.

Findung der obſervirten Streichung der im vorigen Abſchnitte erwähnten Lagerſtädte; Auch deren Neigung mittelſt Gradbogen und dergleichen.

§ 316. Was heiſſe, eines Ganges Streichen und Fallen abnehmen. 191
= 317. Eines Ganges Streichen abzunehmen.

§ 318. Erinnerung, wenn man den Compaß nicht brauchen darf. 192
" 319. Eines Ganges Fallen abzunehmen.
" 320. Anmerkung. 195
" 321. Des Ganges Lage muß an mehrern Stellen erforſcht werden.
" 322. Das bisherige (317... 321) iſt auch auf Klüfte und Flötze anwendbar.

XIV.

Abziehen.

§ 323. Einer jeden gegebenen geraden Linie Größe und Lage zu findeu.
" 324. Was Abziehen heiſſe; Was ein Markſcheiderwinkel. 197
" 325. Das Wort: Markſcheiderwinkel iſt nicht zu gebrauchen.
" 326. Definition eines Markſcheiderzuges.
" 327. Was heiſſe, einen Markſcheiderzug zu verrichten.
" 328. Einen Zug zu verrichten.
" 329. Was 328 vorausſetzt. 198
" 330; 331. Berechnung des Fehlers der wegen der Annahme des Parallelismus der Mittagslinien und Vertikallinien zu befürchten.
" 332. Praktiſche Anmerkung wegen Verrichtung eines Zuges. 200
" 333. Die Größe, Sohle und Seigerteufe, Neigung und Streichen einer Linie zu finden, von deren Anfangspunkte bis zu ihrem Endpunkte man unmittelbar keine Schnur ziehen kann. 202
" 334. Folgerung. 203
" 337..... 341. Dieſe enthalten die beſondern Fälle, wo § 333 angewendet werden muß. 204

XV.

XV.

Analytiſche Lehnſätze.

§ 342. Was veränderliche und beſtändige Größen.
= 343. Einer Größe Differential Definition und Bezeichnung.
= 344. Differential einer beſtändigen Größe = 0. Differential der Summe oder Differenz einer veränderlichen und beſtändigen Größe = dem Differential dieſer veränderlichen Größe. 206
= 345. Differentialformeln für Summe und Differenz von veränderlichen Größen.
= 346. Differentialformeln für Produkte und Quotienten.
= 347. Wenn die veränderlichen Größen abnehmen, wie da ihre Differentialien zu gebrauchen. 207
= 348. Differentialformeln für trigonometr. Linien.
= 349. Natürliche Logarithmen; Modulus eines Logarithmen Syſtems.
= 350. Differential eines Logarithmen deſſen Modulus = M; Auch das Differential des natür. Logarithmen. 208
= 351. Differentialformeln für der trigonometriſchen Linien Logarithmen.
= 352. Wo genannte Formeln alle vorgetragen werden

XVI.

Von den Folgen der Fehler in den Meſſungen.

§ 353. Urſprung der Fehler. 209
= 354. Was heiſſe: die Folge der Fehler.
= 355. Ob durch die Fehler das Gemeſſene zu groß oder zu klein ausfalle, läßt ſich nicht ausmachen. Was dabey zu thun.
= 356. Wie ſich ausmachen läßt ob die Fehler merklich. Man kann aber dadurch ihre Größe nicht beſtimmen.
357. Die Folge der Fehler muß berechnet werden. 210

§ 358. Dazu muß man den größten unvermeidlichen Fehler nehmen.
= 359. Zu finden, wie viel ſich für gleichgenannten Fehler bey jedem Werkzeuge anſetzen läßt.
= 360. Man muß die größte mögliche Zuverläßigkeit der Sohle und Seigerteufe, des Streichſinuſſes und Streichkoſinuſſes durch Berechnung der Folge der Fehler zu erhalten ſuchen.
= 361. Formel, die allgemein die Verhältniſſe zwiſchen den von einem Markſcheider zu meſſenden und zu ſuchenden Dingen ausdruckt. 211
= 362. Zu finden, um wie viel ſich der eine Cathede ändert, wenn Hypothenuſe und der dieſem entgegenſtehende Winkel falſch gemeſſen worden.
= 363; 364. Anwendung des 362. §s auf Sohle und Seigerteufe, Streichſinus und Streichkoſinus. 212
= 365. Wie ſich zu verhalten, wenn die Größen etwas zu klein gemeſſen. 213
= 366. Beyſpiel zu 363.
= 367. Folgerung aus 363, 364. 214
= 368. Wenn die Schenkel des Winkels, (259), von gezogenen Schnüren etwas falſch gemeſſen worden: die Aenderung genannten Winkels zu finden. 215
= 369. Erwähnte Aenderung zu finden, wenn nur der eine Schenkel falſch gemeſſen worden.
= 370. Gleiche Aenderungen des falſch gemeſſenen Schenkels, gehören immer größern des Winkels (259) zu, je näher er an 180° kommt. 216
= 371. Beyſpiel zu 369.
= 372. Wenn zwo Schnuren Neigungen etwas falſch gegemeſſen: Zu finden um wie viel ſich der ihnen zu kommende ſöhlige Winkel ändert. 217
= 373. Folgerung und Exempel. 218

XVII.

Berechnung der Züge.

§ 374. Was es heiſſe, einen Zug berechnen. 219
= 375. Wie es geſchieht.
= 376. Der berechnete Zug muß in eine tabellariſche Form gebracht werden; Beyſpiel dazu. 220
= 377. Anmerkung wegen dieſer Beyſpiele. 225
= 378. Aus einem weitläuftigen Markſcheiderzuge nur die nöthigen Punkte zu ziehen.

XVIII.

Verjüngter Lachtermaaßſtab.

a) Einrichtung und Gebrauch deſſelben.

§. 379. Einen verjüngten Lachtermaaßſtab zu fertigen. 225
= 380. Zuſatz. 227
= 381. Tauſendtheiliger Maaßſtab.
= 382. Einige Gattungen von Maaßſtäben.
= 383. Anmerkung wegen Fertigung der Maaßſtäbe. 228
= 384. Gebrauch des verjüngten Maaßſtabes.

b) Herrn Branders Maaßſtäbeſyſtem.

= 384'. Davon. 230... 233

c) Herrn Hogrevens Vorſchlag zum geſchwindern Abtragen gerader Linien.

= 385. Davon. 233

d) Einige Anmerkungen über die Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien.

= 386. Praktiſche Punkte. Praktiſche Linien. 234
= 387. Wegen unſerer Augen Unvollkommenheit begeht man beym Meſſen praktiſcher Linien auf dem Papiere mit dem Zirkel, Fehler.

§ 388. Den Winkel φ zu beſtimmen, unter welchem auf dem Papiere ein kleiner Kreis von einem gegebenen Durchmeſſer und einer gewiſſen Farbe ins Auge fällt, wenn ſolcher anfängt von den Augen undeutlich empfunden zu werden.

„ 389. Dieſer Winkel iſt nicht für jedes Auge einerley. 235

„ 290. Man kann meiſt $\varphi = 1$ Minute ſetzen.

„ 391. Wenn der kleinſte Winkel φ (388) durch die Erfahrung beſtimmt iſt: Die Größe des Durchmeſſers eines Objekts deſſen Weite vom Ange gegeben, zu finden, wenn das Objekt noch deutlich erkannt werden ſoll. 236

„ 392. Anwendung § 391 zur Beſtimmung des Fehlers beym Abtragen gerader Linien.

„ 393. Wozu das bisherige (388 ... 392) noch dient. 237

„ 394. Anmerkung.

XIX.

Grund- und Seigerriß.

§ 395. Einer Linie Streichſinus und Streichkoſinus iſt gegeben: Man ſoll ſie in Grundriß verzeichnen.

„ 396. Streichſinuſſe und Streichkoſinuſſe von Linien, wie AB, BC, CD ꝛc. ſind gegeben: Man ſoll dadurch genannte Linien in Grundriß verzeichnen. 238

„ 397. Das Verfahren vor. §s bequemer eingerichtet. 239

„ 398. Anmerkung: Wegen Fertigung des Grundriſſes; Wie ihn die Markſcheider gewöhnlich fertigen. Herzählung der Vorzüge des Verfahrens 396, 397 vor dem gewöhnlichen. 242

„ 399. Zu denen im Grundriſſe verzeichneten Punkten einen Seigerriß zu fertigen. 243

„ 400. In wie ferne man wohl thut, dem Grundriſſe mehrere Seigerriſſe beyzufügen. 244

§ 401. Man kann den Seigerriß beſonders verzeichnen.
= 402. Anmerkung.
= 403. Zug nachzubringen.
= 404, 405, 406. Die Größe des Papieres, worauf der Grundriß verzeichnet werden ſoll, zu beſtimmen. 245 ... 247
= 407. Des Seigerriſſes Raum zu beſtimmen. 247
= 4 8. Den zu einem Grundriſſe ſchicklichen Maaßſtab aus Herrn Branders Maaßſtäbe Syſtem zu wählen.
= 409. Einen Riß zu copiren. 248
= 410. Verſchiedene Grundriſſe zuſammenzuſetzen. 250
= 411. Eine brauchbare Aufgabe. 251

XX.

Flache Riß.

§ 412. Auf einer ſchiefen Ebne, deren Lage bekannt, iſt eine Linie gezogen, deren Streichen bekannt: Man ſoll den Winkel finden, den dieſe Linie mit dem öſtlichen Theile der durch ihren Anfangspunkt auf der ſchiefen Ebne laufende söhlige Linie macht. 252
= 413. Beſchaffenheit dieſes Winkels. 253
= 414. Auf einer Ebne, deren Lage bekannt, ſind zweene Punkte gegeben: Man ſoll dieſe auf dem Papiere nach ihrer wahren Lage und Abſtande von einander verzeichnen.
= 415. Mehrere Punkte ſo zu verzeichnen; Oder einen Flachenriß zu fertigen. 254
= 417. Erwähnung Herrn Bergmeiſter Scheidhauers Verfahren Flacheriſſe zu verzeichnen. ꝛc. 275
= 418. Mittelſt eines Flachenriſſes kann der auf einem Gange verführte Bau nach ſeiner wahren Lage und Länge vorgeſtellt werden.

XXI.

XXI.

Erwähnung der ſchwediſchen Art zu Markſcheiden.

§ 419. Davon. 256

Zweyte Abtheilung.

XXII.

Einige Aufgaben auf viele Fälle des Bergbaues anwendbar.

§ 420. Was heiſſe: Nach verlorner Schnur ziehen. 259

§ 421. Es iſt ein Punkt gegeben: Man ſoll einen andern finden, daß eine Linie zwiſchen beyden ein gegebenes Streichen und Sohle habe.

§ 422..... 434. Die Fälle wo § 421. ſeine Anwendung findet. 260.... 263

§ 435. Ein Punkt A iſt gegeben: Man ſoll einen andern B beſtimmen, der in der durch A laufenden ſöhligen Ebne ſo liegt, daß wenn man durch B und A eine gerade Linie BA zieht, dieſe ein gegebenes Streichen habe. 263

§ 436.... 438. Fälle, wo § 435 anzuwenden. 264

§ 439. Aus der Entfernung zweyer Gegenörter und den Längen um welche jedes Ort in einer gegebenen Zeit weiter fortgebracht wird, zu finden, wenn und wo beyde Oerter durchſchlägig werden. 265

§ 440. Den Punkt zu finden, wo beyde Oerter über oder unter einander einkommen. 266

§ 441. Zuſatz. 267

§ 442. In welcher ſeigern Tiefe beyde Oerter (440) über oder unter einander einkommen. 268

§ 443. Wie zu ſehen, ob das eine Ort über oder unter dem andern ſchon eingekommen.

§. 444.

§ 444. Wie ſich zu verhalten, wenn man mit einem Orte durch Aufſauberung verbrochener Oerter, oder Auf⸗fahren auf Gängen, wo einkommen will. 269
= 445. Anmerkung.

XXIII.

Beſtimmung der Lage einer Ebne, wenn drey nicht in gerader Linie liegende Punkte auf ihr gegeben ſind.

§ 446. Grund davon. 270
= 447. Wenn zweene von den gegebenen drey Punkten in einer ſöhligen Ebne liegen: So hat die Linie durch dieſe Punkte mit der Ebne worauf die drey Punkte liegen einerley Streichen.
= 448. Wenn der Fall 447 nicht Statt findet: was da zu thun.
= 449. Folgerung aus 447, 448. 271
= 450, 451. Sätze, mittelſt welchen ſich die Abſicht die⸗ſes Abſchnittes erreichen läßt.
= 452. Zuſatz. 272
= 453. Auf einer Ebne ſind drey nicht in gerader Linie liegende Punkte gegeben, daß man von einem zum andern ziehen kann: Man ſoll dieſer Ebne Strei⸗chen finden.
= 454. Noch eine in gewiſſen Fällen brauchbare Formel hiezu. 278
= 455, 456, 457. Sätze, mittelſt welchen einer Ebne Fallen gefunden werden kann.
= 458. Aus den gegebenen Dingen in 453 einer Ebne Neigung zu finden. 250
= 460, 461, 462. Andere Formeln zu Berechnung einer Ebne Fallen. 282
= 463. Zuſatz. 283

§ 464, 465, 466. Wie aus der Lage der drey Punkte zu beurtheilen, ob die Ebne recht- oder widerſinnig falle.

= 467. Wenn auf einer Ebne vier Punkte a, g, b, c ſo gegeben wären, daß man nur von g bis a, und von b bis c, aber nicht von a bis b oder g bis c, einen Zug verrichten könnte: So kann man der durch dieſe Punkte laufenden Ebne Lage wie in 453 und 459 finden. 284

XXIV.

Findung des Hauptſtreichens eines Ganges.

§ 468. Was eines Ganges Specialſtreichen und Specialfallen.

= 469. Definition eines Ganges Hauptſtreichen, Hauptfallen; Hauptlage, Hauptebne.

= 470. Anmerkung. 285

= 471. Eines Ganges Specialſtreichen zu finden.

= 472. Welcher Linie Streichen einerley mit des Ganges Hanptſtreichen.

= 473. Was dieſe Linie für eine Lage in Rückſicht von Punkten habe, die in einer ſöhligen Ebne auf dem Gange liegen. 286

= 474, 475. Wenn genannte Punkte gleich ſchwere Punkte ſind: So geht die Linie (472) durch dieſer Schweerpunkt.

= 476. Dieſer Linie (472) Lage zu finden.

= 477 .... 481. Vorbereitungslehren zur Findung eines Ganges Hauptſtreichen. 287 289

= 482. Formeln zu Findung dieſes Hauptſtreichens. 290

= 483. Anmerkung.

XXV.

Kreuzlinie.

§ 484. Definition der Kreuzlinie.

§ 485, 486, 487, 488. Vorbereitungslehren zu Findung der Kreutzlinie Lage. 291....293
= 489. Das Streichen und Fallen der Kreutzlinie zu finden.
= 490. Zuſatz. 294
= 491. Wenn die Kreutzlinie ſöhlig.
= 492. Wenn ſie ſeiger.
= 493. Wenn beyder Gänge Streichen um 6 Stunden von einander verſchieden: Wie da der Kreutzlinie Lage.
= 494. Aus dem Streichen zwoer Gangesebnen, dem Winkel den ihre Streichungslinien mit einander machen, und dem Streichen und Fallen ihrer Kreutzlinie der Gangesebnen Neigungswinkel zu finden. 295
= 495. Aus den im vorigen § gegebenen Dingen die Winkel zu finden, die die Durchſchnitte zwoer Gangesebnen mit einer ſöhligen und ihre Kreutzlinie einſchlieſſen.
= 496. Eine andere Auflöſung. 296
= 497. Den Winkel zu finden, den zwo Gangesebnen mit einander machen.
= 498. Es ſind gegeben: Die Lage zwoer Gangesebnen; auch auf jeder ein Punkt: Man ſoll einen Punkt ihrer Kreutzlinie finden, der mit einem der gegebenen in einer ſöhligen Ebne liege.
= 499. Anmerkung. 298

XXVI.

Ausſtreichen.

§ 500. Was heiſſe: Ein Gang ſtreiche zu Tage aus; Sein Ausſtreichen, Ausgehendes. 299
= 501. Linie des Ausſtreichens.
= 502. Sie kann ſöhlig und donlegig ſeyn.
= 503. Wenn man ſich durch einer Ebne donlegigtes Ausſtreichen eine ſeigere vorſtellt: So iſt der ihr Streichen nicht mit jener ihrem einerley.

§. 504.

§ 504. Anmerkung. 300
= 505. Anſteigen eines Gebirges.
= 506. Neigung und Streichen der Ebne des Anſteigens zu beſtimmen. 301
= 507. Aus dem Streichen und Fallen einer Ganges= oder Flötzes=Ebne ſo wohl als der Ebne des Anſteigens die Lage des Ganges oder Flötzes Ebne Ausgehenden zu finden.
= 508. Es iſt eine ſöhlige Ebne gegeben, auch über oder unter derſelben ein Punkt in einer andern Ebne, deren Lage bekannt: Man ſoll einen Punkt beyder Ebnen Durchſchnittes angeben.
= 509. Einen Punkt des Ausſtreichens zu finden und die Linie des Ausgehenden abzuſtecken. 302
= 510. Mit welcher Bedingung ſich der Markſcheider bey dieſem und ähnlichen Verfahren verwahren muß. 303
= 511. Eines auf einem Gange abzuſinkenden Schachtes flache Tiefe zu finden.
= 512. Einer Ebne Fallen zu finden, wenn ihr Streichen und die Lage ihres Ausgehenden gegeben. 304
= 513. Zuſatz. 305
= 514. Einer Ebne Streichen zu finden, wenn auſſer der Lage ihres Ausgehenden ihr Fallen gegeben.
= 515. Anmerkung.
= 516. Zu finden, wie weit mit einem ſöhligen Orte bis an einem überſetzenden Gang noch aufzufahren iſt.
= 517; 518. Folgerungen. 308
= 519. Es iſt eine ſöhlige Ebne gegeben, und auf derſelben ein Punkt C des Durchſchnittes mit einer andern Ebne, deren Streichen γ und Fallen φ bekannt: Man ſoll einen Punkt B in der ſöhligen Ebne angeben, von dem weg eine ihrer Größe nach vorgeſchriebene ſeigere Linie = a eintrift.

§ 520. Wenn kein C gegeben: Wie da zuverfahren. 309
= 521. Wenn die Größe der zwiſchen C und B (519) enthaltenen Linie CB und φ bekannt, a zu finden.
= 522. Wenn CB (521) eine gegebene Stunde haben ſoll; dieſer Linie Größe zu finden.
= 523. a, für den Fall vor. §s zu finden. 310
= 524. Noch ein Verfahren für 520.
= 525. Und noch eines für 522.
= 526 ... 547. Anwendung der §en 519 ... 525. 312 ... 317
= 548. Auf einer Ebne, deſſen Streichen und Fallen bekannt, ſind zweene Punkte gegeben: Man ſoll die Größe der ſöhligen Linie finden, die auf der Ebne von einem der gegebenen Punkte bis an die durch den andern gehende Fallinie gezogen werden kann. 318
= 549, 550. Anwendung vor. §s.
= 551. Auf einer Ebne, deren Streichen und Fallen bekannt, iſt ein Punkt A gegeben; Auch weiß man das Streichen und Fallen einer andern Ebne: Man verlangt die Größe einer Linie von A bis an die Kreutzlinie beyder Ebnen.
= 552. Zuſatz. 319
= 553, 554. Anwendung vor. § 551

XXVII.

In wie ferne an zwo Stellen entblößte Gänge für einen gehalten werden können.

§ 555. Wird davon gehandelt. 321 ... 326

XXVIII.

Vierung.

§ 556. Was die Vierung; Vierungsebnen. 326
= 557. Was Vierungsgerechtigkeit. 327
= 558. Anmerkung.
= 559. Einen Punkt in den Vierungsebnen zu finden.
= 560, 561. Zuſätze.
= 562. Was die Vierungslinie. 328
= 563. Folgerung.
= 564. Vierungslinie Lage iſt mit der der Kreuzlinie einerley.
= 565. Die Entfernung der Vierungslinie von der Kreuzlinie zu finden.
= 566. Die Größe einer ſöhligen von der Kreuzlinie bis an die Vierungslinie auf des Aeltern oder jüngern Ganges gezogene Linie zu finden. 331
= 567. Durch einen Punkt H in der Vierungslinie gehe eine ſöhlige Ebne; M ſey ein anderer Punkt, deſſen Seigerteufe in Beziehung auf die ſöhlige Ebne bekannt: Man ſucht HM. 332
= 568. Auf einer ſöhligen Ebne die Vierungslinie zu verzeichnen.

XXIX.

Vermeſſen.

§ 569. Was verliehenes Feld; vermeſſen; verſchnüren. 335
= 570. Wie es auf Gängen geſtreckt wird.
= 571. Was ſtreichendes Feld.
= 572, 573. Größe einer Fundgrube und Maſe; eines Lehnes und Wehres.

§ 574. Definition des Wortes: Fund. 336
= 575. Anmerkung, daß in jedem Falle dem Markſcheider der Fund angewieſen ſeyn muß.
= 576. Wie vermeſſen wird. Untere und Obere Maaßen.
= 577. Gränzflächen einer Fundgrube und Maaße. 337
= 578. In wie ferne eine Fundgrube nicht wie gewöhnlich geſtreckt wird.
= 579. Ohne Beſtimmung des Fundes können keine Maſen vermeſſen werden.
= 580. Die Berggeſetze erlauben auf einem Gange nur eine Fundgrube zu beſtätigen. Ausnahme davon.
= 581. Ueberſchaar.
= 582. Geviertes Feld. 338
= 583. Streichen dieſes Feldes Breite.
= 584. Größe einer gevierten Fundgrube, Maaße, und Lehn.
= 585. Feld bey Seifenwerken.
= 586. Anmerkung.
= 587. Marken, Markſcheiderſtufen, Lochſteine, Markſcheide.
= 589. Geviertes Feld wird wenigſtens mit 4 Lochſteinen bereinet. 339
= 590. Anmerkung wegen Vermeſſen beym Gevierten Felde.
= 591. In welchen Fällen eine andere ſöhligte Figur zu beſtimmen, deren Flächeninhalt gleich dem der Maaße iſt.
= 592. Jeder Punkt der durch den Fund gehende Fallinie kann als ein Anhaltepunkt der Fundgrube angeſehen werden; Und Fundgruben und Maaßen nehmen in Fallinien ihren Anfang und ihr Ende.
= 593. Welcher andere Punkt als der Fund kann beym gevierten Felde zum Anhalten dienen. Welches ſind die Gränzen der gevierten Fundgruben und Maaßen 340

= 594. Wodurch Punkte des vermeſſenen Feldes beſtimmt werden können.
= 595. Tiefe des Fundes ändert nichts in Beſtimmung des Feldes Gränze.
= 596. Söhlige Entfernung gleichlaufender Linien.
= 597. In wie ferne ſie gleich der Länge einer Fundgrube und Maaße.
= 598. Vorbereitungslehren zu folgenden §.
= 599. Einen Punkt D auf des Ganges Ausſtreichen zu beſtimmen, der zu einer Fundgrube oder Maaße gehört. 341
= 600. Zuſatz.
= 601. Was heiſſe: Einen Lochſtein, oder den Fund, auf eine söhlige Ebne fällen; den Fund zu Tage ausbringen. ꝛc. 342
= 602. Den Fund zu Tage auszubringen.
= 603. Auf gleiche Art bringt man einen Lochſtein zu Tage aus. 343
= 604. Ein anderes Verfahren wegen 602, 603.
= 605. Streichendes Feld zu vermeſſen. 344
= 606. Anmerkung.
= 607. Geviertes Feld zu vermeſſen. 345
= 608. Prüfung, ob die Lochſteine gehörig geſetzt ſind.
= 609. Anmerkung. 348
= 610. Die Theile des Grubengebäudes im Grundriſſe anzugeben, welche in die Fundgrube, und welche in jede Maaße fallen.
= 611. Dies beym Seigerriſſe zu thun. 349
= 612. Erwähnung deshalb für geviertes Feld.
= 613. Feld mit verlorner Schnur meſſen; erbliches Vermeſſen; Erbbereiten.
= 614. Anmerkung, wo von dem Erbbereiten nachzuleſen. 350
= 615. Was der Markſcheider zu thun, bevor erblich vermeſſen wird.
§. 616. Währzug.

XXX.

Abſteckung ſeigerer Ebne.

§ 617. Was heiſſe: Eine ſeigere Ebne abſtecken. 351
= 618. Dazu müſſen zween Punkte gegeben ſeyn.
= 619. Abſteckeſtäbe.
= 620. Meßfahnen.
= 621. Stand genannter Stäbe. 352
= 622. Eine ſeigere Ebne abzuſtecken, wenn man aus einem der dazu gegebenen zweenen Punkte den andern ſehen kann.
= 623. Anmerkung.
= 624... 625′. Fehler die beym Verfahren 622 vorfallen können, und wie ſie einigermaaßen zu beſtimmen. 353.... 356
= 626, 627. Zwiſchen zween Punkten auf der Erdfläche, von den der eine vom andern aus nicht geſehen werden kann, eine ſeigere Ebne zu beſtimmen. 356
= 628, 629. Anmerkungen. 357
= 628′ 629′. Zuſätze. 358
= 630. Anmerkung.
= 631, 632. Den Weg eines Feldgeſtänges anzugeben. ꝛc.

XXXI.

Markſcheider Angaben, die bey Waſſerleitungen vorkommen.

§. 633. Was wagrechtliegende Punkte? 360
= 634. = höher und niedrigerliegende Punkte? 361
= 635. = wahre Horizontallinie?
= 636. = ſcheinbare =
= 637. Folgerung.
= 638. Senkung des wahren Horizonts unter dem ſcheinbaren.

§. 639. Gefälle.
= 640. Folgerung.
= 641. Die Senkung des wahren Horizonts unter dem ſcheinbaren zu finden. S. 362
= 642. Für n einen ſehr kleinen Bruch iſt ohne merklichen Irthum $\sqrt{(1+n)} = 1 + \frac{1}{2}n$,
= 643. Noch eine Formel, die Senkung in 641 zu finden.
= 644. Dieſe Formel bequemer eingerichtet. 363
= 645. Die Senkungen (641) verhalten ſich, wie das Quadrat der ihnen zugehörigen Weiten. 364
= 646. Erwähnung der dieſer Senkung wegen berechneten Tafeln, und wo ſelbige zu finden?
= 647. Formeln, die Senkung für große Weiten genau geben. Anmerkung wegen den deshalb vorher aufgeſtellten Formeln ꝛc.
= 647′. In wieferne die Tangente für den Bogen angenommen werden kann. 366
= 648....650. Eines Punktes Gefälle, in Rückſicht eines andern gegebenen zu finden. 366....369
= 651. Erwähnung einiger Waſſerwagen. 366
= 652. Auf des Gebürges Oberfläche iſt ein Punkt gegeben, auch ohngefähr die Gegend, wohinzu ein anderer Punkt mit dem gegebenen in einer ſöhligen Ebne liegen ſoll: man verlangt dieſen Punkt. 370
= 653. Auf des Gebirgesoberfläche iſt ein Punkt gegeben, auch ohngefehr die Gegend, wohin zu ein anderer um eine gegebene Seigerteufe tieferer Punkt liegen ſoll: Man verlangt ihn. 371
= 654. Anmerkung wegen Abſteckung des Weges eines Waſſergrabens. 371
= 655. Was heiſſe: Tiefe oder Höhe des Grabens Sohle unter oder über einem Punkt auf der Erdfläche.
= 657. Aus dem einer ſöhligen Länge = S zugehörigen Gefälle P das einer andern ſolchen Länge = ſ zugehörige

hörige Gefälle zu finden, wenn der Erdoberfläche Krümmung nicht in Betrachtung kommt.
§. 658, 659. Vorbereitungslehren zu 660.
§. 660, 661, 662. Findung des Grabensſohle Höhe oder Tiefe über oder unter jedem der für des Grabensweg abgeſtekte Punkte. 375
§. 663. Anmerkung. 376
§. 664. Gefällwinkel.
§. 665. Ihn zu finden.
§. 666. Einer dem auf die ſöhlige Länge = ſ gegebenen Gefälle = P gemäß zu treibende Waſſerröſche Länge, Streichen und Gefälle zu finden. 377
§. 667. Zuſaz.
§. 668. Wenn der Punkt der Einröſchung gegeben, zu finden, wo man ausröſchet; auch der Röſche Streichen und Länge.
§. 669. Aus der Länge, und dem Streichen einer Röſche, nebſt dem einer bekannten ſöhligen Länge zukommenden Gefälle, den Punkt der Ausröſchung zu finden. 378
§. 670. Angaben die dem Markſcheider bei Führung einer Waſſerleitung vorkommen.
§. 671. Zuſatz. 380
§. 672. Der Endpunkt eines Grabens oder einer Waſſerleitung iſt angewieſen: man ſoll den dazu gehörigen Anfangspunkt finden.
§. 673. Anzugeben, wo ein Wehr anzulegen. 381
§. 674... 676. Abzugsgraben. 382
§. 677. Umwendung eines Stollns. 383
§. 678. Anmerkung. 384

XXXII.

Markſcheider Angaben, die beym Teichbaue vorkommen.

§ 679. Das bey einem Teiche erfoderliche Nivellement.
680. Was heiſſe: Einen Teich abſtecken.

681. Was dazu gegeben ſeyn muß.
= 682. Einen Punkt zu finden, der um eine gegebene Seigerteufe höher liegt als ein anderer gegebener.
= 683. Einen Teich abzuſtecken. 385
= 684. Rothiſche Bergwage ꝛc.
= 685. Abſteckung eines Teichſpiegels, wenn ein Teich erhöhet werden ſoll. 388
= 686. Abſteckung des Dammes Breite.
= 687. Wie der Damm auszugleichen. 389
= 688. Eines Dreyecks Inhalt aus den Streichſinuſſen und Streichkoſinuſſen ſeiner Seiten zu finden.
= 689. Anmerkung. 390
= 690. Theilung einer Figur in Dreyecke, wenn die Theilungslinien aus einem Punkte gehen.
= 691. Den Winkel zu finden, den zwo nächſt an einander liegende Seiten einer Figur einſchlieſſen.
= 692, 693. Einer ſöhligen Figur Inhalt zu finden, wenn man deren Seiten Streichſinuſſe, Streichkoſinuſſe, und Streichen weis. 392
= 694. Mittelſt der Trigonometrie einer Figur Inhalt zu finden. 393
= 695. Inhalt eines Teichſpiegels zu finden. 394
= 696. Dammprofil.
= 697... 700. Deſſen Inhalt zu berechnen.
= 701. Inhalt eines Teichdammes zu finden. 396
= 702. Zuſatz. 397
= 703. Inhalt eines Teiches zu berechnen.

XXXIII.

Höhenmeſſung mit dem Barometer.

§ 704..... 719. Vorbereitungslehren zur Mayeriſchen Regel, Höhen mittelſt des Barometers zu finden. 398..... 403
= 720. Mittelſt des Barometers die Höhe eines Ortes über dem andern zu finden; vorausgeſetzt, daß die Atmoſphäre zur Zeit der Beobachtung im Gleichgewichte

wichte auch wenigſtens zwiſchen beyden Oertern durchgängig gleich warm geweſen. 403
\- 722. Durch 720 erhält man die verlangte Höhe nicht ganz genau. Bouguers Verfahren, dieſe Höhe genauer zu erhalten. 405
\- 723. Anmerkung, wegen Betrachtung d. Barometerhöhen.
\- 724. Was die verſchiedene Wärme der Atmosſphäre verurſacht. Angeführt die zwo vornehmſten Schriften von Höhenmeſſungen mit dem Barometer. 407
\- 725 .... 734. Vorbereitungslehren zu Herrn De Lüc's Regel. 408 ... 411
\- 735. Herrn De Lücs Regel. 411
\- 736. Exempel. 412
\- 737. Anmerkung. 414
\- 738. Reducir. Fahrenheitiſcher Grade auf Reaumürſche.
\- 739. Anmerkung.
\- 740. Thermometer und Barometer, die Herr De Lüc zu ſeinen Meſſungen braucht.
\- 741. Einige Bemerkungen und Vorſichten beym Gebrauche des Barometers. 415
\- 742. Einige Schriften über Barometer und Thermometer. 417
\- 743. Tiefen der Gruben zu meſſen.

XXXIIII.

Verzeichniß der Schriftſteller, die von der Markſcheidekunſt handeln.

§ 744 ..... 748. Davon 418 ... 434

XXXV.

Zuſätze und Erinnerungen.

§ 749. I. Eine Vorrichtung, die man mit Vortheil zu den Verfahren in 231, 276, brauchen kann. 435
II. Berechnung des von der Strahlenbrechung herrührenden Fehlers. 436
\- 750. Wie der 271 § umzuändern. 438
\- 751. Aenderung des 273 §s. 439
\- 752. Aenderung des 333 §s. 440

Dritte Abtheilung.

Sammlung von, dem Markſcheider vorkommenden Fragen nach alphabetiſcher Ordnung nebſt Nachweiſung, wo ſie in den vorſtehenden Paragraphen ſchon aufgelößt ſind, oder wie ſie danach aufgelößt werden können, mit einigen Beyſpielen und Anmerkungen begleitet.

§ 1′. Abſeigern. 445
Abſtecken.
= 5′. Abtragen. 445
Abziehen.
Abzugsgraben. 446
Anſteigen.
= 6′. Ausſtreichen. 446 450
= 10′. Berechnung eines Zuges. 450
= 11′. Compaß. 451
= 13′. Copiren.
= 14′. Durchſchlag. 452 457
= 21′. Ebne abſtecken. 457
Eiſenſcheibe Gebrauch.
= 22′. Fallen.
= 22′. Fehler. 458
= 28′. Feld zu vermeſſen und Exempel davon. 459
= 30′. Feldgeſtänge Weg abſtecken. 460
= 31′. Flachenriß.
Flötz.
= 32′. Fund.
= 33′. Fundgrube.
= 34′ .... 55′. Gang. 461 ... 474
= 56′. Gefälle. 474
= 57′ ... 63′. Gegenörter. 474 ... 477
= 64′ .... 71′. Graben. 478 ... 479
= 72′ ... 77′. Gradbogen. 480
= 78′ .... 81′. Grundriß. 480 481
§. 82′.

= 82′. Hauptſtreichen. 481
= 83′, 84′. Höhen zu meſſen.
= 85′... 89′. Inhalt. 481...484
= 90′... 94′. Kreutzlinie. 485...493
= 105′... 107′. Lachter. 493
= 108′. Lachterkette. 494
= 109′. Lachtermasſtab.
= 110′. Lachterſtab.
= 111′.. 115′. Linie. 494; 495
= 116′... 118′. Magnetabweichung. 495... 497
= 119′, 120′. Mittagslinie. 497
= 121′. Mikrometer.
= 122′.. 124′. Mundloch. 497...500
= 125′... 127′. Neigung. 500, 501
= 128′... 130′. Obſervirte Streichung. 502.. 505
= 130′. Oertung. 503, 504
= 131′... 140′. Ort. 504.... 507
= 141′.... 156′. Punkt. 507...... 513
= 157′, 158′. Reducirte Streichung.
= 159′. Richtſchacht. 514
= 159′.... 161′. Röſche. 515.... 517
= 162′.... 179′. Schacht. 517.... 524
= 180′. Seigerriß.
= 181′... 185′. Seigerteufe. 525
= 186′.... 192′. Sohle.
= 193′... 196′. Streichen. 526
= 197′... 200′. Streichſinus, Streichkoſinus. 527
= 201′. Strecke, Stolln. 528
= 202′, 203′. Tafeln. 528
Tageröſche, Tageſtolln. 529
204′.... 209′. Teich.
210′... 223′. Ueberſichbrechen, Ueberhauen. 530.... 542
= 224′. Umwenden, einen Stolln. 542
= 225′. Vermeſſen.
= 226′.... 236′. Vierung. 542.... 547

§. 237′.

= 237′... Vernier. 547
= 238′. Waſſerlauf, Waſſerleitung. 548
= 239′.... 246′. Winkel. 549.... 553
= 247′... 250′. Zug. 553... 554
= 251′. Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien. 554

Ueber die krummen Linien, in denen ein Gang bey einerley Neigung und Streichen fällt und zu Tage ausgeht.

Integration.

§ 251′. Was Differentiiren heiſſe. 557
= 252′. Integral.
= 253′. Integriren.
= 254′. Wie das angezeigt wird.
= 255′. Einige Integralformeln ꝛc.
= 256′, 257′. Anmerkungen und Regel wegen Hinzuſetzung der beſtändigen Größe zum Integral.

Kurze Erinnerungen wegen den krummen Linien überhaupt.

= 258′.... 268. Handelt davon.... 560.... 564

Geſtalt der Fallinie eines Ganges der bey einerley Neigung durch die ganze Erdkugel ſetzt.

= 269′.... 271′. Davon 565

Die krumme Linie in der ein Gang bey einerley Streichen zu Tage ausſtreicht.

= 272′... 276′... Wird davon gehandelt. 566

Einige Methoden, Winkel aufs Papier aufzutragen und zu verzeichnen.

= 277′. Einleitung. 573
= 278′. Der 1000ſendtheilichte Maaßſtab iſt zu einem geradlinichten Transporteur zu gebrauchen.
= 279′. Mit dem 1000theilichten Maaßſtabe von einem gegebenen Punkte und eine gegebene Linie einen gegebenen Winkel zu verzeichnen.
= 280′. Einem auf dem Papiere vorgegebenen Winkel mit dem 1000theilichten Maaßſtabe zu meſſen.

§. 281′.

- 281′. Noch einige Methoden Winkel zu meſſen und zu verzeichnen. 575
- 282′. Das Verhältniß eines auf dem Papiere vorgegebenen Winkels zu zweenen rechten zu finden, ohne daß man einem Transporteur oder 1000theilichten Maaßſtab zu Hülfe nimmt. 577
- 283′. Ohne Transporteur und 1000theilichten Maaßſtab die Größe eines Winkels zu finden. 579
- 284′. Anwendung 262′ auf gerade Linien. 580
- 285′. Anmerknng.

Druckfehler.

S. 33.	Z. 32.	leſe man	praktiſchen	ſtatt	praktiſcher
″ 96.	″ 20.	″	Meynung iſt	″	Meynung,
″ 145.	″ 11.	″	kleinere	″	größere
	12.	″	größere	″	kleinere
″ 149.	″ 27.	″	linken	″	rechten
″ 150.	″ 8.	″	rechten	″	linken
″ 161.	″	″	$Sg\,AB = l \times \sin\alpha$	″	$Sg\,AB = l + \sin\alpha$
			$S\,AB = l \times \mathrm{Cosin}\,\alpha$	″	$S\,AB = l + \mathrm{Cos}\,\alpha$
″ 204.	vorletzte,	da ſtreiche man aus: nach § 333, 4)			
″ 236.		″	Terpentin	″	Serpentin
″ 261.	letzte in der Note		$\frac{P}{m}$	″	$\frac{K}{m}$
″ 262.	″ 4. v. u.		333	″	339.
″ 263.	″ 8. v. o.		von	″	vor
	24.	″	A	″	H
″ 265.	″ 8.	″	einen	″	einem
	27.	″	beyde	″	beyder
″ 269.	″ 19.	da ſtreiche man aus: (die der Summe aller Sohlen der abgezogenen Linie gleich iſt).			
	letzte	″	muß	″	ſoll
″ 294.	″ 11.	da ſetze man nach dem Worte: gleichlaufend, folgende: welches auch mit 307 übereinſtimmt.			
″ 302.	″ 10.	″	DE	″	DC
″ 308.	″ vorletzte,		eine	″	einer

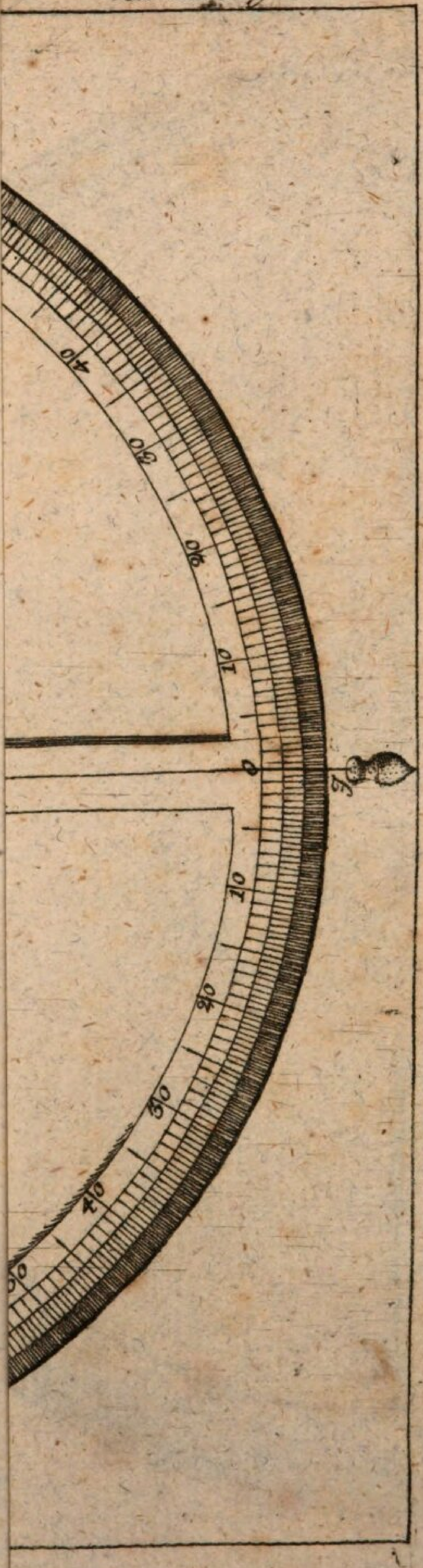
S. 312.

S. 312.	Z. 26.	leſe man	AE′	ſtatt	AE
= 313.	= 6.	=	BE′	=	BE
	10.	=	BE′	=	BE
	21.	=	B′D	=	BD
	vorletzte	=	AE	=	AE′
= 315	= vorletzte	=	auf	=	in
= 319.	= 23.	=	ABD	=	BAD
= 320.	= 2.	=	ζ	=	ξ
	6.	=	ζ	=	ξ
	20.	=	$\sin(v \pm n)$	=	$\sin v \pm n$
= 329.	= 2.	=	123 Fig.	=	123
	17.	=	verſchnürenden	=	verſchiedenen
	22.	=	gleichlaufenden	=	gleichlaufenden föhligen
= 346.	= 16.	=	Endpunkt	=	Mittelpunkt
	30.	=	Kl	=	kl
= 351.	= 14.	leſe man	Inf.	ſtatt	Inſt.
= 355.	= 11.	=	§. 625′.	=	§. 625.
= 358.	= 6.	=	§. 628′.	=	§. 628.
	10.	=	§. 629′.	=	§. 629.
= 366.	= 8.	=	$\text{Tang}\ \frac{1}{2}^{\circ}$	=	$\text{Tang}\ 1^{\circ}\ \frac{1}{2}^{\circ}$
= 378.	= 21.	=	$\text{Coſin}\ \vartheta^2$	=	$\text{Coſin}\ \vartheta$
= 383.	= 1.	=	A′, B	=	A, B′
= 405.	= 19.	=	29.10000	=	2910000
= 432.	= 1.	=	die beygefügte Abhandlung ſt. die Abhandlung		
= 433.	= 9.	=	Genſeane	=	Genſanne
= 545.	= 7.	=	Von da an ſetze man ſtatt §. 210′, 211′, 212′ ꝛc. bis zu Ende §. 230′, 231′, 232′ ꝛc.		

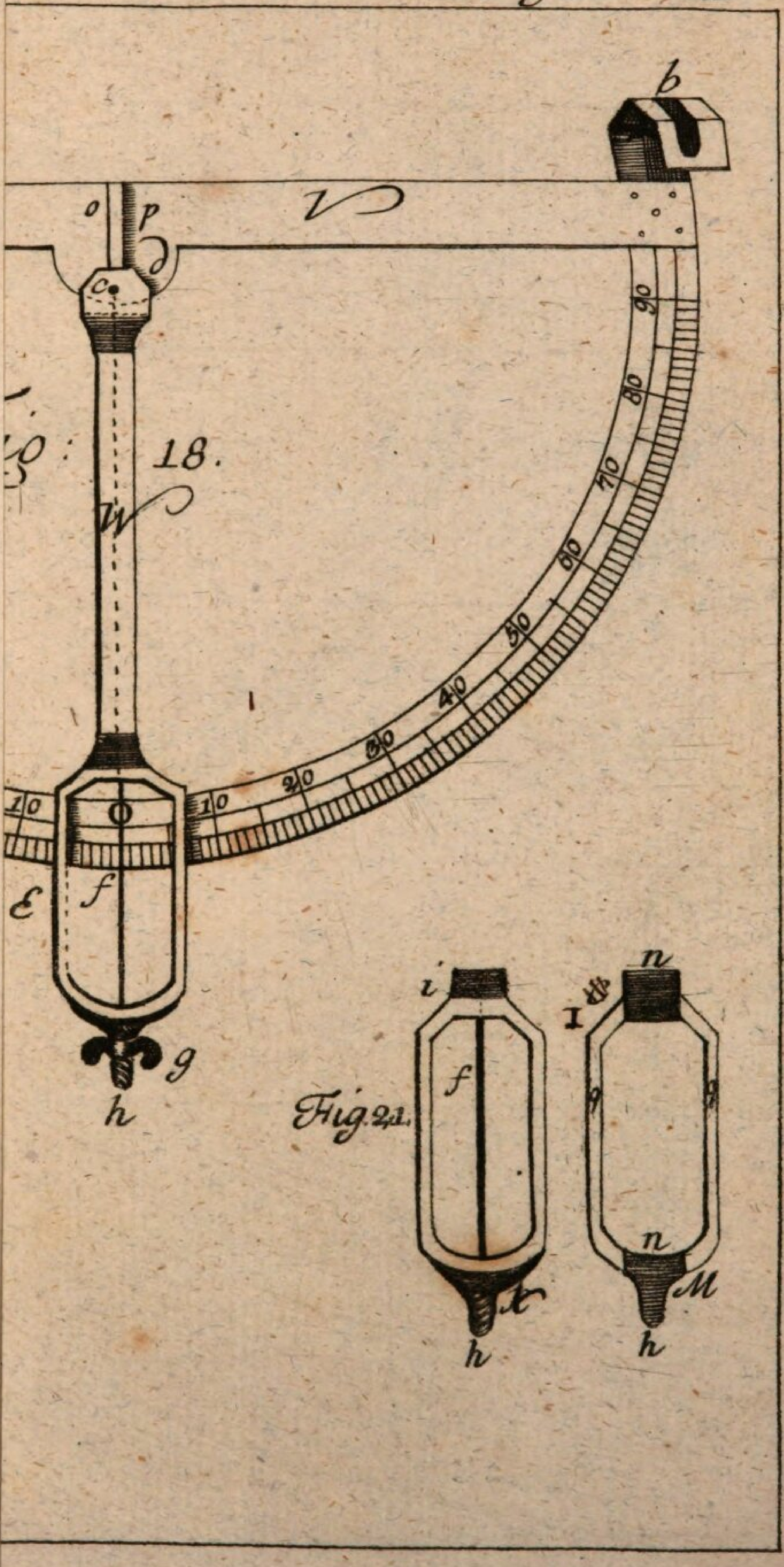
Bayerische Staatsbibliothek München

-8.

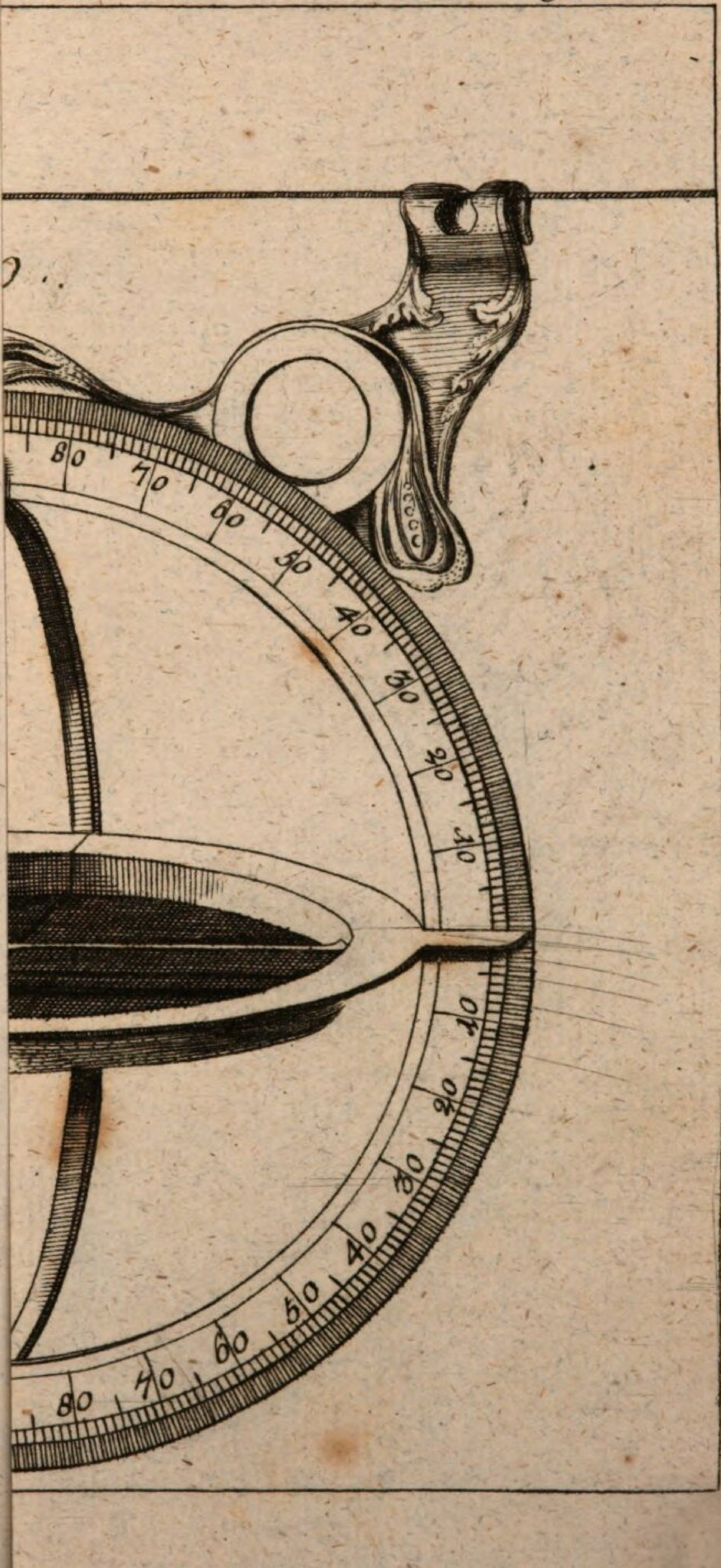
Tab. III. Fig. 13.



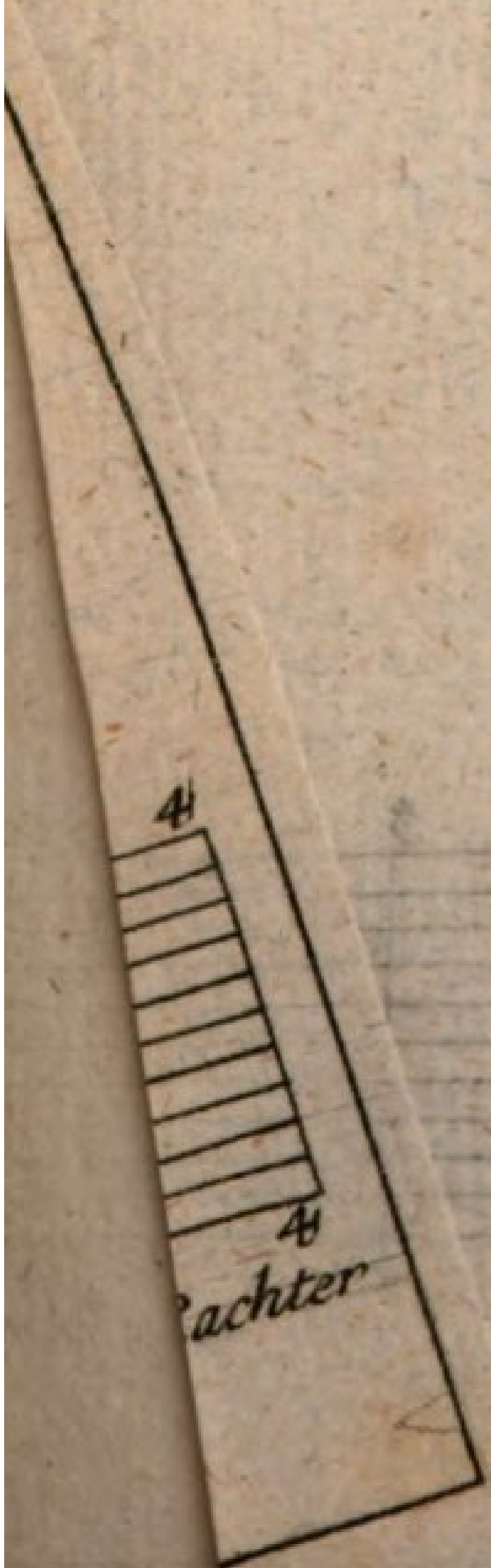
Tab. IV. Fig. 18 . . . 21.



Tab. VII. Fig. 30.



62.



41
41

.......137.
132.
b
d
D
B
n.133
F
E

46.

159……16

…162.

Lempe, Johann Friedrich, / Charpentier, Johann Friedrich Wilhelm <<von>>, /
Crusius, Siegfried Leberecht,

Gründliche Anleitung zur Markscheidekunst

Leipzig 1782
BHS II K 57
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10708144-0
VD18 11191279-002